



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 28 de abril de 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

JHOAN SEBASTIAN CUELLAR VARGAS, con C.C. No. 1077012593,

JULIAN CAMILO CHAUX ALVAREZ, con C.C. No. 1075274321,

_____, con C.C. No. _____,

_____, con C.C. No. _____,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado o _____

titulado LA MODELACIÓN EN LIBROS DE TEXTO: UN ESTUDIO DESDE LA FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN.

presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de _____

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

JHOAN SEBASTIAN CUELLAR VARGAS

Firma:

JULIAN CAMILO CHAUX ALVAREZ

Firma:



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: LA MODELACIÓN EN LIBROS DE TEXTO: UN ESTUDIO DESDE LA FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
CUELLAR VARGAS	JHOAN SEBASTIAN
CHAUX ALVAREZ	JULIAN CAMILO

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ALVIS PUENTES	JOHNNY FERNANDO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ALVIS PUENTES	JOHNNY FERNANDO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: LICENCIADO EN MATEMATICAS

FACULTAD: EDUCACION

PROGRAMA O POSGRADO: LICENCIATURA EN MATEMATICAS

CIUDAD: NEIVA

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2017

NÚMERO DE PÁGINAS: 78

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas___ Fotografías_X_ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general___ Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___
Tablas o Cuadros_X_

Vigilada mieducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO: NINGUNO

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Modelación Matemática	Mathematical Modeling
2. Libro de texto	Textbooks
3. Ciclo de Modelación	Modeling cycle
4. Análisis tridimensional	Three-dimensional Analysis
5. Tareas matemáticas	Mathematical task

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El presente trabajo de grado, se centra en dar a conocer los resultados de un trabajo de investigación, que pretende determinar el desarrollo de la modelación matemática escolar a través de las funciones lineal y afín, en libros de texto del grado noveno de la Educación Básica Colombiana. Para tal propósito se emplea el análisis tridimensional de Schubring (1987) y el ciclo de modelación descrito por Villa (2007), con el fin de identificar las fases de la modelación y los cambios de los libros de texto, sucedidos en el periodo 2010-2016. Los análisis elaborados cualitativamente, evidencian que en los libros de texto trabajados, se presentan mayormente tareas de reproducción que dificultan el proceso de la modelación.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	3 de 3
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The present work of degree, focuses on presenting the results of a research work, which seeks to determine the development of school mathematical modeling through linear and related functions, in textbooks of the ninth grade of Basic Education Colombian For this purpose the three-dimensional analysis of Schubring (1987) and the modeling cycle described by Villa (2007) are used, in order to identify the modeling phases and the changes of the textbooks, happened in the period 2010- 2016. The qualitatively elaborated analyzes show that the books present, mainly reproductive tasks that make difficult the modeling process.

APROBACION DE LA TESIS

FABIAN ANDRES MURCIA CABALLERO


JURADO CALIFICADOR:



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

La Modelación en Libros de Texto: Un
estudio desde la función lineal y afín

Jhoan Sebastián Cuéllar Vargas
Julián Camilo Chaux Álvarez

Neiva, Huila
2017



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

La Modelación en Libros de Texto: Un
estudio desde la función lineal y afín

*Trabajo presentado como requisito de grado
para optar al Título de licenciados en Matemáticas*

Jhoan Sebastián Cuéllar Vargas

20111101278

Julián Camilo Chaux Álvarez

20111100801

Asesor:

Magister Johnny Fernando Alvis Puentes

Neiva, Huila
2017

Nota de Aceptación

Jefe de Programa

Asesor

Segundo Lector

Neiva, Abril de 2017

AGRADECIMIENTOS

Iniciando le damos gracias a Dios por darnos fortaleza y perseverancia en este camino de formación y permitirnos cumplir un logro más en nuestra vida como futuros Docentes.

A nuestra familia por brindarnos toda la energía del mundo y apoyarnos en este proceso de formación.

A la Universidad Surcolombiana (USCO) en especial a los profesores del Programa de Licenciatura en Matemáticas por su compromiso con la formación de excelentes Docentes en Colombia.

Le agradecemos al profesor Mag. Jhonny Fernando Alvis Puentes por darnos la oportunidad de trabajar con él en este trabajo de grado, por su valioso tiempo, además por sus consejos y observaciones siempre oportunas y su apoyo incondicional durante este proceso de formación y por motivarnos a continuar con nuestros estudios de posgrado.

Presentación	10
1. Los Libros de Texto y la Modelación	12
1.1. Antecedentes	12
1.1.1. Sobre los Libros de Texto en las Matemáticas Escolares	12
1.1.2. Sobre la Modelación en las Matemáticas Escolares	15
1.2. Formulación y Descripción del Problema	17
Objetivos	19
2. Marco Teórico	20
2.1. Análisis de Libros de Texto	20
2.2. Modelación Matemática	24
2.3. Fases de la Modelación Matemática	29
2.4. Análisis Didáctico	34
2.5. Análisis de Contenido	36
2.5.1. Estructura Conceptual	36
2.5.2. Sistema de Representación.	37
2.5.3. Análisis fenomenológico.	41
2.5.4. Fenomenología de la Función Lineal y Función Afín en las Ciencias . . .	41
2.6. Tarea y Actividad Matemática	42
2.6.1. Niveles de Complejidad Cognitivo	44
3. Metodología de la Investigación	46
4. Análisis de Libro de Texto	49
5. Proceso de Modelación desde el Análisis de Tareas	64
6. Conclusiones y Recomendaciones	74
Bibliografía	76

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Esquema Proceso de Modelación.	31
2.2. Ciclo de Análisis Didáctico y sus Condicionantes	35
2.3. Expresión Algebraica	38
2.4. Gráfica.	39
2.5. Diagrama.	40
2.6. Sistemas de representación.	40
4.1. Presentación Edición 2013	50
4.2. Presentación Edición 2014	50
4.3. Página Inicial ediciones 2013 y 2014.	51
4.4. Desarrollo de temáticas ediciones 2013 y 2014.	52
4.5. Ejercicios Para Repasar.	53
4.6. Problemas Para Repasar.	53
4.7. Calendario de Actividades.	54
4.8. Razonamiento Matemático.	54
4.9. Libros de Texto Santillana S.A.	55
4.10. Página de Inicio Hipertexto 2010.	57
4.11. Desarrollo de Temáticas Hipertexto 2010.	57
4.12. Habilidades Matemáticas.	58
4.13. Taller. Hipertexto 2010.	58
4.14. Síntesis. Hipertexto 2010.	59
4.15. Herramienta Tecnológica.	59
4.16. Presentación P. E. Siglo XXI.	60
4.17. Apertura de Unidad.	61
4.18. Páginas de Contenido.	61
4.19. Evaluación Equivalente.	62
4.20. Prueba Saber.	62
5.1. Tarea 1. Los Caminos del Saber 2013, Pág 94	65
5.2. Tarea 1. Variables	66
5.3. Tarea 1. Relación de variables.	66
5.4. Tarea 1. Solución Matemática	66
5.5. Gráfica Tarea 1:: Los Caminos del Saber, 2013.	67
5.6. Tarea 2. Los Caminos del Saber 2013, pág 97.	67

5.7. Tarea 2. Variables.	68
5.8. Tarea 2. Expresión Algebraíca.	68
5.9. Tarea 2. Solución Matemática.	68
5.10. Tarea 1.Siglo XXI 2016, pág 100	69
5.11. Tarea 1. Variables.	70
5.12. Tarea 1. Abstracción.	70
5.13. Tarea 1. Solución Matemática.	71
5.14. Gráfica Tarea 1. P.E. SIGLO XXI.	71
5.15. Observación Tarea 2: P.E. SIGLO XXI 2016.	72
5.16. Gráfica de la Tarea 2: P.E. SIGLO XXI.	73

ÍNDICE DE CUADROS

2.1. Diferencias entre el proceso de modelación en las ciencias y como recurso en las aulas de matemáticas (Villa, 2007).	32
2.2. Descripción Verbal	38
2.3. Tablas de Valores.	39
4.1. Ediciones “Los Caminos del Saber”	49
5.1. Tareas a Analizar.	64
5.2. Tabla de Valores Tarea 1:P.E. SIGLO XXI.	71
5.3. Tarea 2. P.E. SIGLO XXI 2016, pág. 97	72

El presente trabajo de grado, se centra en dar a conocer los resultados de un trabajo de investigación, que pretende determinar el desarrollo de la modelación matemática escolar a través de las funciones lineal y afín, en libros de texto del grado noveno de la Educación Básica Colombiana. Para tal propósito se emplea el análisis tridimensional de Schubring (1987) y el ciclo de modelación descrito por Villa (2007), con el fin de identificar las fases de la modelación y los cambios de los libros de texto, sucedidos en el periodo 2010-2016. Los análisis elaborados cualitativamente, evidencian que los libros presentan, mayormente tareas de reproducción que dificultan el proceso de la modelación.

Palabras-claves: Modelación Matemática, Libro de texto, Ciclo de Modelación, Análisis tridimensional, Función Lineal, Función Afín tareas matemáticas, niveles de complejidad.

ABSTRAC

The present work of degree, focuses on presenting the results of a research work, which seeks to determine the development of school mathematical modeling through linear and related functions, in textbooks of the ninth grade of Basic Education Colombian For this purpose the three-dimensional analysis of Schubring (1987) and the modeling cycle described by Villa (2007) are used, in order to identify the modeling phases and the changes of the textbooks, happened in the period 2010- 2016. The qualitatively elaborated analyzes show that the books present, mainly reproductive tasks that make difficult the modeling process.

Durante los últimos años con los bajos resultados obtenidos por parte de los estudiantes en las pruebas de Estado (Pruebas Saber) en el Departamento del Huila y en un contexto nacional los resultados de las pruebas PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), elaborado por la OCDE¹, los bajos resultados colocan en duda la calidad de la enseñanza en las instituciones educativas, donde se manifiesta que no se gestiona un aprendizaje para la vida. Eventualidad que expresan los mismos estudiantes al preguntar a su maestro el uso particular en matemáticas de una ecuación en su vida cotidiana. Generalmente este problema se presenta cuando el profesor no logra dar sentido y validez a sus respuestas en las inquietudes de los estudiantes (Berrio, 2011).

De acuerdo al punto mencionado anteriormente y siguiendo el direccionamiento de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) donde; expresan que “las matemáticas en la escuela tienen un papel esencialmente instrumental, que por una parte se refleja en el desarrollo de habilidades y destrezas para resolver problemas de la vida práctica, para usar ágilmente el lenguaje simbólico, los procedimientos, algoritmos y, por otra, en el desarrollo del pensamiento lógico-formal” (MEN, 1998, pág 48) centramos la atención en la modelación matemática como proceso de la actividades matemáticas, que gestionan dicho fin.

Una herramienta para los maestros y estudiantes, de uso práctico son los textos escolares; materiales didácticos de mayor uso en la planificación, preparación y desarrollo de las clases de matemáticas (González y Sierra, 2004). Desempeñan un papel esencial en la articulación de las exigencias curriculares nacionales con la praxis educativa, al reflejar parcialmente las intenciones de los planes de estudio presentes en los documentos oficiales (Schmidt y otros, 1996); además, son una fuente para identificar el contenido cubierto y el modo en que se presenta en el aula (Cobo y Batanero, 2004). En este sentido, es claro por qué en las últimas décadas la investigación en educación matemática ha desarrollado cierto interés en estudiar cómo promueven los libros de texto la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Es por ello que al realizar el análisis de libros de texto se tiene diferentes propósitos tales como reconocer la manera en que la modelación matemática vive en los libros de texto de matemática, así como la manera en que estos son usados por los docentes para el desarrollo de su contenido.

¹OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

Atendiendo las anteriores consideraciones en la presente investigación titulada **La Modelación en Libros de Texto: Un estudio desde la función lineal y afín** se pretende hacer un análisis cualitativo con características descriptivas e interpretativas utilizando las fases de la modelización presentes en textos escolares a través de las funciones lineal y afín. Lo correspondiente al análisis de libros texto está orientado desde la perspectiva de Schubring (1987)², y a lo referente con el objeto de investigación la modelación se citará a Villa (2013). Como referente metodológico de la función lineal y la función afín se considerará la editorial Santillana, como herramienta de los docentes en el aprendizaje y preparación de los estudiantes de educación básica, y así observar que tipo de modelos se están implementando para el desarrollo de los diferentes contenidos en los editoriales mencionados.

Particularmente se quiere desarrollar un estudio más detenido sobre la forma en que se implementa la modelación en los libros de texto a través de la función lineal y afín.

Esta investigación está distribuida en 6 capítulos, los cuales se describen a continuación.

En el capítulo primero se describe el problema de la investigación, en él se justifica la importancia del libro de texto y de la modelación desde una perspectiva escolar, se plantea el problema y los objetivos de la investigación.

En el capítulo segundo se expone un referente teórico que permite al lector contextualizarse con las matemáticas escolares, el análisis de libros texto, el concepto de función lineal y función afín y la modelación matemática escolar e incluyendo las diferentes fases de modelación matemáticas utilizadas para el respectivo estudio.

En el capítulo tercero se plantea una descripción de la metodología utilizada en la investigación para la realización del estudio, que para este caso, es analizar la presentación de las tareas propuestas sobre el estudio de las funciones lineal y afín, teniendo como objeto de análisis, libros de texto de matemáticas diseñados para el grado noveno, los cuales pertenecen a una editorial de las que actualmente se encuentran vigente en el mercado, y además su uso, es sugerido por el Ministerio de Educación.

