

	<b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA</b> <b>GESTIÓN DE BIBLIOTECAS</b>	 ISO 9001 SC 71864-1	 ISO 14001 SA/CERF 59758	 ISO 45001 OGS-CER 59755	 IoNet CERTIFICADO DE CALIDAD
<b>CÓDIGO</b>	<b>AP-BIB-FO-06</b>	<b>VERSIÓN</b>	<b>1</b>	<b>VIGENCIA</b>	<b>2014</b>
<b>PÁGINA</b>	<b>1 de 2</b>				

Neiva, 14 de mayo de 2024

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

LUISA FERNANDA DIAZ, con C.C. No. 1003814707

DIANA LUCIA RAMIREZ AVILEZ, con C.C. No.1075245134,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado o Titulado **MEDICIÓN DE VOLUMEN DE UN CUERPO MEDIANTE PRESIÓN DE AIRE**

presentado y aprobado en el año 2024 como requisito para optar al título de

Física;

Autorizamos al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permite la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
GESTIÓN DE BIBLIOTECAS

CARTA DE AUTORIZACIÓN



CÓDIGO	AP-BIB-FO-06	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 2
--------	--------------	---------	---	----------	------	--------	--------

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

LUISA FERNANDA DIAZ

Firma: Luisa Fernanda Diaz

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

DIANA LUCIA RAMIREZ AVILEZ

Firma: Diana Lucia Ramirez Avilez

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.

	<b>UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA GESTIÓN DE BIBLIOTECAS</b>					 <small>ISO 9001</small>  <small>ISO 14001</small>  <small>ISO 45001</small>  <small>CNet Quality Management System</small>
<b>CÓDIGO</b>	AP-BIB-FO-07	<b>VERSIÓN</b>	1	<b>VIGENCIA</b>	2014	<b>PÁGINA</b>

**TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: MEDICIÓN DE VOLUMEN DE UN CUERPO MEDIANTE PRESIÓN DE AIRE**

**AUTOR O AUTORES:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
DIAZ	LUISA FERNANDA
RAMIREZ AVILEZ	DIANA LUCIA

**DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
CUELLAR SANTANILLA	CARLOS EDUARDO

**ASESOR (ES):**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ARRIETA	EMIRO
BARREIRO ROCHA	ELKIN

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE: FÍSICA**

**FACULTAD:** CIENCIAS EXACTAS

**PROGRAMA O POSGRADO:** FÍSICA

**CIUDAD:** NEIVA      **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2024      **NÚMERO DE PÁGINAS:** 35

**TIPO DE ILUSTRACIONES** (Marcar con una X):

Diagramas\_x\_ Fotografías\_x\_ Grabaciones en discos\_x\_ Ilustraciones en general\_x\_ Grabados\_x\_  
Láminas\_x\_ Litografías\_x\_ Mapas\_x\_ Música impresa\_x\_ Planos\_x\_ Retratos\_x\_ Sin ilustraciones\_x\_ Tablas o Cuadros\_x\_

**SOFTWARE** requerido y/o especializado para la lectura del documento: PDF

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 3
--------	--------------	---------	---	----------	------	--------	--------

**MATERIAL ANEXO:** Ninguno

**PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):**

**PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:**

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Presión	Pressure
2. Volumen	Volume
3. Masa	Mass
4. Aire	Air

**RESUMEN DEL CONTENIDO:** (Máximo 250 palabras)

Este trabajo de grado de investigación, titulado "Medición de volumen de un cuerpo mediante presión del aire", se enfoca en la creación de un prototipo para medir volúmenes a través del aire. El mecanismo diseñado considerará tanto la presión como el cambio de volumen del aire como indicadores de medida. Se emplearán métodos matemáticos para estimar el volumen de un cuerpo, utilizando una presión constante y registrando los cambios de volumen antes y después de la inserción del objeto en el dispositivo desarrollado.

**ABSTRACT:** (Máximo 250 palabras)

This research degree project, titled "Measuring the volume of a body using air pressure", focuses on the creation of a prototype to measure volumes through air. The designed mechanism will consider both the pressure and the change in air volume as measurement indicators. Mathematical methods will be used to estimate the volume of an object, using a constant pressure and recording volume changes before and after insertion of the object into the developed device.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 3

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Gonzalo E. Pedraza

Firma:

Nombre Jurado: Elkin Barrera Roca

Firma:

Nombre Jurado: Emilio Arrieta Jiménez

Firma:

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional [www.usco.edu.co](http://www.usco.edu.co), link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Programa de Física  
Sede Neiva**

**Medición de volumen de un cuerpo mediante presión de aire**

**Diana Lucia Ramírez Avilez  
Luisa Fernanda Diaz**

**Universidad Surcolombiana**  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Programa de Física  
Sede Neiva

**Medición de volumen de un cuerpo mediante presión de aire**

**Trabajo de Grado**  
Requisito parcial para optar al título de Físico

Presentado por las estudiantes

**Diana lucia Ramírez Avilez**

Código: 20162153628

**Luisa Fernanda Díaz**

Código: 20162152450

Director

**M. Sc. Carlos Eduardo Cuéllar Santanilla**

Página de aceptación

**Director**

**M. Sc. Carlos Eduardo Cuéllar Santanilla**  
Programa de Física, Universidad Surcolombiana

**Jurados**

**Dr. Emiro Arrieta**  
Programa de Física, Universidad Surcolombiana

**M. Sc. Elkin Barreiro Rocha**  
Programa de Física, Universidad Surcolombiana

*Dedicamos este proyecto de grado a Dios quien hizo posible esta gran meta y por permitirnos tener valentía, resiliencia para no desistir en nuestros objetivos de culminar nuestros estudios. A nuestra universidad por hacer parte de nuestra formación académica. Agradecemos a nuestras familias por brindarnos el apoyo incondicional durante nuestra instancia en la casa de estudio; También a nuestro docente Carlos Eduardo Santanilla que nos compartió sus conocimientos y ayuda para concluir con éxito.*

## **Agradecimientos**

*Nuestro proyecto de grado va dedicado a Dios por darnos vida y salud en nuestro proceso académico, especialmente iluminar los conocimientos de nosotras y poder culminar con éxito este gran proyecto que fue realizado con esmero y dedicación.*

*En el año 2016 fuimos admitidas a la universidad Surcolombiana. A nuestra primera carrera universitaria desde entonces estamos agradecidas por formar parte de ella y damos gracias a los docentes que compartieron sus conocimientos para cumplir el objetivo de graduarnos como físicas*

*A mi hermano Jhon Jairo santos Diaz (QPD) por ser mi fuente de motivación para poder superarme para que la vida me deparara un mejor futuro que deseaba para mí y mi madre Margoth Diaz por apoyarme durante mi periodo de estudio.*

*A mi hermosa madre Marleny Avilez Guzmán por brindarme el amor, la comprensión y apoyo. Enseñándome y demostrándome que a todas las dificultades que pueden existir, se puede salir adelante.*

*A mis hijos, por proporcionar el amor, la motivación y la inspiración en el recorrido de la carrera.*

*A Hedye Esmeralda Ramírez por ser esa hermana ejemplar, el origen de inspiración en la carrera que con esfuerzo y disciplina se puede alcanzar todas las metas.*

*A nuestro tutor de tesis, M. Sc. Carlos Eduardo Cuéllar Santanilla por su humildad, confianza, el tiempo, la paciencia, y el ánimo que nos aportó. También su amable colaboración que nos brindó y permitió conocer sus grandes conocimientos. Siendo un guía con sus acertadas correcciones presentadas durante este largo proceso o camino de nuestra investigación del proyecto de grado.*

*A los jurados, Dr. Emiro Arrieta y e M. Sc. Elkin Barreiro Rocha, por su colaboración, motivación y tiempo dedicado en la revisión de nuestra tesis.*



## **ÍNDICE GENERAL**

INTRODUCCIÓN .....	12
CAPITULO I .....	15
<b>DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA .....</b>	<b>15</b>
1.1 Planteamiento del problema .....	15
1.2 Objetivos.....	15
1.2.1 Objetivo general .....	15
1.2.2 Objetivos específicos.....	15
1.3 Justificación .....	16
CAPÍTULO II.....	18
<b>ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>18</b>
2.1 Antecedentes.....	18
2.1.1 Trabajos .....	18
2.2 Metodología .....	18
CAPITULO III .....	20
<b>DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN .....</b>	<b>20</b>
3.1 Prueba Experimental.....	21
3.2 Resultados.....	24
3.3 Analisis de Resultados.....	32
CAPITULO IV .....	37
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>37</b>
TRABAJOS FUTUROS.....	38
REFERENCIAS .....	39
ANEXOS .....	40

## ÍNDICES DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Ilustración del principio de Arquímedes.....	13
<b>Figura 2:</b> Masas de diferentes tamaños .....	20
<b>Figura 3:</b> Materiales utilizados para el prototipo .....	20
<b>Figura 4:</b> Montaje final del prototipo .....	21
<b>Figura 5:</b> Prueba experimental de la compresión del aire en la jeringa .....	21
<b>Figura 6:</b> Jeringas de diferentes volúmenes .....	23
<b>Figura 7:</b> Escala de precisión del aire en la jeringa .....	23
<b>Figura 8:</b> Cuerpos utilizados para medir su volumen.....	24

## INDICES DE TABLAS

<b>Tabla 1:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con pesa de 250g en jeringa de 10cm <sup>3</sup> y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....	<b>24</b>
<b>Tabla 2:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con pesa de 500g en jeringa de 10cm <sup>3</sup> y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente. ....	<b>25</b>
<b>Tabla 3:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con pesa de 1000g en jeringa de 10cm <sup>3</sup> y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....	<b>26</b>
<b>Tabla 4:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con pesa de 500g en jeringa de 10cm <sup>3</sup> lubricada con vaselina y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....	<b>27</b>
<b>Tabla 5:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con pesa de 1000g en jeringa de 10cm <sup>3</sup> lubricada con vaselina y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....	<b>28</b>
<b>Tabla 6:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con pesa de 1000g en jeringa de 20cm <sup>3</sup> y de diámetro (19.10±0.05) mm a temperatura ambiente.....	<b>29</b>
<b>Tabla 7:</b> Volumen inicial, $V_i$ entre volumen de desplazamiento, $V_d$ con una pesa de 500g en jeringa de 20cm <sup>3</sup> , con escala de 17 cm <sup>3</sup> y diámetro (19.10±0.05) mm a temperatura ambiente.....	<b>31</b>
<b>Tabla 8:</b> Medidas de volúmenes de los cuerpos por métodos conocidos. ....	<b>34</b>
<b>Tabla 9:</b> Volumen de cuerpos con el prototipo. Constante K=8,82 .....	<b>35</b>
<b>Tabla 10:</b> Masas de los cuerpos .....	<b>36</b>
<b>Tabla 11:</b> Comparaciones de densidades entre los cuerpos.....	<b>36</b>

## ÍNDICES DE GRAFICAS

**Grafica 1:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 250g en jeringa de 10cm<sup>3</sup> y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....25

**Grafica 2:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 500g en jeringa de 10cm<sup>3</sup> y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....26

**Grafica 3:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 1000g en jeringa de 10cm<sup>3</sup> y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente.....27

**Grafica 4:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 500g en jeringa de 10cm<sup>3</sup> lubricada con vaselina y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente .....28

**Grafica 5:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 1000g en jeringa de 10cm<sup>3</sup> lubricada con vaselina y de diámetro (14.00±0.05) mm a temperatura ambiente. ....29

**Grafica 6a:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 1000g en jeringa de 20cm<sup>3</sup> y de diámetro (19.10±0.05) mm a temperatura ambiente. ....30

**Grafica 6b:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 1000g en jeringa de 20cm<sup>3</sup> y de diámetro (19.10±0.05) mm a temperatura ambiente. ....30

**Grafica 7a:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 500g en jeringa de 20cm<sup>3</sup>, con escala de 17 cm<sup>3</sup> y diámetro (19.10±0.05) mm a temperatura ambiente. ....31

**Grafica 7b:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de 500g en jeringa de 20cm<sup>3</sup>, con escala de 17 cm<sup>3</sup> y diámetro (19.10±0.05) mm a temperatura ambiente. ....32

**Grafica 8:** Comportamiento gráfico de la ecuación para medir volúmenes de cuerpos con el prototipo .....34

## **RESUMEN**

Este trabajo de grado de investigación, titulado "Medición de volumen de un cuerpo mediante presión del aire", se enfoca en la creación de un prototipo para medir volúmenes a través del aire. El mecanismo diseñado considerará tanto la presión como el cambio de volumen del aire como indicadores de medida. Se emplearán métodos matemáticos para estimar el volumen de un cuerpo, utilizando una presión constante y registrando los cambios de volumen antes y después de la inserción del objeto en el dispositivo desarrollado.