En el cuarto y quinto capítulo respectivamente se realiza los análisis del libro de texto trabajado a partir de la perspectiva de Schubring, además de las tareas propuesta en dicho editorial las cuales se analizaran con respecto a las diferentes fases de la modelación matemática escolar.

En el sexto y último capítulo se presentan las diferentes conclusiones frente a los objetivos propuesto en el desarrollo de la investigación **La Modelación en Libros de Texto: Un estudio desde la función lineal y afín**.

²Schubring (1987) ,propone un modelo para la metodología de análisis de libros de textos históricos, con un enfoque holístico en el cual establece tres dimensiones.

CAPÍTULO 1

LOS LIBROS DE TEXTO Y LA MODELACIÓN

En el presente capítulo se dan a conocer los antecedentes los cuales han sido caracterizados de acuerdo a ejes temáticos de esta investigación, uno sobre la investigación de los libros de texto en la matemática escolar y otro sobre la modelación matemática. Así mismo se propone la formulación del problema objeto de estudio y se determinan los objetivos.

1.1. Antecedentes

Revisando investigaciones relacionadas con la temática de este estudio, se encuentran los siguientes trabajos: Sobre los Libros de Texto en las Matemáticas Escolares realizados por Sierra, Gonzáles y López (1999), García, Serrano Y Espítia (1997), Sierra y Gonzáles (2004) Dhombres(1984), Coronado y Montealegre (2007);y Sobre la Modelación en la Matemáticas Escolares realizados por Villa(2007, 2013), Verschaffel, De Corte y Borghart (1997). Estas investigaciones se escogieron porque la primera propone un método para analizar los cambios de los libros de texto en un periodo, pueden ser utilizados para el presente estudio. El segundo antecedente investigativo, sugiere una estrategia para analizar el desarrollo de la modelación a partir de las tareas matemáticas planteadas en los libros de textos. A continuación se describen con más detalles dichos antecedentes.

1.1.1. Sobre los Libros de Texto en las Matemáticas Escolares

Según la revisión de la literatura especializada que se ha realizado, son varios los aportes que la investigación en Educación Matemática ha realizado en torno a cómo se presenta el contenido matemático en los manuales escolares.

El análisis de libro de texto es en la actualidad una línea muy importante en Didáctica, puesto que son un recurso y un apoyo del saber para el estudio de las Matemáticas en todo nivel de formación; es por ello que numerosos investigadores hablan sobre la importancia del análisis de libros de textos, expresandosen hacia estos como una reconstrucción social, que toma como referencia el mundo exterior. De no ser así, no podríamos relacionar el texto con cuestiones tales como los datos o las explicaciones que a diario nos toca conectar para dar solución a ciertos problemas. La idea de centrar la atención en los libros de texto se consolida a través de algunos estudios e investigaciones que resaltan las implicaciones que tiene este tipo de recurso

en los ejercicios y problemas que plantea habitualmente el docente en clase de matemáticas.

Al respecto Selva y Borba (2013) señalan que en muchos casos el libro de texto se considera como el principal referente del trabajo propuesto en el salón de clase debido, en buena parte, a la ausencia de otros materiales que orienten a los profesores en relación con lo que debe enseñarse y cómo debe hacerse.

Dentro de ese número de pensadores e investigadores en Educación Matemática que han trabajado en torno al libro de texto, cabe destacar a Sierra, González y López(1999), que dentro de su investigación “ Evolución histórica del Concepto de Límite Funcional en libros de textos...”, realizan un análisis con los fundamentos de las ideas de Schubring(1987). En esta investigación se seleccionan 27 textos escolares de los más reconocidos y se seleccionan tres periodos: primer periodo (1940-1967), segundo periodo (197-1975) y tercer periodo (1975-1995). Consideran para el análisis, los cambios que se han podido producir, debido a sus diversas ediciones, además compararán estos libros de texto con el fin de establecer su relación con programas curriculares de carácter oficial.El análisis de libros de texto lo desarrollan en tres etapas las cuales van de lo general a lo específico del estudio en cuestión ellas son:

- 1) Elaboración de fichas de cada texto seleccionado.
- 2) Elaboración de tablas comparativas de los libros de texto a analizar en el estudio.
- 3) Consideración de las tres dimensiones: conceptual, didáctico-cognitivo y fenomenológico.

En síntesis, los autores Sierra, Gonzales y López sustentan que existen algunos aspectos de transición de periodo a periodo en los texto analizados, sin embargo se ha encontrado diferencias importantes dentro de un mismo período seleccionado. En este sentido, los autores resaltan en un primer periodo, el énfasis en el rigor de las definiciones, en un segundo, el paso del rigor al formalismo matemáticomoderno; y en el tercero, el énfasis en situaciones de contextualización del contexto matemático objeto de estudio.

En Colombia, Garcia, Serrano y Espítia (1997), realizan un estudio del concepto de función en los libros de textos escolares de las décadas de los 60 y 70, para lo cual seleccionan los textos más representativos de cada década, puesto que facilita el análisis del libro de texto, se sustentan en una división marcada entre estos dos periodos que dan paso de la matemática básica a la reforma estructural de la matemática modernas.

Referente a lo teórico la anterior investigación se fundamenta en el concepto de la transposición didáctica, a partir de la cual hacen una descripción general de los programas curriculares para las matemáticas vigentes de cada periodo, estableciendo comparaciones entre cada uno de ellos. Dentro del estudio del concepto en esta investigación se realizó el respectivo análisis de contenido de la siguiente manera: Modo de presentación de los aspectos teóricos, definición de función, relación con otros objetos matemáticos y problemas propuestos. Además del análisis del concepto en la cualificación del objeto de estudio entre los periodos establecidos, presentes en los libros de textos escolares.

Las conclusiones obtenidas por esta investigación, resaltan la importancia de los libros de texto como esa herramienta fundamental del saber enseñar, situados en el desarrollo del contexto social y cultural donde son construidos. Así mismo, señala que el cambio del concepto de función tanto en los programas curriculares de matemáticas como en los textos de la década de los 60 a los de la década de los 70, es drástico, puesto que es “demasiado grueso”, debido a

que sus definiciones y distintas representaciones elevan su complejidad y se reducen a procesos de algoritmos de notación algebraica.

Sierra y González (2004) en el análisis de texto en matemáticas en España durante el siglo XX analiza la presentación que hacen los libros de texto de los contenidos relativos a los puntos críticos. Las razones por las que se decidió este tema, frente a otros contenidos del análisis matemático que también se incluyen en la enseñanza secundaria, son que es un tópico que aparece en todos los libros de texto, es uno de los motores que dio pie al nacimiento del cálculo diferencial, una de las aplicaciones más características de éste y una fuente de problemas y fenómenos que podrían caracterizar las situaciones didácticas en los libros de texto. (González, 2004).

Esta investigación dentro del análisis de texto, parte del plan de 1934, en el que por primera vez se incluye el análisis matemático en las enseñanzas regladas establecidas en España durante el siglo xx. Estos planes han sido agrupados en cuatro periodos teniendo en cuenta las orientaciones de cada uno de ellos y la similitud entre algunos: Periodo I (1934-1967), periodo II (1967-1975), periodo III(1975-1995) y periodo IV (1995-2001). En un primer momento se realizó una selección de libros de 13 libros texto de matemáticas en total, teniendo en cuenta los autores más famosos o las editoriales más sobresalientes en cada uno de los periodos. Los autores de la investigación definen dos etapas sucesivas para cada periodo, en primer lugar se ha intentado contextualizar cada uno de los periodos, exponiéndose las orientaciones oficiales que se establecieron en ellos, para poder analizar los libros a la luz de dichas consideraciones. Fundamentalmente se han utilizado los programas oficiales elaborados por el Ministerio de Educación para poder completar esta fase. Posteriormente se hace un análisis de la forma de presentación de los puntos críticos en cada uno de los libros, estudiando las formas de expresión matemática que en ellos se incluyen, entre las cuales se consideran descripciones verbales, tablas de datos, representaciones gráficas y expresiones simbólicas.

Dentro de los resultados obtenidos cabe destacar en algunos de los libros analizados los cuales utilizan un lenguaje de funciones de forma explícita, sin hacer referencia a las variables, con lo cual el concepto de función va adquiriendo cierto estatus que no poseía en los libros de texto hasta este momento. Los diferentes autores se limitan a definir los conceptos y apenas hay demostraciones, sino simples comprobaciones; a pesar de ello, tanto las definiciones como las reglas de cálculo o los algoritmos son guiados durante la exposición de la lección, obteniéndose de una forma casi deductiva. La noción de matemática que se muestra es de una matemática ya hecha, que sólo hay que memorizar. La estructura de los enunciados es la típica utilizada en la formulación matemática, tanto en relación con los problemas como con las definiciones y las reglas de cálculo. Con respecto al objeto de estudio Los fenómenos seleccionados para trabajar los puntos críticos son típicos del periodo, destacando, en comparación con los demás, la inclusión de numerosos problemas y ejercicios relacionados con conceptos propios de física, como la luminosidad, la elasticidad, y la velocidad.

Por otro lado; Dhombres (1984) habla sobre la metodología de análisis histórico de libros de texto, en el que se resalta la necesidad de una aproximación global que analice los cambios en las sucesivas ediciones de un libro de texto, los cambios respecto a otros libros de texto y la relación de éstos con los que se han producido en el contexto.

Coronado, Montealegre(2007), analizan en los libros de texto de matemáticas el tratamiento didáctico de la función lineal en el periodo de 2000 a 2005, con un visión cualitativa

con características descriptivas, en donde se identifican en el análisis didáctico, libros de texto con pretensión de un desarrollo formal de las matemáticas escolares, por el hecho de adoptar el lenguaje de la teoría de conjuntos y una estructura rígida del proceso de estudio, basado en el planteamiento de definición, características, ejemplos y ejercicios de aplicación de procedimientos.

1.1.2. Sobre la Modelación en las Matemáticas Escolares

Desde finales de la década de los noventa, en el campo de la Educación Matemática se ha observado el interés por analizar e interpretar los trabajos relacionados con el desarrollo de contenidos matemáticos y sus implicaciones didácticas a través del proceso de modelación. (Tavera y Villa, 2013)

La necesidad de gestionar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula escolar de manera diferente se hace evidente a partir de diferentes investigaciones entorno a los procesos de la modelación matemática escolar; en el sentido que, esas matemáticas no tienen ninguna relación con los significados de su contexto social y cultural: el uso de expresiones algebraicas, algoritmos aritméticos, resolución de problemas y otros. Por tales motivos los estudiantes manifiestan apatía frente a las actividades en el aula de clase. En estos casos, varios autores como Villa(2007) y Blombøj(2004); han demostrado que a través de la modelación matemática contrarrestan, ciertos asuntos, que desfavorece cuando el estudiante hace uso de las matemáticas, en el sentido de relacionar los significados de un contexto particular, ubicando la modelación como una práctica que coloca la relación entre el mundo real y las matemáticas en el centro de la enseñanza y aprendizaje.

Como se ha descrito anteriormente, la modelación matemática como una manera de relacionar tanto los contextos cotidianos de los estudiantes y las matemáticas, y además, generar el gusto por las matemáticas sería una de los aspectos que han podido describir los diferentes autores que defienden la modelación matemática. En este sentido Blomhøj (2004) describe lo siguiente: **”Se propone que la investigación de la matemática emerja de su proceso de enseñanza y aprendizaje y no del grueso de las ciencias bases como la pedagogía o de la sociología, para luego ser aplicado en la enseñanza de las matemáticas”** (pág. 8).

Con base a lo que se ha venido haciendo énfasis, se puede destacar que la modelación se convierte en una alternativa de investigación directamente donde cada docente la puede emplear en su aula de clase para el mejoramiento de los conocimientos de sus estudiantes. Esto se evidencia a través de artículos de revistas científicas, libros, actas y otros. Desde de Villa (2007) se puede observar aspectos hallados bajo métodos de investigación que favorecen la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación como proceso en el aula de clase.

En la perspectiva de Freudenthal (1968), creador de la teoría denominada enseñanza realista de las matemáticas, si se desea que las matemáticas tengan valor, para los alumnos, deben estar conectadas con la realidad, permanecer cercanas a ellos y ser relevantes para la sociedad. En esta postura hay dos tipos de matematización: una horizontal que implica el proceso de partir de la situación real hacia el mundo de los símbolos, y otra vertical que describe los cambios que sufre la expresión matemática del modelo dentro del propio mundo de los símbolos (Freudenthal, 1991).

Al interior de la perspectiva realística, observamos que la noción “realidad” se encuentra cercana al estudio de los contextos en la vida cotidiana, el entorno y las demás ciencias; contextos que Villa (2009) también vienen defendiendo para el trabajo en el aula de clase. La necesidad de abordar este tipo de contextos en las matemáticas escolares tiene múltiples fundamentos, por ejemplo, Kaiser y Schwarz (2006) señalan que desde las pruebas PISA se hace especial énfasis en una de las metas de la Educación Matemática en la cual se debe desarrollar con los estudiantes la capacidad para usar las matemáticas en su vida presente y futura, lo que significa que los estudiantes deben comprender la relevancia de las matemáticas en lo cotidiano, en nuestro entorno y en las ciencias. Para Kaiser y Schwarz (2006) estos objetivos de la enseñanza de las matemáticas tiene su impacto en la estructuración de las clases de matemáticas, sin embargo estos autores consideran que para tal estructuración no es suficiente con el marco teórico del currículo escolar. Más allá de esto, la enseñanza de las matemáticas debe tratar con ejemplos por medio de los cuales:

- Los estudiantes comprendan la relevancia de las matemáticas en la vida cotidiana, en el entorno y las demás ciencias.
- Los estudiantes adquieran las competencias para solucionar problemas matemáticos reales, incluyendo los de la vida cotidiana, el entorno y de las demás ciencias (Kaiser y Schwarz, 2006).

Las discusiones sobre las nociones de realidad deben ser incorporadas en el trabajo con profesores (en formación o en ejercicio) que se inician en el estudio de la modelación matemática escolar, puesto que de manera general, en la mayoría de la literatura, la modelación matemática se asocia con las relaciones entre las matemáticas y la realidad. Así mismo, las creencias y nociones que los profesores tengan de la “realidad” determinan las situaciones y problemas para abordar, y por tanto condicionan el punto de partida de la implementación de la modelación como recurso en el aula de clase Villa (2009).

Otras consideraciones del pensamiento articulado a la modelación matemática pueden encontrarse en Vasco (2006) quien considera que este pensamiento va más allá de las interpretaciones clásicas del álgebra, para tratar de ofrecer una descripción más específica de cómo se debe asumir el pensamiento variacional, este autor propone nuevos elementos para su desarrollo y establece algunas relaciones entre este pensamiento, la modelación y la tecnología; de esa manera, puntualiza que este pensamiento puede describirse.

[...] como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud en los subprocesos recortados de la realidad (pág. 138).

De manera particular, Lieven Verschaffel, Erik de Corte e I. Borghart (1997) presentaron un estudio en el que analizaron las concepciones y creencias de futuros profesores de matemáticas sobre el papel que tiene el conocimiento del mundo real concerniente al contexto de un problema en la interpretación y la solución de enunciados verbales aritméticos (Word problems). En particular, el estudio observó:

1. las respuestas espontáneas de los futuros profesores a un conjunto de enunciados verbales con supuestos para la modelación de problemáticas.

2. las evaluaciones que estos futuros profesores hacían de las respuestas de los alumnos frente a si toman o no en cuenta los aspectos relevantes del conocimiento de mundo real.

La investigación de Lieven Verschaffel, Erik de Corte e I. Borghart (1997) proporciona evidencias que enfatizan que, al igual que otras investigaciones realizadas con niños, hay una tendencia fuerte y resistente entre los futuros docentes para excluir conocimiento del mundo real y las consideraciones realistas cuando se trata de problemas verbales aritméticos en las tareas de enseñanza. De igual manera, los resultados muestran que los participantes de su investigación tienen una creencia, según la cual atribuyen poca importancia a los problemas no estructurados y no estándar; e incluso, consideran que tales problemas pueden ser perjudiciales para la enseñanza de la aritmética en la escuela primaria, puesto que conducen a que los niños se alejen del aprendizaje de las maneras de encontrar respuestas numéricas correctas a estos problemas por medio de las operaciones aritméticas ocultas en el enunciado Villa (2013).

1.2. Formulación y Descripción del Problema

El interés de estudiar la modelación en los libros de texto parte de la hipótesis tomada desde experiencia de los investigadores que realiza este trabajo, donde se observa que en la práctica de la enseñanza se desarrollan contenidos de manera rutinaria, con la aplicación de ejercicios estandarizados y descontextualizados, donde las situaciones concretas no ahondan la exploración de fenómenos cotidianos, lo cual no permite el uso y la construcción de modelos, dejando de lado la comprensión al resolver el problema.

En este sentido se observa, que las actividades propuestas al estudiante, son en parte transposiciones de procesos históricos que pretenden enriquecer conceptualmente al estudiante orientando los objetos matemáticos desde una sola perspectiva y en un solo contexto, promoviendo acciones mecánicas o de ejercitación de rutinas.

Según Villa(2010), la modelación matemática no se desarrolla habitualmente en la actividad matemática escolar, puesto que; los docentes no tienen la visión de la realidad social y cultural de su entorno, y que no permite la identificación de contextos reales para su abordaje, siendo esto un fenómeno que ha ocupado un lugar en las agendas de investigación internacional. Por ejemplo, Verschaffel y otros (1997) , Kaiser y Maab (2007) han presentado evidencias de cómo las creencias y concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza se convierten en un elemento que interviene en las maneras en que los profesores implementan o no la modelación matemática en la enseñanza. En el mismo sentido, Niss (2001) apunta que la implementación de la modelación matemática en el cotidiano de las aulas de clase es escasa, debido a que se presentan barreras de diversa naturaleza; entre ellas, las altas demandas matemáticas, pedagógicas y personales que la modelación impone a los profesores”, es por eso que los libros de texto juegan un papel importante como herramienta fundamental para superar estas barreras en el proceso de la implementación de la modelación en el aula de clase puesto que, se ha considerado interesante estudiar la contribución que los libros de texto han tenido en la historia de la educación matemática, analizando la variedad y riqueza de sus contenidos, su incidencia en el aula y su función como transmisor de contenidos socialmente aceptados González (2004). Además el libro de texto es un instrumento importante en la enseñanza de las matemáticas, pero también pocos libros didácticos son configurados de acuerdo a las normas científicas y los mayores problemas resultan del hecho, de que no se percibe la necesidad

de diferentes tipos de textos para tareas diversas, y que el texto no puede, ni sustituir el diálogo vivo, ni ser excluido o ignorado en la enseñanza, pues los alumnos necesitan tanto de la comunicación viva (esencialmente del docente), como de la oportunidad de reflexionar individualmente (con el libro) (Otte, 1997).

Lo expuesto anteriormente muestra una desconexión entre las matemáticas y la realidad, por consiguiente es necesario observar las opciones que nos plantean los libros de texto para el buen desarrollo y ejercicio de la modelación en el entorno escolar, debido a que es uno de los cinco procesos generales que deben articular la actividad matemática escolar posibilitando “en los estudiantes el desarrollo de competencias críticas, la comprensión de sus propios contextos, y aspectos sociales como la formación de ciudadanos responsables para participar de los desarrollos de una sociedad que requiere cada vez mayores competencias en modelación” (MEN, 1998, pág 52) .

Uno de los argumentos por los que se recomienda la implementación de la modelación matemática como recurso en las aulas escolares es el hecho de que, a partir de ella, las matemáticas pueden observarse como una herramienta que permite describir y analizar algunos fenómenos o problemas del entorno en el cual se desenvuelven los individuos cotidianamente. Aspecto exhaltado por la necesidad sentida del estudiante de conocer la utilidad del saber matemático que se trabaja en el aula; evidenciado a través de las preguntas por parte de los mismos al docente, “¿para qué sirve esto?”, “¿para qué vemos esto?, que en ocasiones es reforzadas desde el hogar, cuando se comenta que nada o muy poco de lo que aprendieron en la escuela les sirvió en la vida cotidiana. Dichos interrogantes no son fáciles de responder por los docentes de matemáticas, teniendo en cuenta que en la actualidad algunos modelos pedagógicos se basan en la utilidad que debe tener el conocimiento que se aprende, y además los profesores de otras áreas y directivos docentes cada vez son más críticos con respecto al tema.

De acuerdo a la importancia que requiere la implementación de la modelación en el aula, y por otro lado, la práctica de enseñanza está determinada en gran parte por los libros de textos, se plantea el siguiente problema de investigación:

¿ Los libros de texto permiten desarrollar la modelación matemática a través de la función lineal y afín?, aunque los resultados de esta investigación son relevantes para la concepción futura de este tipo de obras, y que a su vez fortalezcan las debilidades encontradas en este tipo de obras; surge la siguientes cuestiones ¿Cómo están propuestas las tareas en el estudio de la Función Lineal y Afín en los libros de texto grado noveno? ¿Qué ventajas y limitación presentan los libros de texto frente al proceso enseñanza y aprendizaje de la modelación matemática a través de la función lineal y afín?, la respuesta a estos interrogantes, corresponde a la responsabilidad social de los actores en la enseñanza de la matemáticas, y en particular a los docentes, que son los que directamente permiten la entrada de los libros de texto al aula escolar.

Objetivo General

- Determinar el desarrollo de la modelación matemática escolar a través de las funciones lineal y afín, en los libros de texto del grado noveno de la Educación Básica Colombiana.

Objetivos Específicos

- Analizar los libros de texto bajo una perspectiva teórica.
- Analizar la presentación de las tareas propuestas sobre el estudio de las funciones lineal y afín.
- Evidenciar las fases de la modelación matemática escolar en el desarrollo de las tareas propuestas en los libros de texto.

Las siguientes consideraciones teóricas se fundamentan en dos aspectos que están en el centro de la problemática objeto de estudio: El análisis de libros texto orientado principalmente desde la perspectiva de Schubring y lo referente con el objeto de investigación la modelación matemática se toma la perspectiva asumida por Villa (2013).

2.1. Análisis de Libros de Texto

Los libros de texto en el desarrollo de la educación han cumplido un rol trascendental; puesto que, se han desempeñado como una gran herramienta para la comunicación de ideas como para la difusión del conocimiento matemático producido culturalmente a través de la historia. Para Gómez (2000) el libro de texto es una publicación especializada, con identidad propia, que nace en respuesta a las necesidades del sistema general, público de enseñanza y fácilmente reconocible por su estructura, porque está rotulado claramente indicando la materia que trata y a quién van dirigido (pág.1).

Danisova (2006) al responder la interrogante ¿qué entendemos por libro de texto? expresa que se trata de una publicación para ayudar al profesor con un contenido metódicamente adaptado y limitado por el currículum nacional; un recurso fundamentalmente didáctico que ayuda a desarrollar un proceso educacional; una producción que integra fuentes de información en el largo plazo accesibles para todos los alumnos y profesores; y un instrumento que colabora a implementar el control y la evaluación del proceso de aprendizaje del alumno. Diversos autores concuerdan en el papel central que los profesores asignan a los libros de texto. Así en el INFORME COCKCROFT¹ (1985) se afirma que “los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula” (pág. 114). Segovia y Rico (2001) afirmaron que:

Los textos son documentos didácticos ubicados en determinado marco curricular y, por tanto, el análisis de su contenido ha de contemplar la naturaleza didáctica de los documentos. Desde esta perspectiva, se ha de subrayar que los textos de matemáticas no son documentos exclusivamente formales, sino que son materiales de docentes, con propósitos educativos, que se proponen transmitir unos determinados significados para la correcta comprensión de los

¹Estudio sobre la didáctica de las matemáticas en los niveles primario y secundario

conceptos formales que presentan (pág.6). Según Cantoral (1997) quien afirmó que: “el libro de texto desempeña un papel prioritario en nuestros sistemas de enseñanza”, buscaba aportar elementos para el análisis de la figura del libro de texto de matemáticas desde la reflexión en el campo de la enseñanza de las matemáticas; ya que aunque los contenidos matemáticos son universales, su enseñanza no puede ser la misma para la diversidad de contextos culturales existentes y no se puede desconocer la influencia de didácticas internacionales propias de otras tradiciones que vienen enmarcadas en este tipo de recursos, y que afectan directamente la interacción del proceso de enseñanza aprendizaje en el aula de clases. Por otro lado debemos tener en cuenta que uno de los factores que pueden hacer fracasar los intentos de cambio de un currículo en cualquier rama de la educación son los libros de texto, ya que, “la carencia de materiales y libros de texto adecuados a los nuevos currículos son en ocasiones obstáculos insalvables” (Rico, 1990, pág.29).

La implementación y utilización del libro de texto en el aula de matemáticas se ha producido de forma integral desde el principio de la educación hasta nuestros días, ocupando éste uno de los papeles importantes, puesto que diferentes investigadores lo han descrito: como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno y problemas a resolver. En este sentido, Choppin (1980) considera que el libro de texto es “a la vez apoyo del saber en tanto que impone una distribución de los conocimientos y contribuye a forjar las bases intelectuales tanto de alumnos como de profesores”, además agrega que una de las muchas formas que se introducen en el aula de clase los procesos de la modelación matemática adoptados por los docentes es por medio del libro de texto.

Por otro lado García y Llinares (1995) consideran el libro como una forma de aprendizaje por parte del estudiante y del docente, debido a que; reflejan determinados aspectos que influyen en el desarrollo intelectual de cada participante, debido a que los libros de texto son los que nos proporcionan el mayor contenido matemático y además son el recurso principal para el desarrollo de actividades o tareas. Según lo menciona Maz(2009) actualmente es de suma importancia volver a plantearnos la pregunta de Selander (1995) ¿Por qué puede ser hoy interesante para investigadores y profesores indagar sobre los libros de texto? Esta crucial pregunta amerita reflexionar un poco sobre la investigación centrada en libros de texto, y más especialmente en nuestra disciplina, las matemáticas, por dos razones. En primer lugar, sabido que en toda sociedad es primordial la transmisión de su cultura; y han sido los libros de textos uno de los principales instrumentos que han colectivizado la cultura. En segundo lugar, se tiene que en la construcción de conceptos en el conocimiento científico y particularmente en el matemático, el lenguaje asume un importante papel mediador, donde su referente es el lenguaje textual, pues es en el texto donde “efectivamente se producen las matemáticas” (Lizcano, 1993; pág. 30) con lo cual cobra importancia el análisis de los libros de texto de matemáticas. (pág.6)

En consecuencia Otte (1997), señaló que:

El libro de texto es el instrumento más importante en la enseñanza de las matemáticas, pero también pocos libros didácticos son configurados de acuerdo a las normas científicas y los mayores problemas resultan del hecho, de que casi nadie percibe que se necesita de diferentes tipos de textos para tareas diversas, y que el texto no puede, ni sustituir el diálogo vivo, ni ser excluido o ignorado en la enseñanza, pues los alumnos necesitan tanto de la comunicación viva, como de la oportunidad de reflexionar individualmente sobre el conocimiento (pág.401).