**Palabras claves:** Presión, Volumen, Masa, Aire

## **ABSTRACT**

This research degree project, titled "Measuring the volume of a body using air pressure", focuses on the creation of a prototype to measure volumes through air. The designed mechanism will consider both the pressure and the change in air volume as measurement indicators. Mathematical methods will be used to estimate the volume of an object, using a constant pressure and recording volume changes before and after insertion of the object into the developed device.

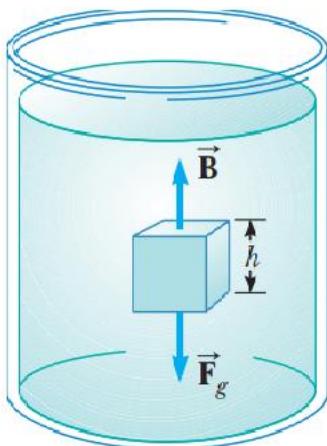
Keywords: Pressure, Volume, Mass, Air.

## INTRODUCCIÓN

Ha sido siempre un desafío medir volúmenes de cuerpos que tienen forma geométrica irregular. Un método ampliamente adoptado y utilizado se basa en el principio de Arquímedes; este principio establece que un cuerpo en reposo total o parcialmente sumergido en un líquido recibe un empuje hacia arriba igual al peso del volumen que desplaza. Esta fuerza se llama empuje hidrostático; una aplicación del principio de Arquímedes es medir la densidad de un objeto de forma irregular. La forma más sencilla es utilizar una probeta medidora llena de agua hasta cierto nivel. Luego, el objeto se baja lentamente dentro de la probeta hasta que esté completamente sumergido. El aumento del nivel del agua dentro de la probeta es simplemente igual al volumen del objeto. Sin embargo, este método supone que el diámetro de la probeta es al menos igual al diámetro del objeto, lo que reduce la precisión de la medición. [1].

A partir de este principio se puede determinar el volumen de cualquier cuerpo que esté sumergido en el fluido, por ejemplo, si el cuerpo se encuentra sumergido en el agua, el volumen del objeto es igual al volumen del agua desplazada. Teniendo en cuenta que la presión  $P_{\text{fondo}}$  en el fondo del cubo es mayor que la presión  $P_{\text{sup}}$  en la parte superior por una cantidad  $\rho_{\text{fluido}}gh$ , donde  $h$  es la altura del cubo y  $\rho_{\text{fluido}}$  es la densidad del fluido. La presión en el fondo del cubo causa una fuerza hacia arriba igual a  $P_{\text{fondo}}A$ , donde  $A$  es el área de la cara inferior. La presión en la parte superior del cubo causa una fuerza hacia abajo igual a  $P_{\text{sup}}A$ . La resultante de estas dos fuerzas es la fuerza de flotación  $B$  con magnitud [2].

$$B = (P_{\text{fondo}} - P_{\text{sup}})A = (\rho_{\text{fluido}}gh)A$$



**Figura 1: Ilustración del principio de Arquímedes**

**Fuente:** Serway, R. A., Jewett, J. W., and Olgún, V. C. (2007). Física Para Ciencias E Ingeniería. CENGAGE Learning.

En el ámbito de la geometría, las figuras tridimensionales son aquellas que poseen tres dimensiones: longitud, anchura y altura. Estas figuras ocupan espacio en el espacio tridimensional, lo que implica que tienen volumen.

Entre las figuras tridimensionales, los poliedros destacan por estar formados por caras planas, cada una de las cuales es un polígono. Sin embargo, existen otras formas tridimensionales, como la esfera, que difieren de los poliedros al carecer de caras, aristas y vértices. En su lugar, la superficie de la esfera es continua y suave.

Calcular el volumen de una esfera es esencial para determinar cuánto espacio ocupa en el espacio tridimensional [Anexo]. Comprender esta figura y la manera de calcular su volumen es crucial en diversas aplicaciones prácticas.

Una dificultad que existe para medir volúmenes de cuerpos irregulares es que muchos de ellos se pueden deteriorar al sumergirlo en un fluido líquido; por tal motivo se busca una alternativa, partiendo del mismo principio, al sumergirlo en un fluido gaseoso. Manteniendo así sus características físicas. En este trabajo se utilizará como fluido gaseoso el aire de manera natural a temperatura ambiente y se tendrá en cuenta el volumen del fluido desplazado (aire). Mediante la ley de Boyle se puede observar que los

gases son compresibles ya que, si el volumen aumenta, entonces la presión disminuye y viceversa, teniendo en cuenta que la temperatura se mantiene constante [4].

Basado en esta ley y con el objetivo de medir el volumen de cuerpos irregulares, se propone la construcción de un prototipo que mantenga una presión constante. La idea fundamental es que, en función del volumen del cuerpo colocado en el dispositivo, un embolo sobre el cual se ejerce esta presión se desplace de manera correspondiente. De esta manera, al medir el desplazamiento del embolo, se puede inferir el volumen del cuerpo irregular con alguna precisión, proporcionando una solución innovadora para esta tarea desafiante.

# CAPÍTULO I

## DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

### 1.1 Planteamiento del problema

Dado lo crucial que resulta medir volúmenes tanto en objetos regulares como irregulares, es común recurrir al método de Arquímedes. Este método de inmersión en agua dificulta la medición de volúmenes de objetos menos densos y de cuerpos que no pueden ser humedecidos o mojados por el fluido [5]. En consecuencia, se plantea la construcción de un dispositivo alternativo para la medición de volumen, que permita realizar estas medidas utilizando el aire como el medio desplazado por el objeto a medir. Este se fundamenta en mantener una presión constante dentro de una cámara donde va el objeto a quien se le va a medir el volumen. Cuando la cámara está sin objeto alguno y se presiona el émbolo de la jeringa, comprime el aire que hay dentro de ella hasta cierto volumen; cuando se coloca dentro de la cámara un objeto y se vuelve a comprimir con la misma presión, el émbolo comprime el aire que queda dentro de ella en un volumen menor al anterior y esta diferencia de volúmenes permite encontrar el volumen del objeto.

En función de lo mencionado, surge la siguiente pregunta de investigación, **¿Es viable utilizar aire a presión para medir el volumen de cualquier cuerpo?**

### 1.2 OBJETIVOS

#### 1.2.1 Objetivo general

Realizar un prototipo de un equipo que permita medir el volumen de un objeto pequeño, de unos pocos centímetros cúbicos y que soporte presiones sin deformación, teniendo en cuenta como fluido el aire a presión.

#### 1.2.2 Objetivos específicos

- Diseñar un instrumento con materiales de fácil adquisición para medir volúmenes.

- Comparar volúmenes de cuerpos regulares determinados por otros métodos con la medición hecha por el instrumento propuesto.
- Hallar volúmenes de cuerpos irregulares.
- Determinar la densidad de estos cuerpos a partir del volumen hallado y la masa.

### 1.3 JUSTIFICACIÓN

La medición de volúmenes de cuerpos u objetos es de gran importancia y existen diferentes formas de medirlo. El cálculo de un volumen de un cuerpo se puede hacer de forma directa o indirecta, para el caso de cuerpos regulares una de las formas directas es calculando el área y la altura del objeto. En el caso de cuerpos irregulares se puede calcular el volumen de forma indirecta sumergiendo el objeto en un fluido aplicando el principio de Arquímedes para lograr determinar el volumen del cuerpo.

La fragilidad de la madera arqueológica seca y lo habitual del arqueólogo a dar muestras de un artefacto exigían el desarrollo de un dispositivo de medición de volumen barato, fiable y portátil que pudiera manipular artefactos de madera frágiles de diversos tamaños, que debido a su forma irregular y fragilidad no se puede calcular el volumen de una forma directa o aplicando el principio de Arquímedes, situación que lleva a calcular el volumen del artefacto mediante un sistema de bolsas de aire [5].

En la Ref. [7] utilizan un marco de medición de visión artificial y el método Montecarlo para la medición de volúmenes de productos alimenticios. En el campo de la agricultura se ha implementado un método de imágenes capaz de recrear el volumen del objeto [8].

En la Ref. [9] se midió y se comparó el volumen de una sandía utilizando el método de desplazamiento de agua, una aproximación elipsoidal y procesamiento de imágenes. Por eso, en este trabajo se plantea la construcción de un prototipo de un equipo que permita

hallar el volumen de cuerpos irregulares, que no se puedan sumergir en el agua u otros fluidos líquidos, mediante presión del aire.

Por lo tanto, este enfoque innovador busca proporcionar una alternativa eficiente y precisa para la medición de volúmenes en objetos con formas no convencionales. Al aplicar la presión del aire como método de medición, se espera desarrollar un dispositivo versátil y de fácil uso que pueda ser útil en una variedad de aplicaciones, contribuyendo así a ampliar las herramientas disponibles para la medición volumétrica en el ámbito científico, industrial y académico.

## **CAPÍTULO II**

### **ESTADO DEL ARTE**

#### **2.1 ANTECEDENTES**

Nota sobre un dispositivo sencillo para medir el volumen de los artefactos de madera [5].

El estudio trata sobre el desarrollo de un dispositivo de medición de volumen de desplazamiento de aire para la estimación del volumen y el cálculo de la densidad de artefactos arqueológicos frágiles de madera. Usando una bolsa de plástico termosellado como porta muestras, una bomba de aire, un medidor de flujo, un manómetro y un temporizador, se completan una serie de pasos para medir el tiempo requerido para llenar la bolsa con aire de presión preestablecida con y sin el objeto arqueológico. A continuación, se calcula el volumen del objeto utilizando la diferencia de tiempo de llenado de la bolsa vacía y cargada y la tasa de flujo de aire estandarizada. Las ventajas del dispositivo incluyen su aceptable precisión. [5].

#### **2.11 TRABAJOS**

##### **(A) Nota sobre un dispositivo sencillo para medir el volumen de los artefactos de madera [5].**

El estudio aborda el desarrollo de un dispositivo de medición de volumen por desplazamiento de aire para la estimación del volumen y el cálculo de la densidad de artefactos frágiles arqueológicos de madera. Utilizando una bolsa de plástico termosellado como porta muestras, una bomba de aire, un caudalímetro, un manómetro y un temporizador, se llevan a cabo una serie de pasos para medir el tiempo necesario para llenar la bolsa con aire a una presión preestablecida con y sin el objeto arqueológico. A continuación, se calcula el volumen del objeto utilizando la diferencia de tiempo de llenado de la bolsa vacía y cargada y el caudal de aire normalizado.