En efecto Vilella (2001), considera al libro de texto como uno de los pilares básicos que sustenta la acción docente en cualquier nivel educativo; ya que este recurso didáctico constituye un referente del saber científico, tanto para docentes como estudiantes. Además este autor también identificó al libro de texto como el ente que legitima los contenidos prescritos en el aula de clase y a su vez conforma la fuente de actividades propuestas para los estudiantes en su proceso de aprendizaje; luego, el papel del docente en la escogencia del libro de texto para su labor de enseñanza se convierte en una actividad fundamental que determinará las características de su práctica pedagógica.

Debido a la importancia que ha tenido el libro de texto dentro del aula de clase en la matemáticas escolares, es usual oír hablar de la necesidad de relacionar los contenidos matemáticos con ciertos aspectos de la vida real. Con base a esto son muchos los autores que han tratado de consolidar y darle más auge al estudio del libro de texto.

Uno de los pioneros que han trabajado en torno al libro de texto, y cabe destacar es a Schubring (1987), que considera que el análisis de textos de matemáticas permite: extraer información sobre difusión y evolución de los saberes en una época determinada, interpretar fenómenos que tienen relación con los procesos de enseñanza-aprendizaje (representación, concepciones, aplicaciones), Por ello, es interesante estudiar la contribución que los libros de texto han tenido en la historia de s matemática escolar analizando la variedad y riqueza de sus contenidos, la incidencia en el aula y su función como transmisor de contenidos socialmente aceptados. Schubring (1987) señala críticamente que la metodología usual en el análisis comparativo de varios libros de texto tienden a descuidar el contexto social y cultural de su uso, proponiendo desde ésta perspectiva crítica seleccionar unidades básicas y estudiar integrada e interactivamente distintas dimensiones.

Así ante el interrogante ¿cómo se deben analizar los libros escolares? y en su interés de estudiarlos en el contexto de su historicidad particular Schubring, demanada inicialmente de una práctica general basada en la historiografía de las matemáticas moderna concistentes en interpretar textos científicos comparativamente con publicaciones de otros autores. Sin embargo, se hace necesario un enfoque más holístico, para lo cual establece el análisis tridimensional que lo integra de la siguiente manera:

1. Los cambios sucedidos dentro de las varias ediciones dentro de un mismo libro de texto.
2. Los cambios sucedidos en otros libros de texto, pero de la misma obra del autor.
3. Los cambios sucedidos en los libros de texto, en su relación con los cambios globales y particulares del contexto (histórico, político y social, entre otros).

Con esta propuesta del análisis tridimensional Schubring define patrones de análisis en cada una de las dimensiones, como son: perfiles del autor, estrategias de mercado, la relación con el maestro, lo común y lo particular, y efectos del libro de texto.

Como hemos mencionado durante toda este sección los libros de texto han estado presente en las aulas desde el inicio de los sistemas educativos, sin embargo, MacClintock (1993) agrega que libros de texto, además de ordenar la cultura que debe ser adquirida en la escuela, han

incidido en el mantenimiento de un currículo dividido fragmentariamente en asignaturas. Al no poder impartirse todo el saber que una disciplina ha acumulado a lo largo de la historia de la humanidad, a través de los textos se ha presentado seleccionada, restringida y parcelada dicha cultura. Esa selección, restricción y parcelación, a veces, no se ha realizado con los criterios científicos, pedagógicos, psicológicos, sociales y culturales más adecuados, y ha propiciado, por ello, duras críticas desde todos los ámbitos del saber. Sin embargo, las que han proliferado más en los últimos tiempos son las que acusan a los libros de texto de ejercer de guía y control sobre la práctica del profesorado, siendo así los libros criticados, modificados y usados de diversas maneras de acuerdo con las prácticas y pedagogías de cada lugar y época (Chartier, 1994), siendo este uno de los puntos que conlleva a dinámicas de aislamiento e individualismo profesional al configurar una práctica pedagógica y profesional individualista, en la que no hay cabida para el intercambio y desarrollo de ideas profesionales acordes con un determinado momento social y cultural (MacClintock, 1993).

Desde distintas perspectivas, que se han dedicado al estudio del curriculum y los textos, han planteado en las últimas décadas controvertidas discusiones que abarcan los cuestionamientos que se centran en las distorsiones ideológicas, las limitaciones didácticas y los intereses comerciales subyacentes de los textos escolares.

Por su parte Torres (1996) se ha referido al control técnico que ha primado en la escuela a través de los textos escolares y la consecuente descalificación de los docentes, conduciendo a una pérdida de posibilidades de desarrollo de capacidades profesionales y, en algunos casos, a una cómoda y flexible adscripción. Considerar a los libros de texto como ayuda implica reconocer que han sido desde siempre un dispositivo fundamental para la transmisión de saberes y la organización de las prácticas escolares, (Sauter 2011) y los referidos a la cultura material de la escuela (Brailovsky 2010). Por otro lado Chartier (1994) da cuenta de la configuración histórica del rol del editor. Un rol que en la actualidad está siendo impactado por diversos cambios económicos, culturales y organizacionales. Las condiciones del desempeño del rol no sólo afectan las tareas específicas del editor técnico sino fundamentalmente su identidad laboral como intelectual del libro.

A partir de diferentes análisis desarrollados se puede destacar algunas consideraciones finales respecto de la edición de libros de texto a nivel educativo. En cuanto al autor, este se trata de un eslabón más en la cadena de edición. Así, confirmamos que existe un desplazamiento a un segundo plano y advertimos la transformación de su función en “redactor” que sigue las prescripciones dadas por el editor (Chartier 1994). Cada libro es producido por un equipo autorial, cuyos miembros muchas veces no se comunican entre sí ni ejercen el control sobre los cambios que se producen en el texto durante el proceso de edición. Se trata generalmente de especialistas en la disciplina, que se encargan de plasmar los lineamientos requeridos por el departamento de Comercial y las áreas jerárquicas, en función del enfoque pedagógico y el público en cuestión. Por ello, diseñan los índices, definen los contenidos a tratar página a página y arman la maqueta junto con los diseñadores. Además, cada editor tiene el control sobre los contenidos y puede modificar el texto (aperturas, actividades y teoría), sin esperar la autorización del autor (Gimeno 1997).

La implementación y utilización del libro de texto en el aula de matemáticas se ha producido de forma generalizada desde los inicios de la educación obligatoria hasta nuestros días, ejerciendo para ello diferentes papeles: como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver

(González y Sierra 2004). Los textos escolares son, por tanto, un reflejo de la sociedad que los produce, en cuanto que son vehículos de transmisión de una determinada concepción del mundo, de la cultura, del estado de los conocimientos, de los principales aspectos y estereotipos de la sociedad, de su poder económico, etc. Por ello, los gobiernos siempre los han controlado o han ejercido una función supervisora de los mismos (Choppin, 1990, pág.42). En términos de Güemes (1993) los libros de texto han sido considerados por tradición como los depositarios indefectibles del saber y la cultura, además de ser valorados como vertebradores de la práctica cotidiana en las escuelas, e imprescindibles para muchos profesores, a los que les resultaría muy difícil hacer posible el desarrollo práctico del currículo sin ellos. Es, por lo tanto, un hecho que el profesorado en la actualidad utiliza el libro de texto como uno de los elementos centrales y básicos del trabajo diario en las escuelas (Güemes y Padrón, 1990).

2.2. Modelación Matemática

La modelación matemática es un proceso que poco a poco ha ido incursionando en las educación colombiana en los últimos años de acuerdo a los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), ubicándose dentro de los procesos generales que apuntan al desarrollo del pensamiento matemático. Así los procesos generales descritos por los lineamientos se encuentran: “la resolución y planteamiento de problemas; razonamiento; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (MEN, 1998, pág. 18).

El número de autores que se han ocupado de la modelación matemática en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares es amplio entre ellos, Blum y Niss, (1991); Kaiser, Sriraman y Blomhøj (2007). Existen diferencias sobre lo que la modelización puede y debe aportar en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que influye en la forma de definir qué es una modelización, qué procesos tienen lugar y qué fines debe alcanzar. Según Schmidt (2010) apunta que la definición de modelización depende de los objetivos que se le atribuyen a la modelación.

La modelación matemática juega un papel que le otorga importancia al desarrollo de competencias en los estudiantes dentro del proceso de construcción de modelos, su interpretación, argumentación y validación con las respectivas situaciones reales, como lo sustentan Blum (2007). Uno de los elementos importantes del proceso de modelación, como parte de la educación escolar, es que, permite en los estudiantes la adquisición de competencias con el objetivo de analizar, indagar, sustentar y establecer modelos matemáticos fuera del aula de clase. Al respecto, Blomhøj (2004) afirma:

En el desarrollo de sociedades altamente tecnológicas, las competencias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos son de crucial importancia. Este es el caso tanto desde una perspectiva individual en relación a las oportunidades y desafíos educativos y en el mundo laboral, como desde una perspectiva social en relación a las necesidades de una fuerza laboral adecuadamente educada (pág.32).

La modelación matemática es un asunto de discusión a nivel mundial desde las políticas educativas en relación con las prácticas escolares, convirtiéndose en un reto para que investigadores y docentes la articulen en los currículos, como una estrategia alternativa para

darle sentido a la matemática en el contexto escolar. Al respecto, Blum, Henn, y Niss (2007), fundamentan que la modelación debe estar en forma explícita en los planes de estudio, pues esta es una forma de vincular a los estudiantes desmotivados a la actividad matemática. Además, las situaciones extra-matemáticas que se pueden utilizar, son las responsables de la creación de significado para los objetos matemáticos inmersos en la modelación.

En este campo según Kaiser, Stillman, (2011) algunas situaciones en contexto favorecen el proceso de modelación. En este sentido, uno de los puntos cruciales por parte de los investigadores consiste en buscar situaciones matematizables y favorables para avanzar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Este proceso, en cierta medida, se centra en los problemas en los cuales los estudiantes se enfrentan fuera de la escuela al observar los contextos y sus problemáticas para trabajar situaciones relacionadas con las temáticas que hacen parte del currículo de las matemáticas.

Dado lo anterior, la modelación matemática puede pensarse como un proceso en el cual se construyen modelos para describir situaciones de contextos reales. Los Lineamientos Curriculares plantea que: La resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. “La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y la matemáticas es la modelación” (MEN, 1998, pág.97). Desde esta perspectiva, la modelación se puede considerar como todas aquellas relaciones establecidas entre el entorno donde interactuamos y las matemáticas, que influyen en un proceso de matematización para la creación de modelos que describan una situación, y a su vez será punto de partida para la toma de decisiones frente a un determinado problema. Para Blum y otros (2007), la modelación puede considerarse como un proceso que tiene un comienzo en la conceptualización de una situación o problema de la realidad. Es decir, que consideramos que el concepto de la modelación está matizada por la noción de realidad asumida. Por otra parte Borromeo y Ferri (2009) citando a Pollak (1979) asumen la noción de realidad como todo aquello externo a la matemática, es decir, al “resto del mundo”, lo cual incluye la naturaleza, la sociedad, y otras disciplinas científicas. Por otro lado, anteponiéndose a esta consideración otros autores discuten dicha noción de realidad separada de las matemáticas. Según Barbosa (2009) la noción de realidad externa a las matemáticas sustenta una visión del modelo matemático como un retrato aproximado de la realidad lo cual ha sido criticado por muchos investigadores los cuales argumentan que la matemática hace parte de la realidad y que los modelos matemáticos son necesariamente parciales. Sin embargo, si analizamos los dos puntos de vista es claro concluir que ninguna de estas nociones tienen como objeto la importancia de la implementación de la modelación como un recurso en el aula de clase.

Para Hein y Biembengut (2006) y Solar (2009), la modelación matemática se puede comprender de forma general como el proceso de resolver un problema que surge de una situación del mundo real a través de un modelo matemático. Villa (2007) manifiesta que existen diferencias entre modelización matemática y modelación matemática, el primer caso hace referencia a la actividad científica, en la cual se involucra la construcción de un modelo matemático con el propósito de generar conocimiento. Para el segundo caso el propósito del modelo matemático es la construcción de significados de los objetos matemáticos, por lo tanto se sitúa en el contexto de las matemáticas escolares.

Para Villa(2007), la modelación matemática se entiende como:

la actividad que se realiza en la clase de matemáticas cuya naturaleza se deriva de la actividad científica de la modelización matemática. La modelación matemática, más que una herramienta

para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático dentro de un contexto dotado de relaciones y significados, que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real (pág.70).