#### **2.2 METODOLOGÍA**

Se utilizó un método experimental de medición de volumen mediante la construcción de un mecanismo que permita llevar a cabo esta medición. El instrumento consta

fundamentalmente de una bomba de aire conectada a una cámara hermética, en la que se colocará el objeto a medir. Se aprovechará la característica de que los gases se dejan comprimir, [6] entre ellos el aire. Si el volumen de aire cambia, la compresión varía, manteniendo constante la presión sobre él [6] Teniendo en cuenta lo anterior, al colocar un objeto dentro de la cámara varía el volumen de aire dentro de ella; esta variación es la que va permitir hallar el volumen del cuerpo que ha desplazado ese aire. La bomba con que se comprime el aire dentro de la cámara tendrá una plataforma que mantendrá un peso constante y a partir del desplazamiento del émbolo de esta bomba se hallará el volumen del cuerpo que esté situado dentro de la cámara. Mediante los resultados de desplazamiento se determinará el volumen y su respectivo error de medida.

Para verificar la confianza de la medición de volumen en el mecanismo diseñado se hicieron a cabo las siguientes pruebas:

Para medir el volumen de un cuerpo regular, se utilizó la fórmula correspondiente a la forma específica del objeto; mediante el mecanismo diseñado se hará la medición del volumen de ese cuerpo y se comparará con el resultado dado por la ecuación, teniendo en cuenta la incertidumbre. Este cuerpo también se medirá con el Principio de Arquímedes respecto a que el volumen desplazado del fluido es igual al volumen del cuerpo sumergido en ese fluido [2]; se comparara los tres resultados del volumen del cuerpo regular teniendo en cuenta la incertidumbre.

Se medirá el volumen de un cuerpo irregular aplicando el Principio de Arquímedes; mediante el mecanismo diseñado se hará la medición del volumen de ese cuerpo y se comparó con el resultado dado por este Principio, teniendo en cuenta la incertidumbre. Para llevar a cabo las medidas con aire se buscó el volumen de la jeringa que se acoplara al volumen de la cámara hermética para calibrar el instrumento. Mediante esta calibración se determinó la constante de la ecuación que permite hallar el volumen del objeto.

Se verificó con diferentes pesos para tratar de hallar algunas presiones que permitan llevar a cabo la mejor medición del volumen del cuerpo, también podrá servir para tener en cuenta la delicadeza del cuerpo al que se le medirá su volumen.

### CAPITULO III DISEÑO Y CONSTRUCCION



**Figura 2: Masas de diferentes tamaños**

**Fuente:** Laboratorio de física USCO.



**Figura 3: Materiales utilizados para el prototipo**

**Fuente:** Elaboración de las autoras.

En la figura (3) se puede apreciar los elementos utilizados en la construcción del prototipo de medición de volumen de un cuerpo mediante presión de aire. Estos elementos son de derecha a izquierda: una pesa de 500g, caucho hermético, una cámara de vidrio, un soporte metálico con base cuadrada, un soporte circular de madera y una jeringa de  $20\text{cm}^3$ . Se tuvo en cuenta la posibilidad de desmontar fácilmente los materiales debido a su deterioro, especialmente la jeringa, que es desechable y su uso puede afectar los resultados. La estructura del prototipo se fundamenta en una base metálica cuadrada que sostiene la jeringa y tiene una cavidad para la cámara hermética y su manipulación. Al considerar la medición del volumen de un objeto, es posible retirar la cámara hermética de vidrio de su base metálica y quitar el caucho hermético para introducir el objeto a medir.

Se utilizó materiales de fácil adquisición disponibles en el mercado local, como productos de ferretería, cauchos reciclados de llantas, madera y metales, jeringas adquiridas en farmacias. Es posible desmontar el prototipo de la figura (4) sin dificultad alguna para preservarlo en perfecto estado.



**Figura 4 Montaje final del prototipo**  
**Fuente:** Elaboración de las autoras.

La capacidad de la cámara hermética se encontró mediante el volumen de agua que puede ella almacenar y este volumen se midió en un beaker. El volumen de la cámara tiene como resultado  $(96 \pm 1) \text{ cm}^3$ . El volumen total del prototipo, que es la jeringa y la cámara hermética, es de  $(113 \pm 1) \text{ cm}^3$ .

### 3.1 PRUEBA EXPERIMENTAL EN CAMPO



**Figura 5: Prueba experimental de la compresión del aire en la jeringa**  
**Fuente:** Elaboración de las autoras.

## **PROCEDIMIENTO:**

Se inició situando dos soportes “elevadores” para estabilización de la jeringa de  $10\text{cm}^3$  como se muestra en la figura (5), esta jeringa se eligió por su tamaño que se consideró idóneo. Luego se ubicó el émbolo en la medida correspondiente de la escala de la jeringa; después se taponó el agujero para impedir la salida del aire que queda contenido en la jeringa, y se empezó a medir colocando, primero, una pesa de 250g centrada y encima del émbolo, a partir de  $10\text{cm}^3$ , luego a partir de  $9\text{cm}^3$  y así sucesivamente hasta  $1\text{cm}^3$  de uno en uno. Se dejó un tiempo prudente para que se estabilizara el émbolo, en cada una de las medidas, presionado por la pesa. Luego se hizo el mismo procedimiento de medición con pesas de 500g y 1000g respectivamente; estas medidas están tabuladas en las tablas (1,2 y 3) en el mismo orden. Las pesas utilizadas están disponibles en el laboratorio de física de la universidad Surcolombiana, figura (2). Las mediciones con las diferentes pesas se llevaron a cabo para escoger la que tuviera mejor comportamiento gráfico. Con los datos de las tablas mencionadas se hicieron las gráficas (1,2 y 3) que relacionan el volumen inicial  $V_i$  (émbolo sin pesa) con el volumen de desplazamiento  $V_d$  (émbolo con la pesa). El comportamiento que se observa es lineal.

Para minimizar la fricción del émbolo con el tubo de la jeringa se lubricó con vaselina; también muestra un comportamiento lineal, como se observa en las gráficas (4 y 5). La dificultad con este lubricante es que al llevar a cabo la experiencia del desplazamiento al día siguiente la jeringa presentó un comportamiento de rigidez, impidiendo que el émbolo se desplazara de forma suave, en otras palabras, la jeringa queda inservible; por tal motivo, para que la jeringa dure mucho más es preferible no lubricarla.

Se hizo, la medición con la pesa de 1000g en jeringa de  $20\text{cm}^3$ , según la gráfica (6), también muestra un buen comportamiento lineal, pero se descartó porque el émbolo llegaba hasta el fondo cuando el volumen de aire se incrementó al colocar la cámara hermética en la jeringa, impidiendo así llevar a cabo la medida de los volúmenes. Por otro lado, esta pesa desequilibraba el prototipo haciéndolo caer del soporte. Las jeringas empleadas para las mediciones se muestran en la figura (4) de 10 y  $20\text{cm}^3$ .



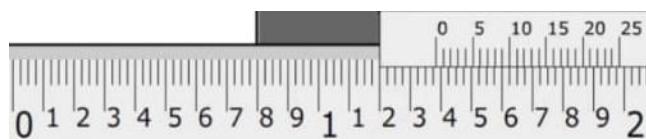
**Figura 7: Jeringas de diferentes volúmenes**

Fuente: Elaboración de las autoras.

Con estos resultados tabulados y graficados, se procedió a construir el prototipo que permite hallar los volúmenes de cuerpos. Para aumentar la capacidad de medición, además de aumentar el volumen de la jeringa ( $20\text{cm}^3$ ), se le agregó una cámara hermética de vidrio de  $(96\pm 1)\text{ cm}^3$ , se eligió este material porque minimiza la deformación de la cámara por la presión del aire, lo cual garantiza la permanencia constante del volumen de la cámara.

Para generar la presión de este prototipo se tomó la pesa de 500g porque, de acuerdo a la gráfica (2), la dispersión de los puntos de la graficas se ajustan mejor a una recta e impide que el émbolo de la jeringa toque el fondo de ésta.

Para hacer mejor lectura de volúmenes en el prototipo se prescindió de la escala de la jeringa porque su precisión es de  $1\text{cm}^3$ , generando mayor error en la medida. Esta se reemplazó por una escala cuya precisión es de  $0,01\text{cm}^3$ . Cada  $\text{cm}^3$  está dividido en 4 partes iguales en la escala móvil, es decir que cada una es de  $0,25\text{cm}^3$ , y la escala fija está dividida en 25 partes iguales, esto quiere decir que cada parte representa una centésima de centímetro cúbico. Como se muestra en la figura (6).



**Figura 7: Escala de precisión  $0,01\text{cm}^3$**

Fuente: <https://www.stefanelli.eng.br/es/calibre-virtual-simulador-milimetro-05/>

La constante de la jeringa de  $20\text{cm}^3$  se encontró a partir de los resultados de la tabla (7), que están dados con la escala de mayor precisión, mediante la gráfica (7).

Para probar la efectividad de la medición de volúmenes del prototipo se midió el correspondiente volumen de una esfera, un cubo, y un cuerpo irregular, mostrado en la figura (7). El volumen de la esfera y el cubo se determinó por dos métodos: geométrico y el desplazamiento de un fluido (agua) y estos resultados se comparan con la medida dada por el volumen hallado prototipo. El volumen del cuerpo irregular medido mediante el prototipo se compara con el volumen dado por el desplazamiento del agua.



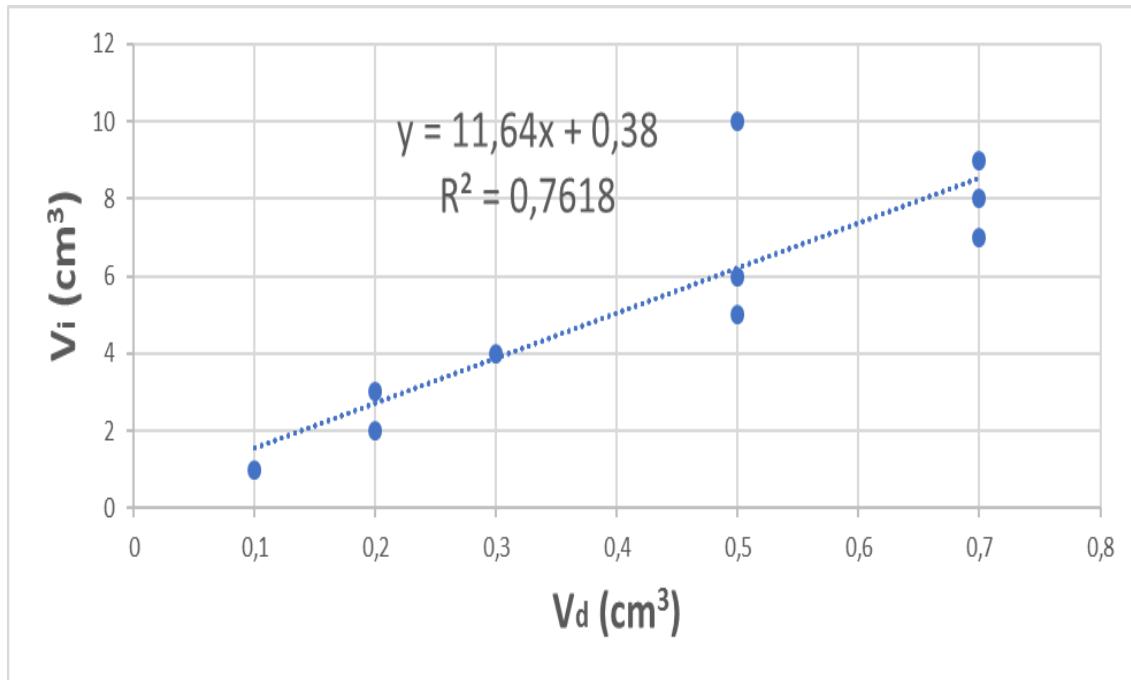
**Figura 8: Cuerpos utilizados para medir su volumen**  
**Fuente:** Elaboración por las autoras.

### 3.2 RESULTADOS

**Tabla 1:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **250g** en jeringa de  **$10\text{cm}^3$**  y de diámetro ( **$14.00\pm0.05$  mm** a temperatura ambiente.

$V_d(\text{cm}^3)$	$V_i(\text{cm}^3)$
0,5	10,0
0,7	9,0
0,7	8,0
0,7	7,0
0,5	6,0
0,5	5,0
0,3	4,0
0,2	3,0
0,2	2,0
0,1	1,0

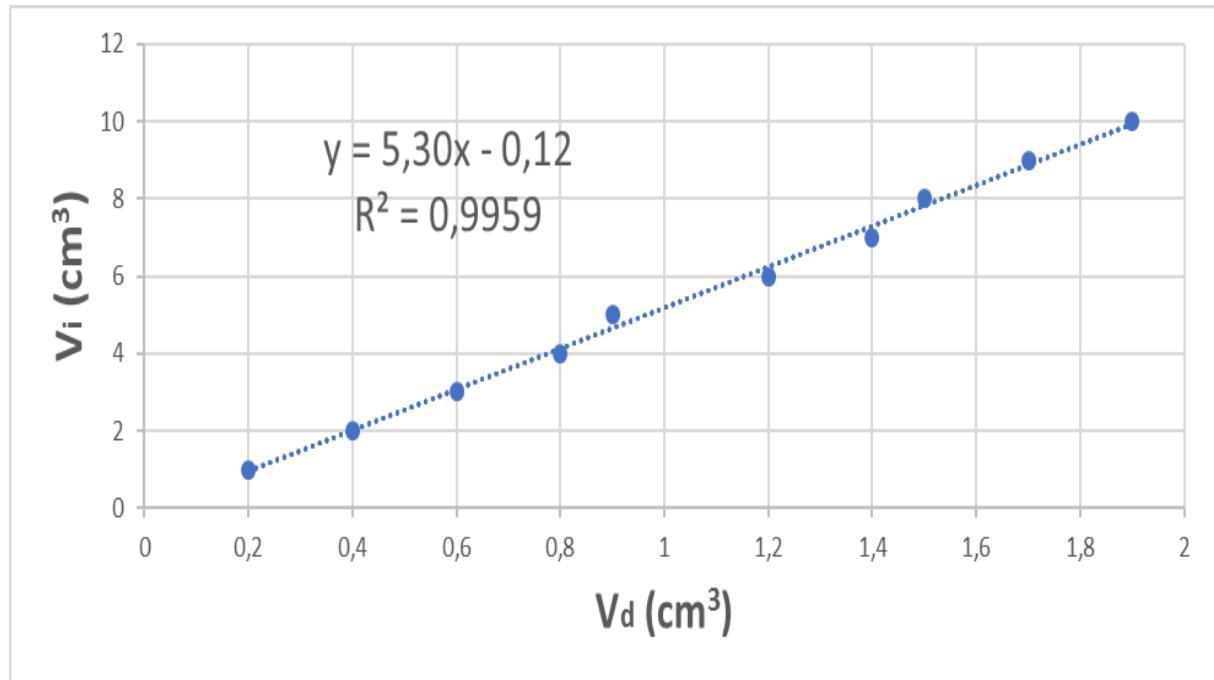
**Grafica 1:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **250g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.



**Tabla 2:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **500g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.

$V_d$ (cm <sup>3</sup> )	$V_i$ (cm <sup>3</sup> )
1,9	10,0
1,7	9,0
1,5	8,0
1,4	7,0
1,2	6,0
0,9	5,0
0,8	4,0
0,6	3,0
0,4	2,0
0,2	1,0

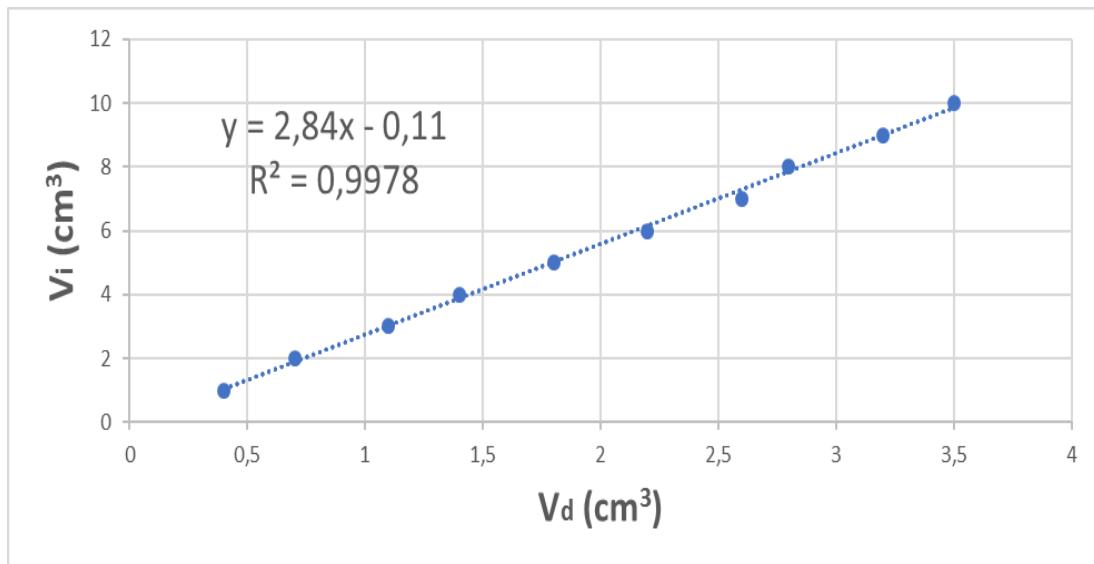
**Grafica 2:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **500g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.



**Tabla 3:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.

$V_d$ (cm <sup>3</sup> )	$V_i$ (cm <sup>3</sup> )
3,5	10,0
3,2	9,0
2,8	8,0
2,6	7,0
2,2	6,0
1,8	5,0
1,4	4,0
1,1	3,0
0,7	2,0
0,4	1,0

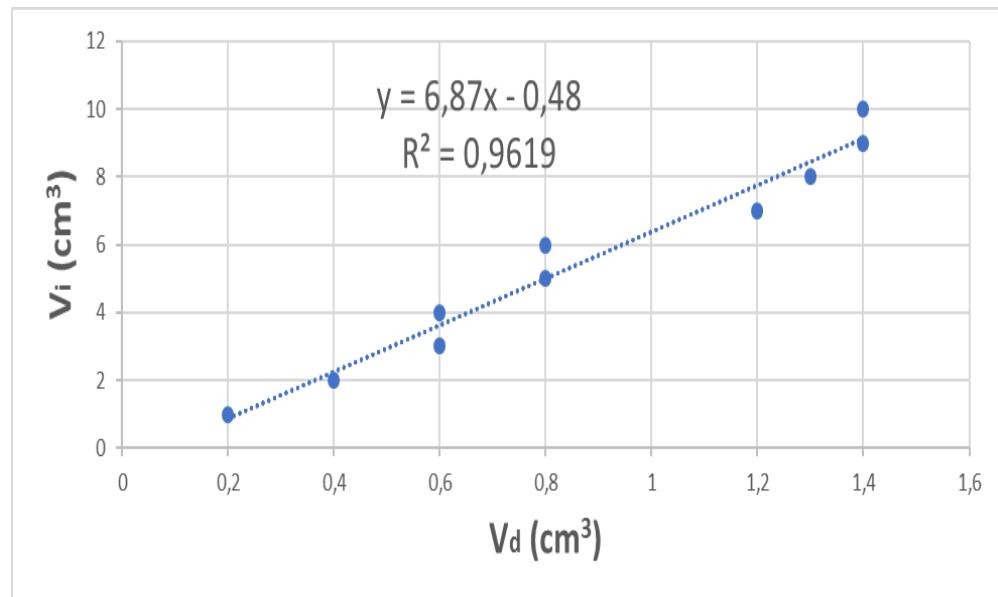
**Grafica 3:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.



**Tabla 4:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **500g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** lubricada con vaselina y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.

$V_d$ (cm <sup>3</sup> )	$V_i$ (cm <sup>3</sup> )
1,4	10,0
1,4	9,0
1,3	8,0
1,2	7,0
0,8	6,0
0,8	5,0
0,6	4,0
0,6	3,0
0,4	2,0
0,2	1,0

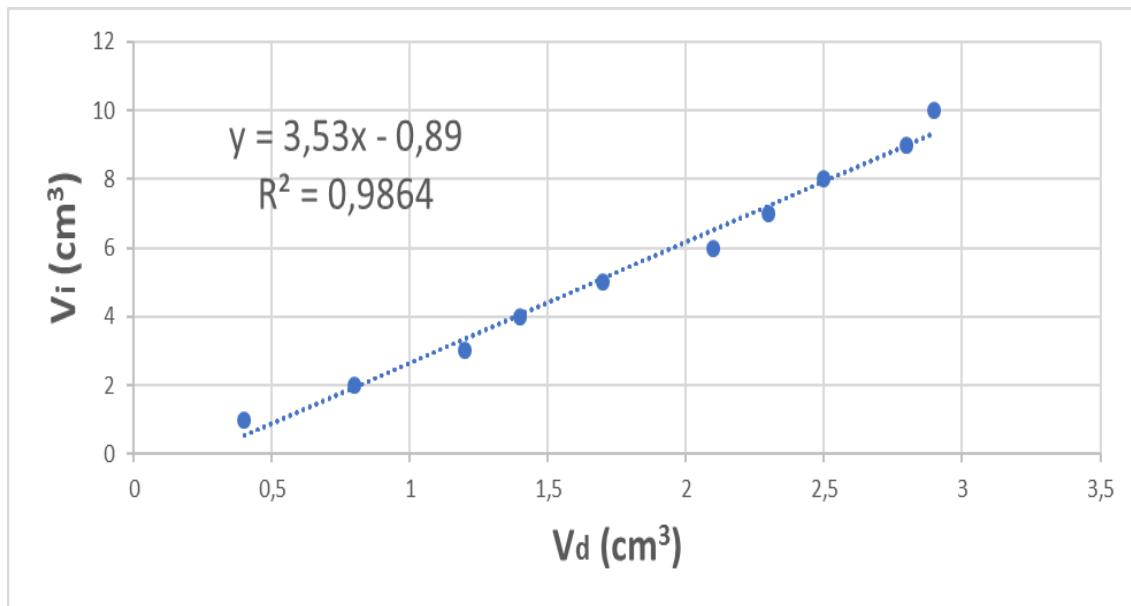
**Grafica 4:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **500g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** lubricada con vaselina y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.