Dentro del análisis Villa (2013) concluye una de las posibles puntos que no han dejado el buen desarrollo de la implementación de la modelación en el aula de clase por parte de los profesores, es el hecho de que en el desarrollo de los diferentes contenidos se implementan enunciados verbales (rutinarios) considerandosen estos como privilegiados dentro de la clases. Los hallazgos de este estudio dan cuenta de otros aspectos que se muestran como favorables a este tipo de prácticas; así, por ejemplo, en los participantes de su estudio dentro de su investigación se observó la presencia de algunas ideas de la modelación asociada a “ la construcción de modelos matemáticos a partir de problemas de la realidad”, y que “los modelos matemáticos son símbolos u otra representación matemática”.

En este sentido, es importante aclarar que los procesos de modelación se refieren a la identificación de las matemáticas en un contexto general, al descubrimiento de relaciones y regularidades, al reconocimiento de aspectos comunes en diferentes situaciones, al hecho de representar una relación a través de una expresión algebraica, a utilizar diferentes modelos para solucionar un problema. De igual manera, se emplea la modelación cuando se trata de esquematizar, formular y visualizar un problema en sus diferentes formas de representación y cuando se hacen generalizaciones de una situación que permita observar la variación y el cambio (MEN,1998).

Desde esta perspectiva, la implementación de la modelación en el aula de clase se ve influenciada por la capacidad del docente para identificar o diseñar situaciones del “mundo real” donde intervenga la variación y el cambio, para que el estudiante genere estrategias que le permitan su abordaje y, por ende, producir conocimiento matemático a través de ellos. En este sentido, Villa (2010) afirma:

La modelación matemática ha mostrado ser una herramienta útil en el establecimiento de relaciones entre las matemáticas y los contextos propios de los estudiantes y las demás ciencias; sin embargo, para que dicho proceso desarrolle tales propósitos, se hace necesario un currículo que esté en coherencia con una ciertos principios de tipo filosóficos en los cuales el conocimiento matemático se observe como una construcción social en donde el estudiante se hace partícipe, y se apropia de él de una manera no compartimentalizada y multidisciplinaria (pág. 170).

Además valorar los modelos solo como representaciones y limitar la modelación en una definición que pone solo énfasis en la “construcción” de los mismos sin atender a una discusión sobre los contextos, fenómenos y situaciones de los cuales provienen, parece tener algunas implicaciones en la comprensión de la complejidad de la modelación, sus ventajas y limitaciones en el aula de clase; pero, sobre todo, parece limitar la modelación a la “construcción de representaciones” de cualquier tipo de enunciados, incluso de aquellos que claramente son artificiales, no realistas o que evocan ciertas situaciones que podrían imaginarse o simularse en el aula.

Por otro lado Villa y otros (2011) se refieren hacia la modelación como esa actividad que va más allá de la generalizada idea de construir modelos, para ubicarse en la noción de

práctica implicada en la solución de problemas reales mediante la construcción e interpretación de modelos. Según lo descrito anteriormente la modelación puede ser considerada como herramienta de representación de situaciones o fenómenos, el cual se convierte en el sistema objeto de estudio, puesto que; el propósito es obtener conclusiones del fenómeno objeto de estudio, se somete éste a un procedimiento de observación de su comportamiento, que será estudiado para identificar los factores que allí parecen estar involucrados Villa (2007). Diversos autores vienen defendiendo el papel que desempeñan las múltiples situaciones y contextos reales que, al ser llevadas al aula, posibilitan la relación de la matemática con otras ciencias del saber y con situaciones de la cotidianidad, por ocuparse de diversos vínculos que se pueden establecer entre los contenidos matemáticos y las diferentes situaciones del mundo real.

En este sentido Giménez, Palomar y Civil (2007) puntualizan que es importante: “No renunciar nunca a que nadie pueda aprender las matemáticas escolares, y establecer todos los puentes posibles para que los estudiantes doten de sentido a las ideas matemáticas abstractas, a través de la conexión con sus experiencias cotidianas”. (pág. 26)

De acuerdo a las ideas y puntos de vistas de investigadores el proceso de modelación se puede decir con certeza que la implementación de la modelación matemática en las aulas escolares es un proceso que demanda de tiempo y su éxito depende principalmente de los conocimientos matemáticos de los que el estudiante dispone. En esta misma dirección, Cordero (2006) cuestiona algunas creencias que se han establecido frente a la modelación, particularmente este autor puntualiza que; “una de las creencias frecuentes en las prácticas de enseñanza de la matemática consiste en que la modelación es una aplicación de la matemática. Ello conlleva, primero, a enseñar matemáticas y después, a buscar la aplicación de tal conocimiento”.(pág.1)

Teniendo en cuenta que, esta investigación pretende determinar en los libros de texto el desarrollo de la modelación matemática escolar a través de la función lineal y afín, se asume la modelación matemática escolar como:

[...] el proceso de estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir de analizar la presentación de las tareas propuestas sobre el estudio de la función lineal y afín en los libros de texto. Dicho proceso de estudio involucra el uso y la construcción de modelos y otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno y resolver el problema (Villa,2010). Esta interpretación del proceso de modelación propuesta dentro de nuestro trabajo parece escapar a las discusiones presentadas en otras interpretaciones propuestas por diferentes investigadores que hacen uso de términos como realidad o representación para describir dicho proceso. Con base en las anteriores consideraciones, resaltamos que, la modelación matemática, integra diversas relaciones dinámicas, las cuales se exteriorizan en prácticas, actividades y procesos intencionados para la estructuración de conceptos, de acuerdo con la necesidad que otorgan los contextos reales de ser interpretados y comprendidos. Ahora bien, la implementación de la modelación en el aula de clase puede posibilitar la producción de modelos a través de la interpretación y matematización de problemas que surgen de contextos reales. Así, la modelación, requiere de un proceso de construcción de conocimientos matemáticos representados en un modelo particular, el cual se valida cuando describe la situación real a la que pertenece (Araújo, 2007).

Para la implementación de la modelación matemática como proceso propone Villa, (2008) varios momentos y fases, que son equivalentes a las presentadas por Borromeo y Blum (2009), con las cuales se espera transformar una situación de la “realidad” en un problema matemático, cuyas soluciones deben ser interpretadas en un lenguaje común a través de un modelo matemático. En esta interpretación el modelo matemático tiene el propósito de contribuir a la construcción de significados de los objetos matemáticos a partir del estudio de situaciones presentes en diferentes contextos, siendo entendido el modelo matemático de acuerdo con Villa (2009a) como la relación de diferentes elementos que permiten representar aspectos de la situación estudiada con el objetivo de contribuir a interpretar el fenómeno objeto de estudio.

Desde esta perspectiva el modelo matemático es susceptible de ser mejorado continuamente y reinterpretado a luz del fenómeno estudiado; esto implica que el proceso de modelación matemática se desarrolla en espiral a partir de sus diferentes fases. El proceso de relacionar el mundo real y las matemáticas se desarrolla en diferentes fases, al respecto Villa y otros (2007), las consideran como los momentos o los pasos en que se lleva la estructura del proceso.

Desde esa perspectiva, la modelización matemática se considera como un ciclo que, de acuerdo con Berry y Davies (1996) citado en Crouch (2004, pág. 198), se desarrolla a través de unas etapas; ellas son:

1. La declaración del problema en el mundo real.
2. Formulación de un modelo.
3. Solución matemática e interpretación de los resultados.
4. Evaluación de la solución y refinamiento del modelo.
5. Nuevamente la declaración del problema en el mundo real.

A partir de esto, es clara la necesidad de realizar una construcción de un modelo que represente el problema real en cuestión. No es el problema real el que se ajusta al modelo, es la construcción del modelo la que necesita ajustarse a ese problema y por tanto, debe evaluarse su formulación a la luz del problema en el mundo real. Sin embargo, con la formulación del modelo, la reflexión sobre el problema real es diferente, puesto que el modelo aporta la riqueza de los símbolos y su comprensión desde el mundo matemático (Borromeo 2009).

A continuación se hace un énfasis general en el concepto de modelo y se describe las diferentes fases del proceso de modelación asumida desde una perspectiva de villa (2013).

2.3. Fases de la Modelación Matemática

Una parte del proceso de modelación, se encuentra en la construcción de modelos matemáticos. Esta construcción se realiza partiendo de fenómenos o situaciones particulares de contextos como los mencionados en el apartado anterior. Blum (2007) llaman al conjunto de estos contextos como mundo extra-matemático o mundo real que se encuentra en una esfera distinta a la de las matemáticas.

Según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) conceptualiza el modelo matemático visto como producto, exponiéndolo de la siguiente manera:

“Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo” (MEN, 2006, pág. 52).

El concepto de Modelo Matemático ha estado presente en muchos de los campos de las ciencias en las cuales la matemática tiene amplia aplicación en la resolución de problemas. Al respecto se han planteado algunas definiciones como:

★(Thompson y Gazzetta 1973, pág. 14,) citado por Leal, (1994), Modelo Matemático es un sistema axiomático constituido por términos indefinidos que son obtenidos por la abstracción y cualificación de ideas del mundo real.

★(Giordano y Weir, 1997, pág. 34), define un Modelo Matemático como una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del mundo-real. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales.

★(Biembengut y Hein, 2004, pág. 106), manifiesta que un Modelo Matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión.

Todas estas definiciones u opiniones a cerca de modelo matemático hace referencia en gran medida a la visión de lo que se tiene en relación de las matemáticas con el mundo real. La verdadera importancia de un modelo desde el punto de vista didáctico radica según (Bassanezi 2002), citado en Posada y Villa (2006, pág. 74) en tener un lenguaje conciso que expresa las ideas de manera clara y sin ambigüedades, además de proporcionar gran cantidad de resultados (teoremas) que propician el uso de elementos computacionales para calcular sus soluciones numéricas, Por ello, se llama simplemente modelo matemático, **a un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que intentan explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación**, y a este proceso de obtención de un modelo matemático a partir de un fenómeno real es a lo se le conoce con el nombre de: modelización matemática.

Modelización matemática en general se refiere al uso de las matemáticas para resolver problemas reales y abiertos. Al mismo tiempo, la definición exacta varía en función de los objetivos, qué modelo en el proceso de modelado se está utilizando y la naturaleza del contexto asignado a la tarea de modelización. Para la implementación de la modelación como un recurso en el aula de matemáticas, algunos autores han sugerido una serie de momentos, o fases

(Villa, 2007; Blum 2007). De modo general, la modelación puede surgir de un problema o situación del mundo real lo cual demanda actividades de simplificación y estructuración buscando una delimitación y precisión de la situación o problema. Con la recolección de datos, se provee más información sobre la situación y se sugiere el tipo de modelo matemático que puede ser apropiado para direccionar el problema del mundo real. A través de un proceso de matematización, los objetos relevantes, los datos, las relaciones, condiciones e hipótesis de la situación o problema en cuestión se trasladan hacia las matemáticas resultando así un modelo matemático a través del cual se direcciona el problema identificado.

En coherencia con nuestra anterior postura respecto a la modelación como proceso, asumiremos Modelo Matemático como, un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas para explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación. (Villa, 2009)

Para Villa la construcción de un modelo no se hace de manera automática ni inmediata, por el contrario, requiere de cierto periodo de tiempo en el cual el modelador pone en juego sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación y sus habilidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre las cantidades”, de tal manera que se pueda construir un nuevo objeto matemático. Al proceso de obtención de un modelo matemático a partir de un fenómeno real es a lo que se llama: “modelación matemática”.

La modelación puede ser considerada como herramienta de representación de situaciones o fenómenos del ”mundo real”, el cual se convierte en el sistema objeto de estudio. Como el propósito es obtener conclusiones del fenómeno objeto de estudio, se somete éste a un procedimiento de observación de su comportamiento, que será estudiado para identificar los factores que allí parecen estar involucrados (Villa, 2006).

Para Blum y sus colaboradores, el proceso de modelación no finaliza con la obtención del modelo sino que, por el contrario, se hace necesario usar algunos métodos y procedimientos matemáticos (hipótesis matemáticas, resultados teóricos, solución de ecuaciones, estimaciones numéricas, pruebas estadísticas, simulaciones, etc). Para obtener resultados matemáticos pertinentes con las preguntas derivadas de la traslación del problema del mundo real Blum (2007) establecen que dichos resultados matemáticos deben ser traducidos nuevamente al contexto de donde fueron derivados para realizar un proceso de interpretación. Finalmente el “solucionador de problemas”, valida el modelo mediante la comprobación de los resultados matemáticos y su interpretación como razonables y compatibles en términos de la información dada en el problema original. Cuando el proceso de validación arroje resultados no satisfactorios todo el proceso debe repetirse con una modificación o un modelo totalmente diferente. Por último (si se logra), la solución del problema original del mundo real, y cuando proceda, se comunicará a los demás.

En términos de Villa (2007) la modelación matemática, vista como proceso, implica una serie de acciones o fases que hacen que la construcción o interpretación de un modelo no se efectúe de manera instantánea en el aula de clase; esas acciones o fases se conocen en la literatura como ciclo de la modelación. Dicho ciclo comienza con la determinación de un fenómeno o problema del “mundo real”, el cual es observado y sometido a un proceso de experimentación con lo que se pretende profundizar en su comprensión y en la búsqueda de datos; como no es posible considerar y/o identificar todos los factores involucrados en el fenómeno, se hacen las simplificaciones y supuestos que eliminen algunos de éstos, para con ello construir

un modelo que representa el fenómeno. Construido el modelo, se generan todos los análisis posibles y se utilizan las herramientas matemáticas para construir una solución teórica de la cual se desprenden las conclusiones del modelo; dichas conclusiones deben ser posteriormente interpretadas a la luz del fenómeno.