**Tabla 5:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** lubricada con vaselina y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.

$V_d$ ( $\text{cm}^3$ )	$V_i$ ( $\text{cm}^3$ )
2,9	10,0
2,8	9,0
2,5	8,0
2,3	7,0
2,1	6,0
1,7	5,0
1,4	4,0
1,2	3,0
0,8	2,0
0,4	1,0

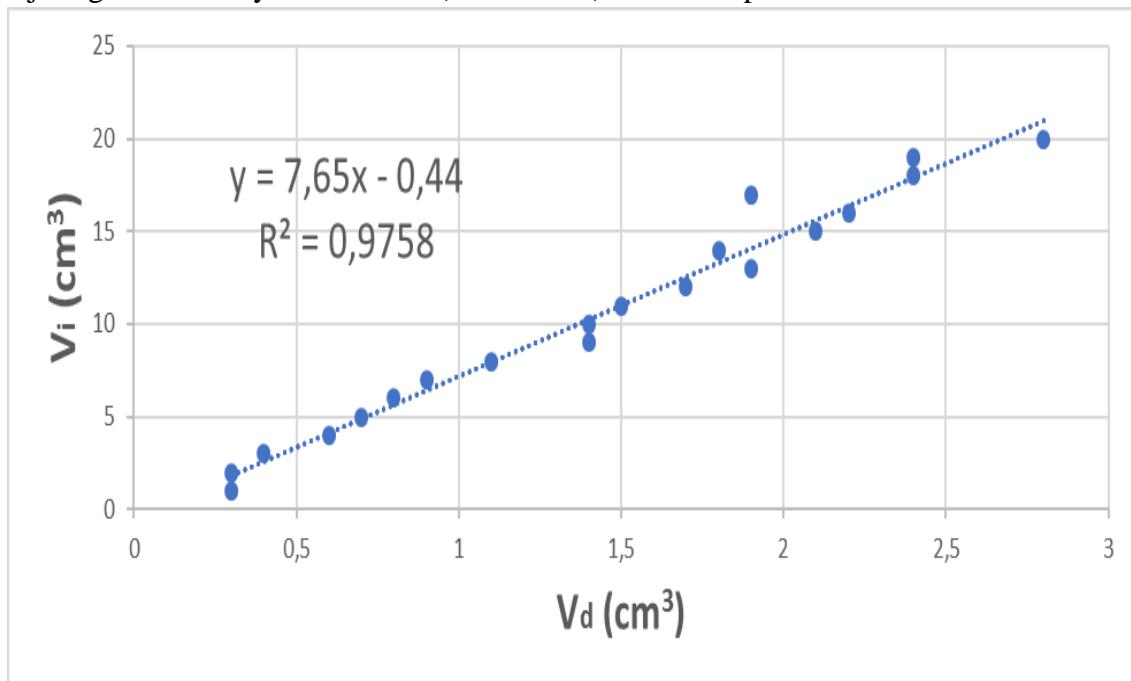
**Grafica 5:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **10cm<sup>3</sup>** lubricada con vaselina y de diámetro (**14.00±0.05**) mm a temperatura ambiente.



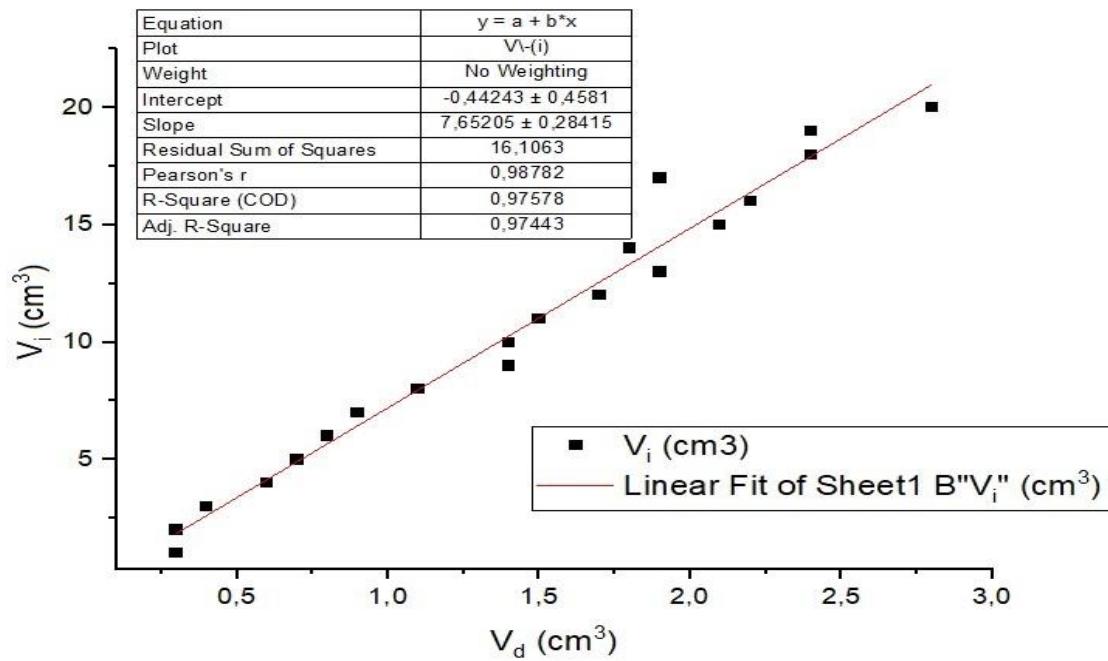
**Tabla 6:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **20cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**19.10±0.05**) mm a temperatura ambiente.

$V_d$ ( $\text{cm}^3$ )	$V_i$ ( $\text{cm}^3$ )
2,8	20,0
2,4	19,0
2,4	18,0
1,9	17,0
2,2	16,0
2,1	15,0
1,8	14,0
1,9	13,0
1,7	12,0
1,5	11,0
1,4	10,0
1,4	9,0
1,1	8,0
0,9	7,0
0,8	6,0
0,7	5,0
0,6	4,0
0,4	3,0
0,3	2,0
0,3	1,0

**Grafica 6a:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **20cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**19.10±0.05**) mm a temperatura ambiente.



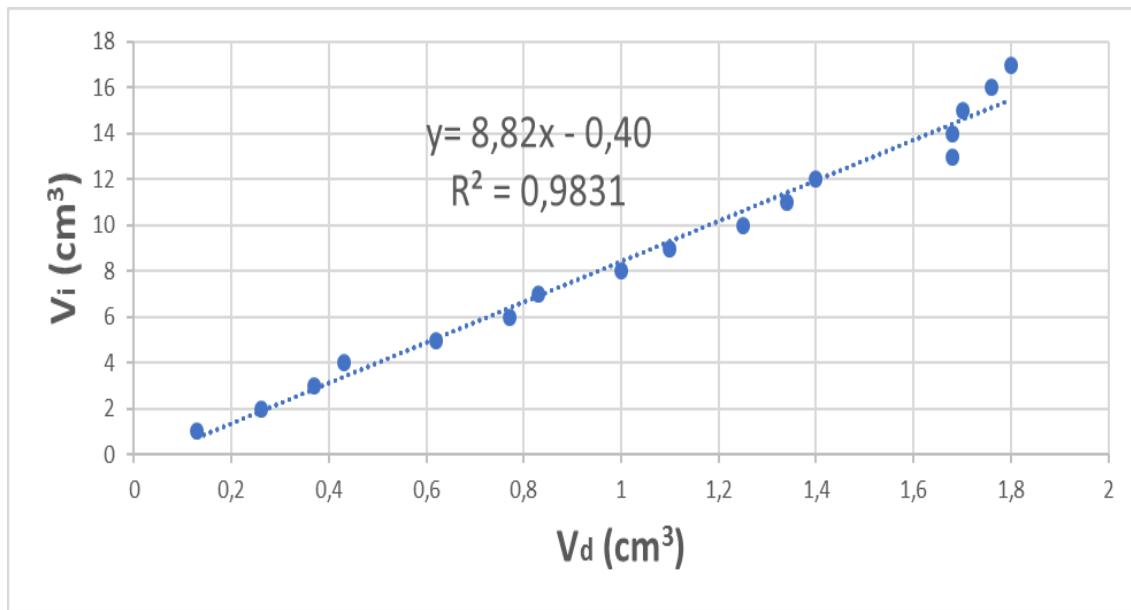
**Grafica 6b:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **1000g** en jeringa de **20cm<sup>3</sup>** y de diámetro (**19.10±0.05**) mm a temperatura ambiente.



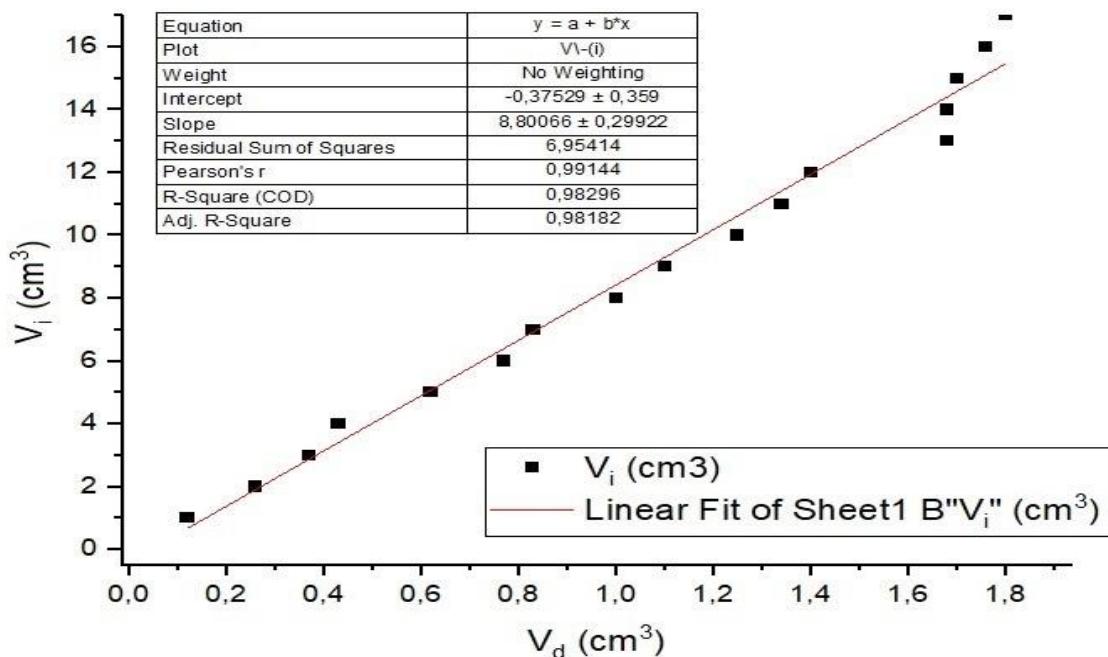
**Tabla 7:** Volumen inicial,  $V_i$  entre volumen de desplazamiento,  $V_d$  con una pesa de **500g** en jeringa de **20cm<sup>3</sup>**, con escala de **17cm<sup>3</sup>** y diámetro **(19.10±0.05) mm** a temperatura ambiente.

$V_d(\text{cm}^3)$	$V_i(\text{cm}^3)$
1,80	17,00
1,76	16,00
1,70	15,00
1,68	14,00
1,68	13,00
1,40	12,00
1,34	11,00
1,25	10,00
1,10	9,00
1,00	8,00
0,83	7,00
0,77	6,00
0,62	5,00
0,43	4,00
0,37	3,00
0,26	2,00
0,12	1,00

**Grafican 7a:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **500g** en jeringa de **20cm<sup>3</sup>**, con escala de **17cm<sup>3</sup>** y diámetro **(19.10±0.05) mm** a temperatura ambiente.



**Grafican 7b:** Volumen inicial,  $V_i$  entre el volumen de desplazamiento,  $V_d$  con pesa de **500g** en jeringa de **20cm<sup>3</sup>**, con escala de **17cm<sup>3</sup>** y diámetro (**19.10±0.05**) mm a temperatura ambiente.



### 3.3 ANALISIS DE RESULTADOS

De las gráficas (1, 2, 3, 4, 5, 6a, 6b, 7a y 7b), se verifica que el comportamiento de la compresión para diferentes volúmenes en la jeringa es lineal; lo que permite llevar a cabo su aplicación para medir volúmenes.

De acuerdo con las mismas graficas lineales se puede observar que la distribución de las medidas se acerca más a la recta cuando el valor de las pesas va aumentando. Se determinó que la mejor pesa para el prototipo fue la de 500g grafica (7), y no la de 1000g grafica (6), porque con esta el émbolo llega hasta el fondo de la jeringa impidiendo así saber cuál es el verdadero desplazamiento. y también hace inestable el equilibrio del prototipo para mantenerlo en pie cuando se lleva a cabo la medición del volumen de un cuerpo.

Durante el curso de las observaciones sistemáticas llevadas a cabo en los experimentos, se identificó que el valor constante K más acertado fue de 8.82 (correspondiente a la

pendiente de la recta que mejor se ajusta por método de mínimos cuadrada); esta constante es la razón entre el volumen inicial (sin la pesa) y el volumen del desplazamiento (émbolo con la pesa), como se muestra en la gráfica (7). Ahora considerando que  $V_D$ , representa el desplazamiento del aire comprimido con la pesa de 500g, cuando hay un cuerpo dentro de la cámara hermética; como la razón es la misma, el producto entre la constante  $K$  y este desplazamiento  $V_D$  da como resultado el volumen inicial  $V_i$  (ahora llamado  $V_h$ , que es el volumen total del prototipo) cuando existe un cuerpo dentro de la cámara hermética; como el cuerpo desplaza la magnitud de su volumen en el fluido (aire), entonces la diferencia entre el volumen inicial  $V_h$  y el producto entre  $K$  y  $V_D$  da como resultado el volumen del cuerpo  $V_C$ . De estos datos se obtiene la siguiente ecuación:

$$V_c = V_h - (K * V_D) \quad (1)$$

Donde,

$V_c$ : Volumen del cuerpo

$V_h$ : Volumen del prototipo (cámara hermética con jeringa)

$K$ : Constante

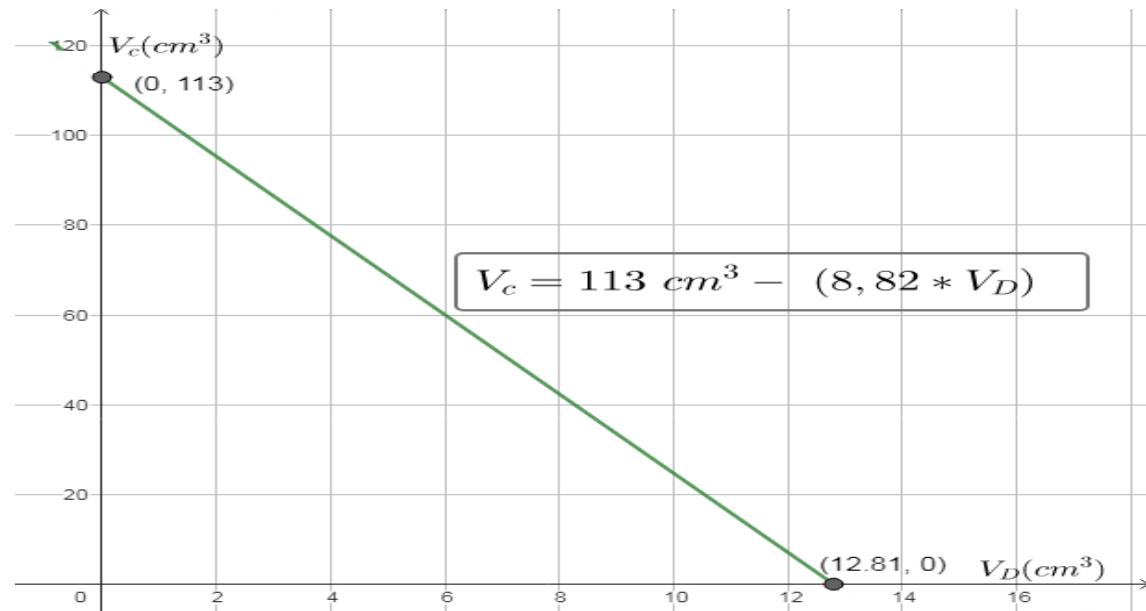
$V_D$ : Volumen de desplazamiento (cuando hay un cuerpo en la cámara).

La ecuación del prototipo propuesto es:

$$V_c = 113\text{cm}^3 - (8,82 * V_D) \quad (2)$$

La grafica (8) representa el comportamiento de las medidas de los volúmenes para diferentes objetos con el prototipo; la pendiente negativa representa la constante  $K$  de la ecuación; el intercepto en el eje horizontal de desplazamiento representa la no existencia de cuerpo alguno dentro de la cámara y el intercepto a lo largo del eje vertical del volumen del cuerpo representa lleno total del prototipo (volumen del prototipo).

**Grafica 8:** Comportamiento gráfico de la ecuación para medir volúmenes de cuerpos con el prototipo



Con el fin de comparar los tres procesos de medición de volúmenes, se utilizó los siguientes objetos: con forma regular una esfera cuyo diámetro es de  $(25,300 \pm 0,005)$  cm y un cubo cuyo lado mide  $(2,000 \pm 0,005)$  cm, y un objeto irregular, trozo de plastilina. La medida de la esfera y el cubo se realizó con un calibrador de precisión 0.05mm, ver figura (7). La medida del volumen del cuerpo irregular se realizó con una probeta que tiene una precisión de  $2\text{cm}^3$ .

Se calculó el volumen de la esfera y el cubo con sus correspondientes ecuaciones, también se midió este volumen por el desplazamiento del agua (principio de Arquímedes). El volumen de la plastilina (cuerpo irregular) se evaluó solo con el desplazamiento. Los resultados de estas medidas se encuentran en la tabla (8).

**Tabla 8:** Medidas de volúmenes de los cuerpos por métodos conocidos.

ESFERA		CUBO		PLASTILINA (cuerpo irregular)
Formula ( $\text{cm}^3$ )	Principio Arquímedes ( $\text{cm}^3$ )	Formula ( $\text{cm}^3$ )	Principio Arquímedes ( $\text{cm}^3$ )	Principio Arquímedes ( $\text{cm}^3$ )
<b><math>8,479 \pm 0,001</math></b>	<b><math>8 \pm 2</math></b>	<b><math>8,000 \pm 0,035</math></b>	<b><math>8 \pm 2</math></b>	<b><math>19 \pm 2</math></b>

La mayor dificultad para llevar a cabo las mediciones con el prototipo se debió a la fricción del émbolo, que resultó ser variable en las diferentes medidas por lo cual una forma de minimizar este efecto fue llevar a cabo, la toma de muchos datos y a partir de ellos y la ecuación (2), encontrar el volumen de cada uno de los cuerpos. Estos datos estan registrado en la tabla (9).

**Tabla 9: Volumen de cuerpos con el prototipo. Constante K=8,82.**

Nº Mediciones	ESFERA		CUBO		T. PLASTILINA	
	V <sub>D</sub> (cm <sup>3</sup> )	V <sub>c</sub> (cm <sup>3</sup> )	V <sub>D</sub> (cm <sup>3</sup> )	V <sub>c</sub> (cm <sup>3</sup> )	V <sub>D</sub> (cm <sup>3</sup> )	V <sub>c</sub> (cm <sup>3</sup> )
1	12,00	7,16	11,75	9,36	11,00	15,98
2	11,80	8,92	11,77	9,18	10,75	18,18
3	11,80	8,92	11,77	9,18	10,70	18,62
4	11,75	9,36	12,00	7,16	11,00	15,98
5	12,00	7,16	12,00	7,16	10,75	18,18
V <sub>c</sub> Final		8,30±1,06		8,40±1,14		17,38±1,30

## COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Todas las medidas de los cuerpos de la tabla (9) se interceptan con los valores de los volúmenes registrados en la tabla (8), lo cual muestra que las medidas llevadas a cabo con el prototipo son válidas porque se ajustan a los resultados efectuados con métodos convencionales.

Si se compara los valores centrales, teniendo en cuenta que los valores centrales aceptados son los de la tabla (8) se tienen los siguientes errores: para la esfera es 2,12%; para el cubo 5,00% y para el trozo de plastilina 8,53%; los resultados pueden haber sido afectados por la baja precisión de la probeta empleada, la cual presenta una incertidumbre de ±2cm<sup>3</sup>. Esta situación podría haber generado un sesgo en los cálculos realizados de manera indirecta. Sin embargo, a pesar de esta condición, los resultados continúan respaldando la idoneidad del método empleado para la medición de volúmenes mediante el prototipo.

**Tabla 10:** Masas de los cuerpos

<b>ESFERA (g)</b>	<b>CUBO (g)</b>	<b>PLASTILINA (CUERPO IRREGULAR) (g)</b>
66,36±0,01	60,97±0,01	22,16±0,01

La tabla (10) muestra la masa de los diferentes cuerpos hallados con una balanza de precisión de 0,01g.

**Tabla 11:** Comparaciones de densidades entre los cuerpos

<b>Tabla</b>	<b>ESFERA (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>CUBO (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>PLASTILINA (CUERPO IRREGULAR) (g/cm<sup>3</sup>)</b>
<b>(8)</b>	7,83±0,00	7,62±0,03	1±0
<b>(9)</b>	8,00±1,02	7,26±0,99	1,27±0,01

De acuerdo con los resultados de la tabla (11) las densidades de los cuerpos hallados a partir del volumen dado por el prototipo se interceptan con las densidades de los cuerpos donde sus volúmenes fueron determinados por métodos convencionales.

Si se compara los valores centrales, tomando los valores centrales aceptados los de la segunda fila tabla (11), se tienen los siguientes errores: para la esfera es 2,13%; para el cubo 4,72% estos resultados muestran que el método de medir volúmenes por medio del prototipo es aceptable. Para el trozo de plastilina el error es 27%; esto debido a la imprecisión de la probeta.

## CAPÍTULO IV CONCLUSIONES

Es viable utilizar la presión del aire para medir el volumen de cualquier cuerpo mediante la presión del aire, ya que los materiales del equipo de medición pueden soportar estas presiones sin deformarse, lo que garantiza mediciones aceptadas, donde demuestra que es posible crear soluciones prácticas y funcionales. Este enfoque garantiza que el proceso de medición de volúmenes por medio de la presión del aire sea accesible lo que lo convierte en una herramienta valiosa en entornos educativos y de investigación. Siendo así que los materiales requeridos son comunes y económicos. La capacidad de utilizar recursos fácilmente disponibles y los resultados obtenidos resaltan la utilidad del instrumento construido.