En la búsqueda de la coherencia entre las conclusiones del modelo y el fenómeno mismo se plantean estrategias de evaluación y validación. A continuación se ilustran los momentos del proceso de modelización según Villa (2007).

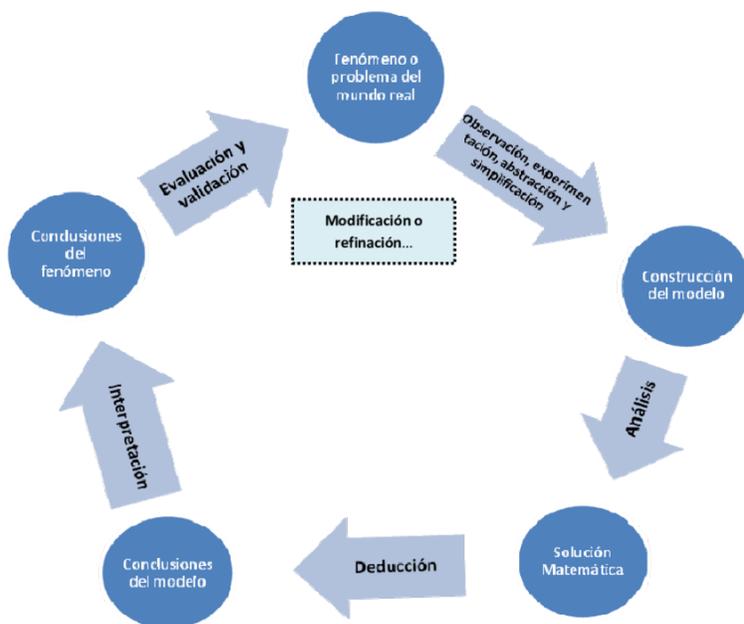


Figura 2.1: Esquema Proceso de Modelación.

Todos los elementos esgrimidos referenciados por Villa (2013) anteriormente, hacen referencia a la modelización como actividad científica. Sin embargo, diferentes autores, incluyendo al propio Villa, enumeran diferentes aspectos que diferencian al proceso de modelización matemática como actividad científica y como herramienta para construir conceptos matemáticos en el aula de clase (Villa, 2013). Entre ellos Hein, N.; Biembengut, M. (2006. pág 3) plantean que:

En la enseñanza formal, algunos factores como currículo, horario de las clases, número de alumnos por curso, disponibilidad de tiempo para que el profesor efectúe un acompañamiento simultáneo de los trabajos de los alumnos, nos llevaron a efectuar algunas adaptaciones en el proceso de modelización matemática como metodología de enseñanza, estableciendo un método que denominamos Modelación Matemática escolar. (pág.3)

En la tabla 1 se presentan algunos aspectos que diferenciarían el proceso de modelación matemática como actividad científica y como herramienta para construir conceptos matemáticos en el aula de clase.

CRITERIO	COMO ACTIVIDAD CIENTÍFICA	COMO HERRAMIENTA EN EL AULA DE CLASE
Propósito del modelo	El modelo se construye a partir del análisis de algunas situaciones, mediante las cuales se busca explicar fenómenos, solucionar problemas (de ciencias Naturales, Sociales...) o para avanzar en una teoría o ciencia.	El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo.
Los conceptos matemáticos	Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.	Deben haber sido considerados a priori con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.
Contextos	Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente al interior de la ciencia.	Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.
Otros factores	Se presenta generalmente en un ambiente propio de la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.	Se presenta regularmente en el aula de clase bajo una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias.

Cuadro 2.1: Diferencias entre el proceso de modelación en las ciencias y como recurso en las aulas de matemáticas (Villa, 2007).

Según el análisis de Villa esta diferencia se hace necesaria debido a que, en la mayoría de los casos, el proceso de modelación matemática no se puede desarrollar en todo su sentido en el aula de clase, en parte, porque algunas de las situaciones del mundo real a las que se pueden ver enfrentados los estudiantes, requieren de herramientas matemáticas que no siempre se encuentran en correspondencia con su desarrollo del pensamiento; por tanto, el docente debe realizar un proceso direccionado en dos sentidos: primero, el de descontextualización y segundo, el de recontextualización de tal manera que la situación, sin perder su esencia e intencionalidad, se transforme de tal manera que propicie el aprendizaje de los estudiantes.

La función de maestro en este aspecto se centra, básicamente, en diferentes momentos agrupados en dos fases. La primera de ellas, denominada “a priori” se presenta ante la necesidad de establecer criterios claros que posibiliten la selección de las situaciones y contextos que puedan representar importancia para los estudiantes. La segunda fase, denominada “ejecución”, consiste en una serie de momentos que el maestro podría atravesar en el desarrollo de la situación de modelación en aula de clase (Biembengut, 2004. citado en Villa, 2013).

Algunos de los momentos que el maestro debe afrontar son:

1. Observación y experimentación: Es la identificación de un problema, fenómeno o conjunto de fenómenos particulares que tengan coherencia con el concepto o conjunto de conceptos que se pretenden recrear con el fenómeno.
2. Delimitación del problema: Identificación de conjunto de elementos y variables que deben ser modelados.
3. Selección de estrategias: Estrategias, recursos, metodologías a usar para organizar una secuencia didáctica que involucre representaciones y conceptos, permitiendo ir creando modelos deseados.
4. Evaluación y validación: El estudiante debe buscar cumplimiento de las condiciones con el conjunto de datos obtenidos experimentalmente, la confrontación de sus resultados con los compañeros, la confrontación con personas especialistas en el tema, sin quedarse con lo estipulado por el profesor.
5. Conexión con otros modelos y situaciones: Luego de validar el modelo, la idea es buscar diferentes modelos que involucren los mismos conceptos, se trata de no quedarse en una visión única del campo de aplicación del concepto.

2.4. Análisis Didáctico

El análisis didáctico es un método de investigación propio de la Didáctica de la Matemática, que se sustenta en la historia, en la propia matemática, en la filosofía del conocimiento y de la educación, que utiliza técnicas y métodos del análisis conceptual y del análisis de contenido. Son objeto del análisis didáctico “aquellos conceptos, conocimientos, normas, juicios, argumentos, textos y relatos que tienen su origen en la actividad propia de la comunidad de educadores matemáticos, textos que se ajustan a su organización y que regulan su práctica” (Rico, 2012, pág.51).

Según Lupiáñez y Gómez, (2010), las finalidades del análisis didáctico radican en fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación y puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos, tal y como los establece la comunidad educativa y tienen lugar en el medio escolar. En esta reflexión, los procesos generales considerados se refieren, explícita o implícitamente, a la organización, transmisión y adquisición de conocimientos estructurados mediante textos y documentos de matemáticas escolares. Rico (2012) propone una serie de categorías consideradas para analizar el contenido matemático en un documento escolar, las cuales se mencionan a continuación:

* Conceptual, que considera el momento histórico y el marco poblacional (el quién comunica y a quién comunica) donde se insertan.

* Formal y estructural, que abarca los conceptos, definiciones y procedimientos, junto con la estructura formal, que proporcionan referencia a los contenidos utilizados.

* Representacional, que comprende las notaciones gráficas, simbólicas, y sistemas de signos involucrados.

* Fenomenológica, que aborda los fenómenos que dan origen a los conceptos, los contextos en los que se utilizan y aquellas situaciones en las que se presentan y en las cuales se aplican, que dotan de sentido a los contenidos en estudio.

En términos de Gómez (2004) el análisis didáctico tiene sentido como procedimiento para la planificación local de una unidad didáctica o una hora de clase. El análisis didáctico se caracteriza por su especificidad a un concepto matemático concreto. Solamente cuando se profundiza en esa especificidad, es posible reconocer los múltiples significados del concepto. A la hora de planificar una hora de clase o una unidad didáctica, el profesor de matemáticas debe estar en capacidad de resolver los problemas relacionados con esta característica de los conceptos en las matemáticas escolares (Gómez, 2002).

“El análisis didáctico se ubica en el nivel de la planificación local dentro de la teoría curricular” (Gómez, 2007, pág. 20). Está compuesto por cuatro análisis: (a) análisis de contenido, (b) análisis cognitivo, (c) análisis de instrucción y (d) análisis de actuación. Cada uno de estos análisis se centra en una de las dimensiones del currículo y todos tienen un objetivo común: contribuir al diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas sobre temas concretos de las matemáticas escolares. En este trabajo de investigación, abordamos el análisis de contenido, que concierne a la dimensión conceptual de las matemáticas en el nivel de planificación local y proporciona herramientas para analizar los temas de las matemáticas escolares e identificar y organizar su multiplicidad de significados. A continuación se describe

cada uno de los análisis.

1. Análisis de contenido: El profesor identifica y organiza los diferentes significados de los conceptos.
2. Análisis cognitivo: El profesor describe su hipótesis de como los estudiantes pueden progresar en la contrucción de conocimiento cuando se enfrentan a diversas tareas.
3. Análisis de instrucción: El profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirá las actividades de enseñanza y aprendizaje.
4. Análisis de actuación: El profesor determina las capacidades que los estudiantes han desarrollado y las dificultades que han tenido hasta el momento.

El análisis didáctico es un procedimiento cíclico, que incluye estos cuatro análisis; atiende los condicionantes del contexto, e identifica las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto. El ciclo del análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares, por los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción. A continuación se muestra una descripción de un ciclo de análisis didáctico Gómez (2002).

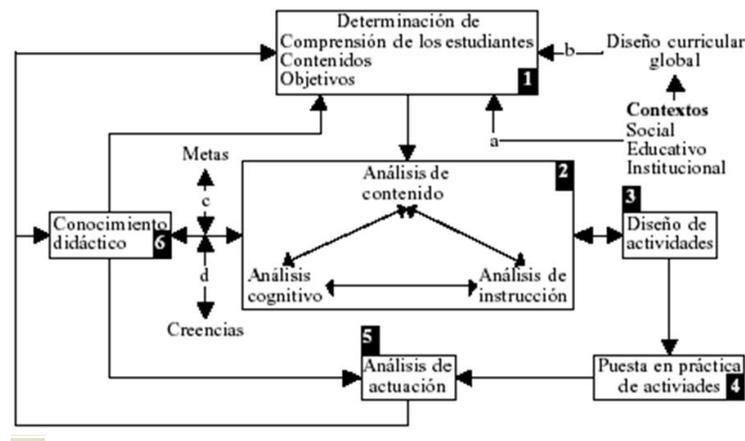


Figura 2.2: Ciclo de Análisis Didáctico y sus Condicionantes

2.5. Análisis de Contenido

Dentro de este trabajo de investigación se desarrolla un respectivo análisis de contenido asociado a el objeto matemático Función Lineal y Función Afín, el cual será abarcado desde los siguientes aspectos.

1. La estructura conceptual.
2. Los sistemas de representación.
3. La fenomenología.

Siendo la función lineal y función afín, base fundamental para el estudio de las funciones reales y el desarrollo del pensamiento variacional y numérico se deben tener presentes los conocimientos básicos, relacionados con la red de conceptos y procedimientos que posibilitan su movilización. En este análisis encontramos, variables dependientes e independientes, relaciones, cambio, variación y variable, así mismo como los procesos de pensamiento relacionados con la representación gráfica, simbólica, tabular; interpretación de graficas; reconocimiento de patrones de variación, son elementos sin los cuales no se puede estudiar de manera significativa y funcional las funciones lineal y afín.

2.5.1. Estructura Conceptual

El concepto de función es uno de los más trabajados en Matemáticas, y su utilización no se hace únicamente en esta disciplina, su aplicabilidad se manifiesta en numerosos aspectos del conocimiento humano, pero desde el enfoque de la investigación, se refiere esencialmente a su utilización como instrumento para modelar situaciones. Lang (1990) plantea que el concepto de aplicación generaliza la noción de función y expresa que el concepto de función es un tipo especial de aplicación y se diferencian de otras aplicaciones, puesto que; ésta define en el conjunto de los números reales.

La función lineal y afín es una aplicación de variable real, su dominio y codominio pertenecen al conjunto de los números reales, los cuales tienen estructura algebraica de campo y son ejemplo de espacio vectorial.

Se llama función de proporcionalidad directa o, simplemente, función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x, y) , es decir; una función es una relación establecida entre dos variables que asocia a cada valor de la primera variable (variable independiente x), un único valor de la segunda variable (variable dependiente y).

Esta relación se representa mediante;

$$y = f(x)$$

Una función real de variable real es una función en la que tanto los valores de la variable como los de la variable independiente son números reales. Se suele expresar mediante;

$$\begin{aligned} f : R &\longrightarrow R \\ x &\longrightarrow y = f(x) \end{aligned}$$

A $f(x)$ se la denomina la imagen de x por la función f .

En geometría y álgebra elemental, una función lineal es una función polinómica de primer grado; es decir, una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede escribir como:

$$f(x) = mx + b$$

donde m y b son constantes reales, $m, b \in \mathbb{R}$, y x es una variable real. La constante m es la pendiente de la recta, y b es el punto de corte de la recta con el eje y . Si se modifica m entonces se modifica la inclinación de la recta, y si se modifica b , entonces la línea se desplazará hacia arriba o hacia abajo.