Se compararon volúmenes de cuerpos regulares determinados por otros métodos con la medición hecha con el prototipo propuesto, de acuerdo con los resultados el prototipo muestra un funcionamiento aceptable con este método de medición. Los resultados son consistentes y comparables entre los métodos, por lo tanto, el instrumento desarrollado es efectivo para medir volúmenes de cuerpos regulares de manera aceptable. Esta concordancia en los resultados valida la utilidad del instrumento para realizar mediciones de volúmenes.

Se hallaron volúmenes de cuerpos irregulares utilizando el instrumento propuesto, demostrando evidencia de su flexibilidad y utilidad en una variedad de contextos. Al permitir la medición de volúmenes de formas no convencionales, el prototipo ofrece una solución efectiva para desafíos de medición que podrían presentarse con objetos de geometrías complejas. La ecuación del prototipo construido que permite hallar el volumen del cuerpo es  $V_e = 113\text{cm}^3 - (8,82 * V_p)$ , Esta capacidad de adaptación y precisión en la medición de cuerpos irregulares resalta la validación del instrumento como una herramienta versátil y práctica en campos donde la precisión en la medición de volúmenes es fundamental.

La determinación de la densidad de los cuerpos a partir del volumen hallado y la masa proporciona una medida fundamental de la composición y la densidad de los materiales. Al combinar la masa conocida con el volumen medido con un valor aceptado, utilizando el instrumento propuesto, se obtiene una medida confiable de la densidad de los objetos. Esta capacidad para determinar la densidad de manera directa destaca la utilidad del instrumento en aplicaciones donde se requiere el análisis de las propiedades físicas de los materiales. La obtención de datos contribuye a una mejor comprensión de las características y comportamientos de los objetos, lo que puede ser invaluable en campos como la ingeniería, la investigación científica y la industria.

Se verificó que variando el volumen del aire en la jeringa y aplicando la misma presión, la razón entre el volumen inicial y el volumen final se mantiene constante.

## **TRABAJOS A FUTUROS**

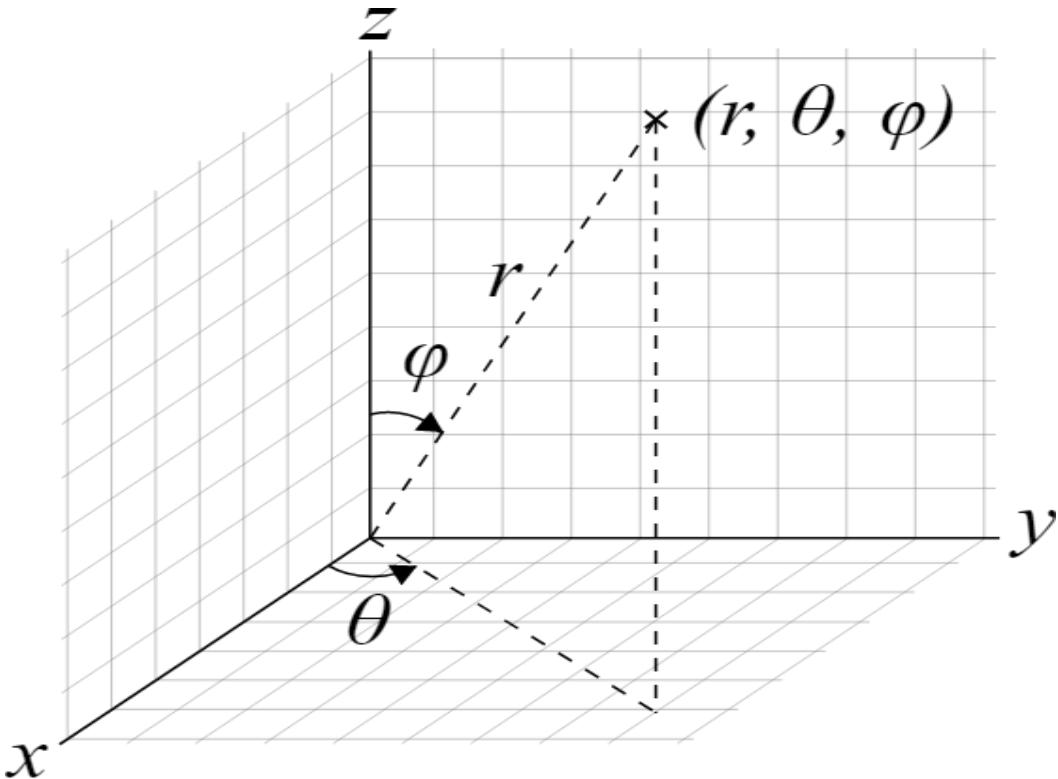
- Como cambia la constante hallada con la pendiente, si se realiza las mediciones. en diferentes pisos térmicos.
- La relación de la constante con la masa de la pesa, el área o diámetro de la jeringa.
- Mejorar el prototipo minimizando el efecto de la fricción.

## REFERENCIAS

- [1] Young, H. D., Freedman, R. A., & Ford, A. L. (2008). *Sears and Zemansky's University Physics*. Pearson Education.
- [2] Mohazzab, P. (2017). Archimedes' principle revisited. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 05(04), 836–843.<https://doi.org/10.4236/jamp.2017.54073>
- [3] Serway, R. A., Jewett, J. W., and Olguín, V. C. (2007). Física Para Ciencias E Ingeniería. CENGAGE Learning.
- [4] Mohazzabi, P. and James, M.C. (2012) A Simple Apparatus for Demonstrating Fluid Forces and Newton's Third Law. *The Physics Teacher*, 50, 537-539.
- [5] Kavvouras, P. K., and Fotopoulou, M. (2006). A Note on a Simple Device for Measuring Wooden Artefact Volume. *Studies in Conservation*, 51(4), 291-296. <https://doi.org/10.1179/sic.2006.51.4.291>
- [6] <https://mathblas.com/curso-de-quimica/ley-de-los-gases-ideales-ejemplos-y-ejercicios-resueltos/>
- [7] Barrera, B. G. (2017). Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza del Principio de Arquímedes [Tesis]. Universidad Pedagógica Nacional.
- [8] Siswantoro, J., Prabuwono, A. S., and Abdullah, A. (2012). Volume Measurement of Food Product with Irregular Shape Using Computer Vision and Monte Carlo Method: A Framework. *Procedia Technology*, 11, 764-770.
- [9] Lee, D., Xu, X., Eifert, J. D., and Zhan, P. (2006). Area and volume measurements of objects with irregular shapes using multiple silhouettes. *Optical Engineering*, 45(2), 027202.
- [10] Koc, A. (2007d). Determination of watermelon volume using ellipsoid approximation and image processing. *Postharvest Biology and Technology*, 45(3), 366-371.<https://doi.org/10.1016/j.postharvbio.2007.03.010>
- [11] Fayos, I. C. (2019). Demostración del volumen de la esfera, una muestra genético-histórica. Opción: *Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, (90), 542-580.

## ANEXOS

**Demostración por integrales triples en coordenadas esféricas para el volumen de una esfera**



En esta demostración se utilizó la siguiente convención. (En todas las descripciones la "línea radial" es la línea entre el punto del que estamos dando las coordenadas y el origen).

$r$  indica la longitud de la línea radial.

$\theta$  el ángulo alrededor del eje  $z$ . Específicamente, si proyectas la línea radial en el plano  $xy$ ,

$\theta$  es el ángulo que hace esa línea con el eje  $x$ .

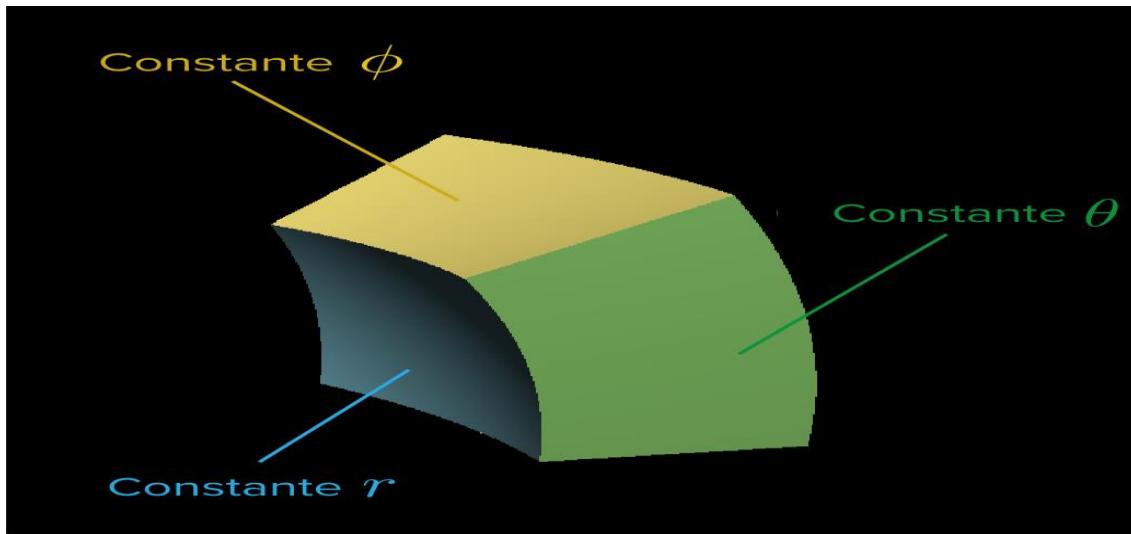
$\varphi$  el ángulo entre la línea radial y el eje  $z$ .

Cuando resuelve una integral triple, si eliges describir la función y los límites de tu región con coordenadas esféricas,  $(r, \theta, \varphi)$ , el volumen pequeño  $dV$  se desarrolla como se indica a continuación:

$$\iiint_R f(r, \theta, \varphi) dV$$

Cuando se integra sobre una región tridimensional,  $\mathbf{R}$ , es útil imaginar que la cortas en infinitos pedazos infinitamente pequeños, cada uno con volumen  $dV$ .

En coordenadas esféricas, es útil pensar en estos pedazos pequeños como bloques ligeramente curveados que "abrazan" una esfera. Voy a dibujar una versión bastante grande de uno de estos trozos, en parte para exagerar su curvatura, y en parte para que lo visualices. Por ejemplo, así es como se vería uno en tres dimensiones:



La razón de esta forma es que cada cara representa un valor constante para una de las coordenadas esféricas:

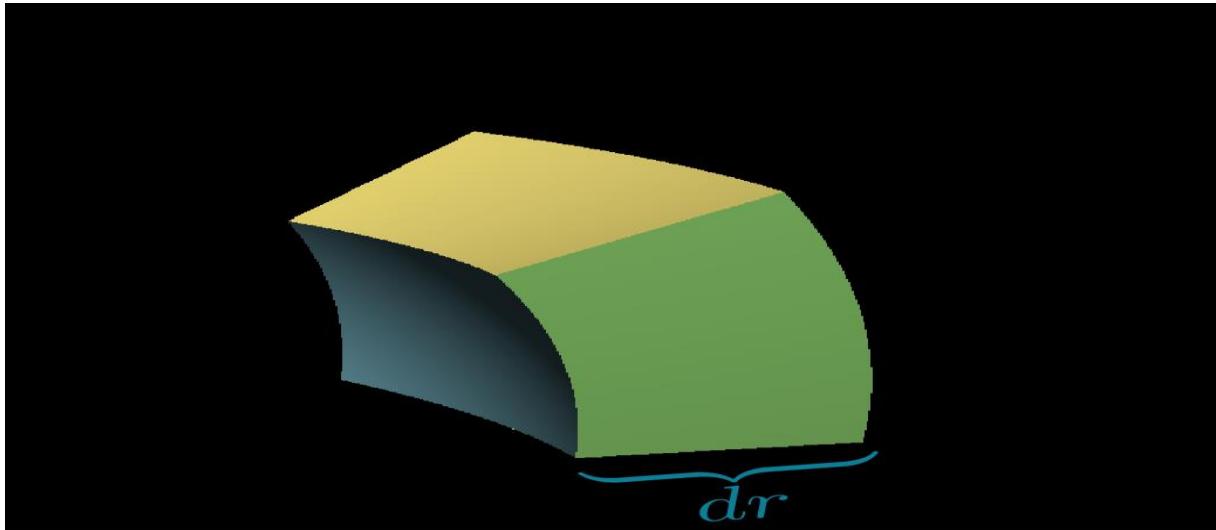
Un par de caras representa valores constantes de  $r$  (ligeramente curvas, como si abrazaran la esfera).

Un par de caras representa valores constantes de  $\phi$ .

Un par de caras representa valores constantes de  $\theta$ .

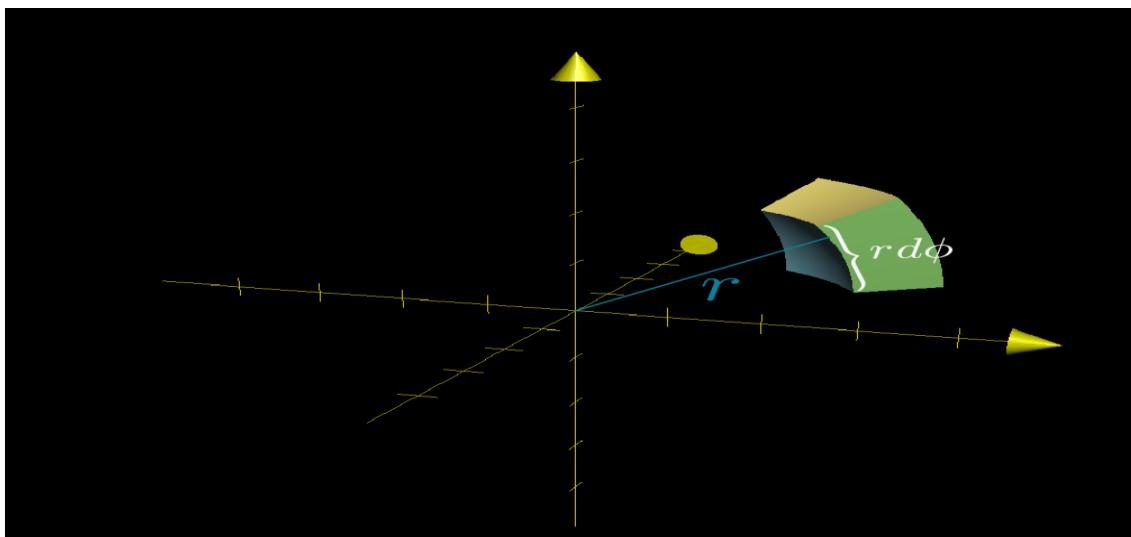
¿Por qué esto es importante? Porque la manera en la que funcionan las integrales múltiples es que cada integral individual trata todas las coordenadas como constantes, excepto una. Por lo tanto, al considerar cómo la integral múltiple en conjunto reúne estos pedazos pequeños, es más natural pensar en pedazos cuyo volumen pueda expresarse en términos de cambios de coordenadas individuales. Esto se te hará más claro mientras avances en la lectura.

Conforme el tamaño de estos bloques se aproxima a cero, la curva se volverá tan insignificante que podemos tratarlos como prismas rectangulares. Un borde representa un pequeño cambio en longitud de la distancia medida desde el origen,  $dr$ :

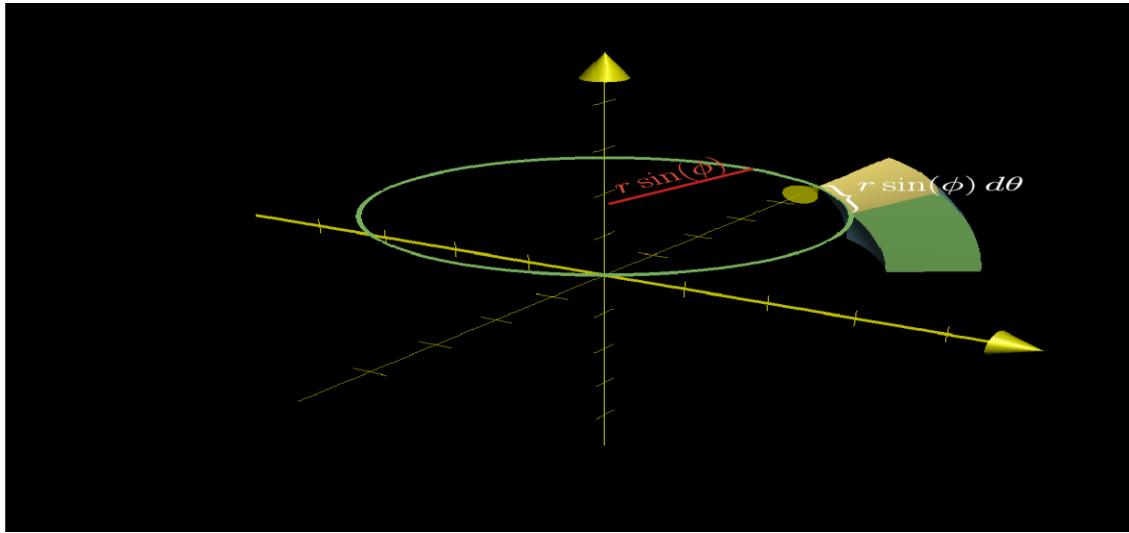


Los otros dos bordes están relacionados con los cambios pequeños en las otras dos coordenadas,  $d\theta$  y  $d\varphi$ .

Ahora, el borde que representa un cambio en  $\varphi$  tiene longitud  $r d\varphi$ :



El borde que representa un cambio en  $\theta$  es un poco más complicado. Este borde es parte de un círculo que envuelve el eje  $z$ , y el radio de ese círculo no es  $r$  sino  $r \sin \theta$ . Esto significa que la longitud de arco debida a un pequeño cambio  $\theta$  es  $r \sin \theta d\theta$ .



Al juntar todo, podemos expresar el volumen de nuestro bloque "rectangular" en términos de  $dr$ ,  $d\varphi$  y  $d\theta$  al tomar el producto de todas las longitudes de sus lados.

$$dV = (dr)(rd\varphi)(r \sin \varphi d\theta) = r^2 \sin \varphi dr d\varphi d\theta$$

En otras palabras, cuando tienes una integral triple,

$$\iiint_R f(r, \theta, \varphi) dV$$

y decides expresar los límites y la función esférica usando coordenadas esféricas, no puedes simplemente reemplazar  $dV$  con  $dr d\varphi d\theta$ . Debes recordar también el término  $r^2 \sin \theta$

$$\iiint_R f(r, \theta, \varphi) r^2 \sin \varphi dr d\varphi d\theta$$

Para nuestro caso tenemos una esfera de radio  $R$ , por lo tanto, se tiene los siguientes límites para la esfera:

$$\begin{aligned} 0 &\leq r \leq R \\ 0 &\leq \varphi \leq \pi \\ 0 &\leq \theta \leq 2\pi \end{aligned}$$

Usando estos límites, junto con el hecho de que:

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\varphi d\theta$$

Se comenzó a escribir la integral de la siguiente forma:

$$V = \iiint_{\text{Esfera}} dV = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^R r^2 \sin \varphi dr d\varphi d\theta$$

Primero, se integró respecto a  $r$ :

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[ \frac{r^3}{3} \sin \varphi \right]_0^R d\varphi d\theta$$

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{R^3}{3} \sin \varphi d\varphi d\theta$$

Luego, se integró respecto a  $\varphi$ :

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{R^3}{3} [-\cos \varphi]_0^\pi d\theta$$

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{R^3}{3} [-\cos \pi - (-\cos 0)] d\theta$$

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{2R^3}{3} d\theta$$

Finalmente, se integró respecto a  $\theta$ :

$$V = \left[ \frac{2R^3}{3} \theta \right]_0^{2\pi}$$

$$V = \frac{2R^3}{3} (2\pi - 0)$$

Por lo tanto, queda demostró, que el volumen de una esfera de radio R esta dado por:

$$\boxed{V = \frac{4\pi R^3}{3}}$$

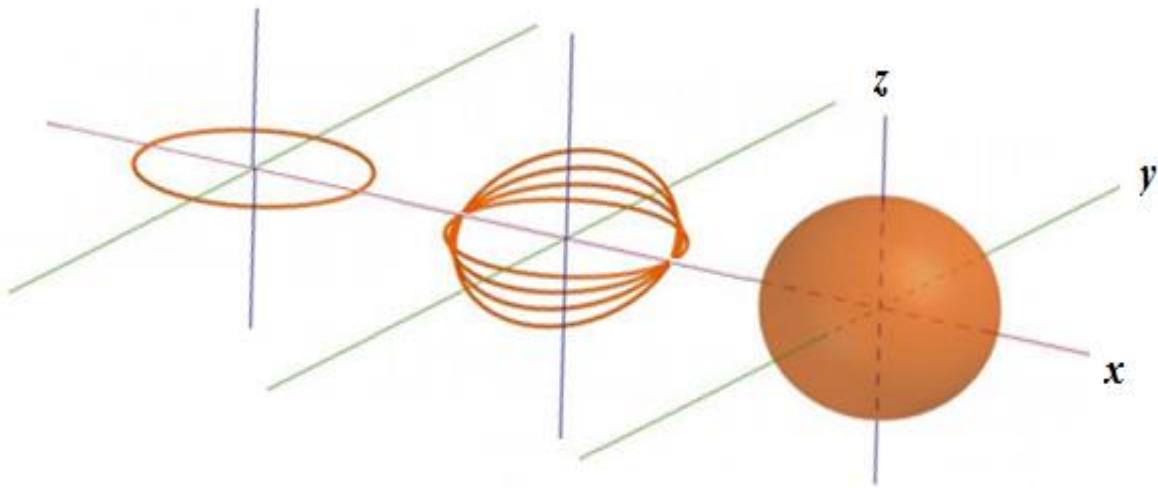
## Demostración del volumen de una esfera partiendo de coordenadas cartesianas

La ecuación del círculo con coordenadas cartesianas (centrado en el origen y de radio r):

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Si despejamos la coordenada y, y nos quedamos con la parte positiva, obtenemos un semicírculo (superior) de extremos  $-r \leq x \leq r$ :

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$



Por el método de los discos sabemos que el volumen del cuerpo de revolución generado por y rotando en el eje x es similar a como se muestra en la figura anterior:

$$V_e = \pi \int_{-r}^r y^2 dr$$

Donde  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$  y se integra:

$$V_e = \pi \int_{-r}^r (\sqrt{r^2 - x^2})^2 dr = \pi \int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx$$

Se evalúo:

$$V_e = \left[ \pi r^2 x - \pi \frac{x^3}{3} \right]_{-r}^r$$

Se simplificó términos:

$$V_e = \left( \pi r^3 - \pi \frac{r^3}{3} \right) - \left( \pi(-r^3) + \pi \frac{(-r^3)}{3} \right)$$

$$V_e = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3$$

Finalmente se demuestró el volumen de una esfera esta dado por:

$$V_e = \frac{4}{3}\pi r^3$$