En el contexto de análisis matemático la función lineal son aquellas con $b = 0$ de la forma:

$$f(x) = mx$$

Mientras que llaman función afín a la que tiene la forma:

$$f(x) = mx + b$$

Conocida también como transformación lineal en el contexto del álgebra lineal.

Dada una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se define el dominio o campo de existencia de la función como el conjunto de números reales x para los cuales existe $f(x)$. Se representa mediante $Dom(f)$.

$$Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / \text{existe } f(x)\}$$

Dada una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se define el recorrido o imagen de la función como el conjunto de números reales que resultan al calcular la imagen de todos los valores del dominio. Se representa mediante;

$$Ran(f) = \{y \in \mathbb{R} / x \in Dom(f) / f(x) = y\}$$

Una de las características más importantes a la hora de hacer la representación gráfica de una función es estudiar su monotonía, es decir donde crece y donde decrece nuestra función. A continuación se menciona la monotonía de nuestro objeto matemático la función lineal.

si $f(x) = mx + b$, es una función lineal entonces se cumple:

- ✓ Si $m > 0$ a medida que aumenta el valor de x también aumenta el valor de y , es decir; que la función es monótona creciente.
- ✓ Si $m < 0$ a medida que aumenta el valor de x disminuye el valor de y , es decir; que la función es monótona decreciente.
- ✓ Si $m = 0$ a medida que aumenta el valor de x el valor de y se mantiene constante y es igual a b .

2.5.2. Sistema de Representación.

El concepto de función lineal y función afín se sustenta en el cumplimiento, verificación y estudio de la propiedades de la aditividad y la homogeneidad, que son intrínsecas a sus formas de representación como la expresión gráfica, su gráfica en el sistema de coordenadas cartesianas, descripciones verbales escritas y tablas de valores de variables. La importancia de las representaciones radica en que la capacidad de reconocerlas e interpretarlas es una de las formas que tiene el ser humano de adquirir un concepto. Generalmente los conceptos matemáticos no están aislados; por el contrario tienen una red de nociones y elementos

interrelacionados que en conjunto “forman” el concepto. A continuación se describen cada una de las forma de representación de nuestro objeto matemático la función lineal y función afín.

1) **Descripción verbal:** Utiliza lenguaje común para hacer una descripción generalmente cualitativa.

La gráfica de la función lineal, es una línea recta que pasa por el origen del plano cartesiano.

Cuadro 2.2: Descripción Verbal

2) **Fórmula o ecuación:** Brinda una visión cuantitativa y cualitativa general de la función, también permite observar las características de variación, crecimiento, continuidad, concavidad, máximos, mínimos, periodicidad, cambio empleando métodos algebraicos. A continuación se mencionan las ecuaciones de las función lineal y función afín.



$f(x) = mx$

$f(x) = mx + b$

Ecuación función lineal

Ecuación función afín

Figura 2.3: Expresión Algebraica

3) **Tabla de valores:** Presenta una visión cuantitativa, interpretable desde la correspondencia, se identifican los pares ordenados, es parcial debido a la imposibilidad de mostrar la totalidad de datos.

X	x_1	x_2	x_3	x_4
Y	y_1	y_2	y_3	y_4

Cuadro 2.3: Tablas de Valores.

4) **Gráfica:** Da una visión global y completa de la función a nivel cualitativo como cuantitativo, permite la generación de modelos, posibilita “ver” características de variación, crecimiento, continuidad, concavidad, máximos, mínimos, periodicidad, cambio, etc.

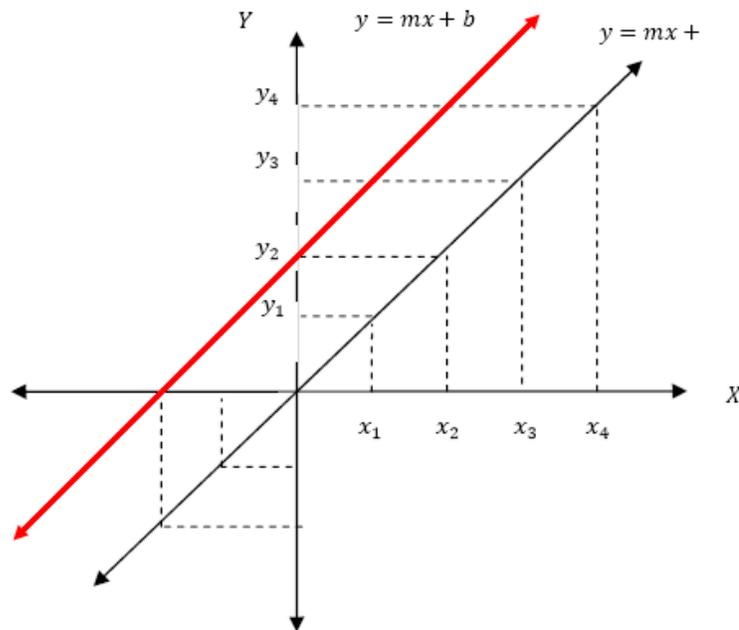


Figura 2.4: Gráfica.

4.1) Diagrama Sagital: Conceptos relacionados a funciones son su dominio, codominio y recorrido. Se utilizan estos tres conceptos principalmente en ejercicios de diagramas sagitales, puesto que cuando se trata de ejercicios algebraicos, lo más común es trabajar con dominio y recorrido.

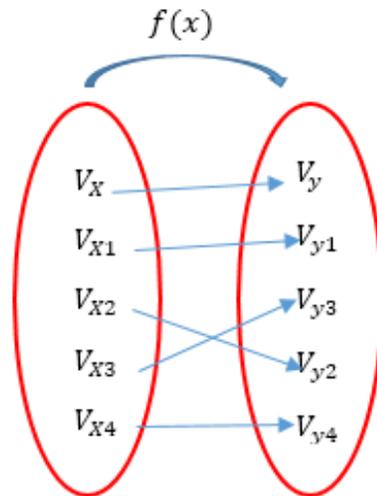


Figura 2.5: Diagrama.

Para mayor comprensión observemos el siguiente ejemplo que relaciona las diferentes tipos de representaciones que hemos descrito anteriormente.

Sea $f(x) = 2x - 3$

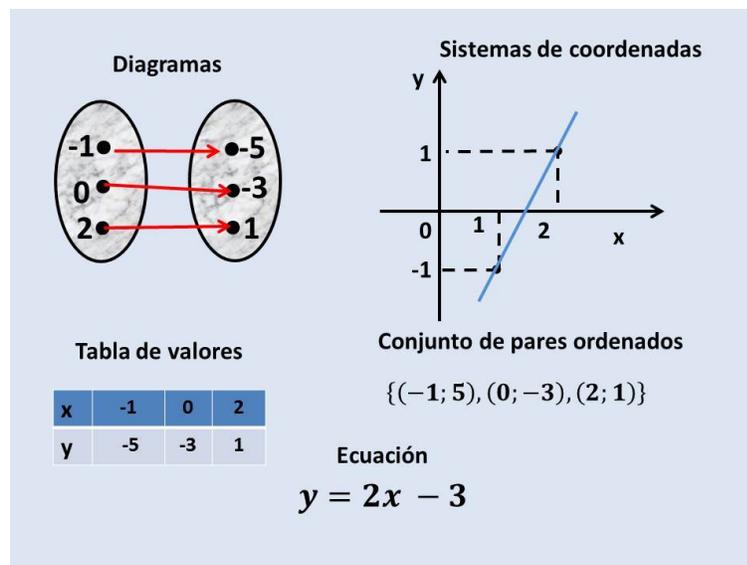


Figura 2.6: Sistemas de representación.

2.5.3. Análisis fenomenológico.

Siguiendo con las ideas de Freudenthal (1983) el análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática radica en “describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos”. Para Freudenthal (1983) esta actividad matemática va más allá de una simple correspondencia entre los fenómenos del mundo que solicitan ser organizados y la creación de medios de organización en las matemáticas.

Desde esta perspectiva, Puig (1997) reconoce que los conceptos matemáticos son creados como medios de organización de fenómenos del mundo; un mundo real, físico, cotidiano, no un mundo ideal del cual un reflejo estudiamos, ni cuya existencia es previa a la actividad matemática. Estos objetos matemáticos (objetos mentales) terminan incorporándose al mundo real de nuestra experiencia, en el que se reintegran como fenómenos a una nueva organización, constituyéndose de esta manera objetos mentales cada vez más elaborados y abstractos, que a su vez, se convierten en nuevos conceptos matemáticos (Puig, 1997).

En relación con lo anterior, Puig señala que un análisis fenomenológico requiere considerar la totalidad de fenómenos para los que es un medio de organización, teniendo en cuenta, no solo el desarrollo actual del concepto o estructura matemática, sino también los fenómenos en cuya organización fue creado y a que fenómenos se extendió posteriormente.

2.5.4. Fenomenología de la Función Lineal y Función Afín en las Ciencias

En este apartado se presenta la descripción de los fenómenos o situaciones de las ciencias, para los que el concepto de función lineal es el medio de organización y generalización, así como también describe brevemente su relación conceptual con dichos fenómenos.

- **Distancia vs. Tiempo:** La distancia recorrida d en un tiempo t , con d y t respectivamente, las variables dependiente e independiente y el hecho que a cada instante de tiempo t le corresponde una y sólo una distancia determinada d , se expresa con que la distancia d está en función del tiempo t . Este es caso del movimiento uniforme con velocidad constante v , la ley del movimiento se expresa simbólicamente de la forma:

$$d = v * t$$

- **Velocidad vs. Tiempo:** En el caso del movimiento uniformemente acelerado, que parte del reposo con aceleración constante a , el movimiento está determinado si se conoce la velocidad en cada instante; en este caso la velocidad v está en función del tiempo t y la ley de este movimiento se expresa de la forma:

$$v = a * t$$

- **Masa y Volumen:** La masa m de un cuerpo de densidad d constante y de volumen v variable, queda determinada por la expresión de la forma:

$$m = d * v$$

Donde la masa del cuerpo está en función de su volumen para una densidad constante.

- **La Ley de Ohm:** La diferencia de potencial V aplicada a un conductor de resistencia constante R , es proporcional a la intensidad de corriente eléctrica I que circula por él; en este caso la relación funcional se expresa en la forma:

$$V = R * I$$

- **Cambio de Moneda:** La tasa de cambio de moneda extranjera, ejemplos pesos colombianos a dólares, es el valor contante en la relación funcional lineal que representa cuántos dólares $us\$$ se obtienen por p pesos colombiano, la cual se expresa de la forma:

$$us\$ = k * p$$

Donde k es la tasa efectiva de cambio e indicador económico para operaciones internacionales.

- **Consumo de Combustible:** El consumo de combustible c en galones, de un vehículo automotor, maquinaria, está determinado por la relación funcional de tipo lineal que se establece con el números de rotaciones r de su eje; que para el caso de los vehículos automotor corresponde a las distancias recorridas y para maquinaria con taladros, corresponden a las frecuencias, periodo y tiempo de uso. Esta relación se expresa mediante la ecuación simbólica:

$$c = k * r$$

Donde k es la tasa de consumo establecida por los fabricantes.

- **Costo y Consumo de Servicios Públicos (sin costo fijo):** Para el consumo c de los servicios públicos, como la luz, el agua, internet entre otros, que son facturados sin cargo fijo, su costo p en la factura mensual, se describe a partir de la expresión de tipo lineal:

$$p = k * c$$

Con k igual al valor constante de precio por metro cúbico, kilowatios, y tiempo en horas para el caso de internet.

2.6. Tarea y Actividad Matemática

Dentro de los indicadores asociados a la actividad del profesor, que determinan las oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, es destacable la relevancia que varios autores atribuyen al tipo de tareas ² que éste selecciona y propone. Así, las tareas se consideran “el principal vehículo para suministrar a los escolare oportunidades de aprendizaje” (Lupiáñez,

²Entendemos que las tareas son demandas que el profesor plantea a los estudiantes, que activan sus conocimientos acerca de un tema matemático concreto, e implican una determinada actividad matemática por parte de los estudiantes (Gómez, 2007; Lupiáñez, 2009).

2009, pág.113) y una cuidadosa selección de éstas por parte del profesor le permite planificar actividades que potencian la creación de oportunidades efectivas de aprendizaje (Ponte, 2004). En la misma línea, Watson y Sullivan (2008), consideran que el tipo de tareas que emplean los profesores en las clases de matemáticas está relacionado con sus percepciones de las matemáticas e influye directamente en las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, señala Polya (1989) que:

un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos y ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello (pág. 5).

Principalmente los alumnos obtienen el aprendizaje a partir de dos factores claves: La actividad que realizan y reflexión que efectúan al respecto. En la actualidad, esta perspectiva sobre el aprendizaje es ampliamente aceptada en la comunidad matemática. Como lo indica Walther (1986), cuando se está implicado en una actividad, se realiza determinada tarea. Dicho de otro modo, una tarea es el objetivo de la actividad. Como lo mencionamos anteriormente la tarea es formulada por el y propuesta al estudiante puede surgir por iniciativa propio del estudiante y hasta puede ser negociada entre el profesor y el estudiante. En cualquiera de los dos casos, cuando un estudiante está implicado en la actividad matemática, está realizando cierta tarea. En términos de Giménez (2004) el profesor no dispone de medios para intervenir directamente en la actividad del estudiante pero puede y debe preocuparse de la formulación de tareas, del modo de proponerlas y de dirigir su realización en el aula.

En las tareas propuestas por el profesor, distinguimos los diferentes grados de complejidad (demanda cognitiva) de las mismas por el tipo de procesos cognitivos que se activan en los estudiantes para llevarlas a cabo ³. La demanda cognitiva de una tarea puede reconocerse por las características de la tarea que incluyen: número y tipo de representaciones, número de estrategias de solución y exigencias de comunicación (la extensión de explicación o justificación requerida del estudiante) (Stein, 1996). Otro aspecto importante al tratar las tareas propuestas por el profesor son situaciones y contextos en los cuales se plantean las tareas, que permiten a los estudiantes acceder a las matemáticas de una manera natural y motivadora; proporcionan un fundamento sólido para el aprendizaje de operaciones formales, procedimientos, notaciones, reglas y algoritmos; permiten utilizar la realidad como recurso y dominio de aplicaciones; y realizar la ejercitación de las habilidades específicas en situaciones aplicables (Treffers y Goffree, 1985).

³La demanda cognitiva (o nivel cognitivo) de una tarea se refiere al tipo de procesos cognitivos que necesita el estudiante para llevarla a cabo (Doyle, 1988).

2.6.1. Niveles de Complejidad Cognitivo

Los grados de complejidad la encontramos presente en las condiciones didácticas de realización de la tarea matemática (Solar, Espinoza, Rojas, Ortiz, González, 2011), propuestas en el seno de la(s) institución(es). El nivel de complejidad en los ítems (tareas) propuesto en el marco de la evaluación del proyecto PISA/OCDE (2005), se ha caracterizado en tres niveles a saber:

- **Reproducción:** Engloba a aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reproducción de los conocimientos practicados, como el conocimiento de representaciones de hechos y problemas comunes, el reconocimiento de equivalentes, el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, la utilización de procesos rutinarios, la aplicación de algoritmos estándar y habilidades técnicas, el manejo de expresiones que contienen símbolos y fórmulas familiares o estandarizadas y la realización de operaciones sencillas.
- **Conexión:** Va más allá de la reproducción, para resolver problemas que no son meramente rutinarios, pero que todavía se sitúan en contextos familiares o bien se alejan de ellos en un grado relativamente menor. Estos problemas plantean por lo general unas mayores exigencias en cuanto a su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de la situación o enlazar diferentes aspectos de la situación del problema con el fin de desarrollar una solución.
- **Reflexión:** Estas competencias son necesarias para tareas que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, así como creatividad para identificar conceptos matemáticos o enlazar con los conocimientos pertinentes para dar con las soluciones. Los problemas que requieren estas competencias implican un mayor número de elementos que los demás y suelen exigir que los alumnos generalicen y expliquen o justifiquen sus resultados. (pág.41)

Los anteriores niveles de complejidad demuestran el requerimiento cognitivo que deben tener los estudiantes en el desarrollo de las tareas. Ello comporta que alumnos que desarrollen tareas de mayor nivel de complejidad son alumnos más competentes y aquellos que alcanzan procesos de menor complejidad son alumnos menos competentes, implicando que la noción de competencia es al sujeto determinada a la complejidad de la tareas (Rico, 2007).

Solar (2009) en su tesis doctoral competencia de modelización y argumentación en interpretación de graficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso, establece un modelo de competencias basado en tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad. Esta propuesta al relacionar tareas matemáticas y procesos matemáticos puede establecer el nivel de complejidad de la actividad matemática puesta en juego. Dicha propuesta se articula de modo que las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas, requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que “es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco

del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo” (pág.187), por tanto dentro de este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes. Podemos decir, que los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes (Alvis y Puentes, 2015).

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Lo observado en el anterior capítulo enfatiza lo importante y la cobertura que tiene el uso de una herramienta didáctica, como lo es el libro de texto, pieza que ayuda en la planificación y abordaje de la clase, así como para el desarrollo de actividades que buscan contextualizar situaciones problema, donde radica el ejercicio de la modelación; proceso que debe estar articulado en la actividad matemática escolar como lo indican los lineamientos curriculares del MEN. En este capítulo nos dedicaremos a presentar el diseño de la investigación, atendiendo a la manera en que procedemos y las diferentes técnicas o herramientas que empleamos para la ejecución de la misma.

La perspectiva metodológica se consolida en el paradigma cualitativo, esta orientación se basa en un proceso inductivo con características descriptivas e interpretativas utilizando el análisis de contenido y las fases de la modelización presentes en textos escolares a través de la función lineal y afín.

Para el desarrollo de esta investigación se analizan los libros de texto Hipertexto, 2010; Los caminos del saber, 2013; Los caminos del saber, 2014 y Proyecto educativo Siglo XXI, 2016; de la editorial Santillana S.A con el fin de determinar su evolución en el periodo 2010 a 2016.

La editorial seleccionada, se acoge en base al informe estadístico para el año 2010, presentado por la Cámara Colombiana del Libro donde se evidencia que las editoriales Norma S.A. y Santillana S.A, reportaron la mayor cantidad de ejemplares producidos, por lo cual, a consideración nuestra se escogió la SANTILLANA S.A.

Esta caracterización nos implicó procesos de descripción, observación y análisis sobre la estructuración y evolución de las formas expresadas textualmente. Para un mejor desarrollo de la metodología organizamos el desarrollo de esta en tres fases.

PRIMERA FASE

Para poder alcanzar el primero objetivo específico relacionado con el análisis de libro de texto bajo una perspectiva teórica, se consideró lo establecido por Schubring (1987).

Se procedió a una etapa comparativa, buscando cambios entre los libros de texto en el periodo considerado, permitiendo describir generalmente y analizar la estructuración, el desarrollo de temáticas y las actividades de estos materiales didácticos promueven en la clase la enseñanza de las matemáticas.

En primera medida, se determinan los cambios sucedidos dentro de varias ediciones dentro de un mismo libro de texto (primer aspecto considerado por Schubring), haciendo uso de los libros de texto Los caminos del saber en sus ediciones 2013 y 2014, para la descripción general de los textos indicados junto con un análisis comparativo de los cambios encontrados.

Luego, se toma el segundo aspecto, Los cambios sucedidos en otros libros de texto, pero de la misma obra del autor aplicado a los libros de texto Hipertexto (2010), Los Caminos del Saber (2013) y Proyecto Educativo Siglo XXI (2016), con el mismo procedimiento para sus descripciones generales y análisis de los aspectos mencionados anteriormente.

Para la aplicación del tercer ítem Los cambios sucedidos en los libros de texto, en su relación con los cambios globales y particulares del contexto, se procede con un análisis de la evolución en los textos Hipertexto (2010), Los Caminos del Saber (2013) y Proyecto Educativo Siglo XXI (2016), con su adecuación a las políticas educativas surgidas en el periodo 2010-2016.

SEGUNDA FASE

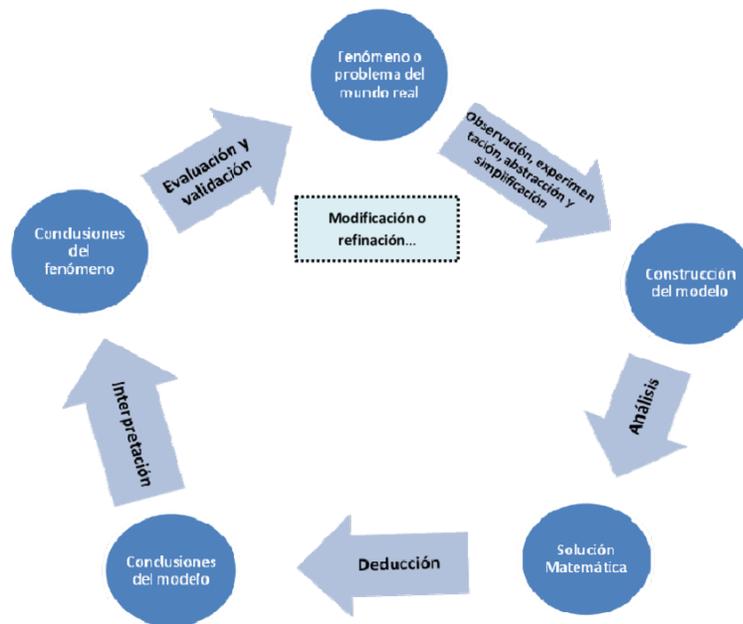
El segundo objetivo “Analizar la presentación de las tareas propuestas sobre el estudio de la función lineal y afín” se realiza un banco de 6 tareas, obtenidas de los libros de texto Hipertexto 2010, Los caminos del saber 2013 y Proyecto educativo Siglo XXI 2016; del cual se tomaron 4 en particular. Este se alcanzó mediante la descripción de las tareas y su contenido.

TERCERA FASE

Realizaremos el análisis al nivel estructural de las tareas propuestas como ejemplos en los libros de texto a través de la función lineal y afín, dado que se considera un tema específico dentro del contenido escolar. Además, por otra parte se trata de un estudio de caso descriptivo, ya que se pretende describir e identificar en profundidad las fases de la modelación en las tareas en los textos escolares, y por otra se puede considerar un estudio de caso exploratorio con la finalidad de plantearse algunas hipótesis para un posterior trabajo de investigación.

Recordamos que como referente para aplicar y evidenciar las fases de modelación tomamos a Villa, que la enuncia como:

1. fenómeno o problema del mundo real
2. Construcción del modelo
3. Solución Matemática
4. Conclusiones del modelo
5. Conclusiones del Modelo



Las tareas analizadas comprenden las tareas que se exponen como ejemplo en el libro de texto para mejorar el aprendizaje, para estas tareas se identificaron que fases están y no están presentes en su contenido, llegando a alcanzar el tercer objetivo.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE LIBRO DE TEXTO

En este capítulo se presentan los análisis correspondientes y principales hallazgos de la investigación, correspondientes al análisis de tareas propuestas dentro del concepto de función Lineal y función Afín, que reposa en los textos escolares diseñados por la editorial Santillana y utilizados en la enseñanza de este objeto matemático para el grado noveno del ciclo Básico de Educación Secundaria.

El análisis de los libros de texto que se presenta a continuación está considerado bajo la perspectiva del análisis tridimensional que propone Schubring, el cual plantea que para hacer un respectivo análisis de texto se debe considerar los siguientes aspectos:

- **Los cambios sucedidos dentro de las varias ediciones dentro de un mismo libro de texto.**

Para el análisis de esta categoría se trabajó sobre los siguientes textos.

Nombre	Editorial	Año de edición
Los caminos del saber	Santillana S.A	2013
Los caminos del saber	Santillana S.A	2014

Cuadro 4.1: Ediciones “Los Caminos del Saber”

A continuación se hace una descripción de la forma como está estructurado en su totalidad: El desarrollo de temáticas y las actividades presentes en cada uno de los anteriores libros de texto.

En primera medida, el proyecto Educativo Los Caminos del Saber, 2013, en su página de presentación describe las herramientas didácticas que trae consigo. Un libro de estudiante, un libromedia en DVD, y acceso a un sitio web de la editorial. El libro para el estudiante

que según Santillana S.A. acoge las directrices propuestas por el MEN, para el desarrollo de competencias.

Presentación del modelo

Proyecto **Los Caminos del Saber**

Es un **programa de educación** que te ofrece múltiples recursos, impresos y digitales, para que adquieras conocimientos y desarrolles habilidades que te permitan enfrentar los retos del futuro.

¿Qué te ofrece el programa para el área de Matemáticas?

- Un libro del estudiante** que responde a las exigencias planteadas por el MEN y promueve el desarrollo de tus competencias.
- Un sitio Web** www.santillanaplus.com.co con más recursos **interactivos** y **multimedia** que agregan valor a tu desarrollo escolar.
- Un Libromedia en DVD, que:**
 - Contiene una amplia variedad de recursos digitales.
 - Es fácil de manejar y no requiere conectividad.
 - Se vincula a tu salón de clases y a tu hogar como una oportunidad para aumentar tu eficacia en el aprendizaje.

Figura 4.1: Presentación Edición 2013

Por otro lado el proyecto educativo Los Caminos del Saber, 2014, ofrece para el área de Matemáticas nuevas herramientas que se pueden evidenciarse en la siguiente imagen, como lo es la presentación en dos volúmenes y una herramienta llamada **testfactory**, la cual permite al docente evaluar en línea los conocimientos de los estudiantes al terminar una unidad didáctica. Como también trae un libro media al igual que la edición 2013, además cuenta con una plataforma digital que permite al estudiante acceder a contenidos y tareas e interactuar con el docente y compañeros.

Proyecto **Los Caminos del Saber**

Es un **programa de educación** que te ofrece múltiples recursos, impresos y digitales, para que adquieras conocimientos y desarrolles habilidades que te permitan enfrentar los retos del futuro.

¿Qué te ofrece el programa para el área de Matemáticas?

- Dos volúmenes para el estudiante** que responde a las exigencias planteadas por el MEN y promueve el desarrollo de tus competencias.
- El LMS**, una plataforma de gestión académica en línea, en donde tienes la posibilidad de acceder a los contenidos, las tareas y los mensajes de tus profesores, comunicarte con ellos y con tus compañeros de clase y, además, puedes monitorear tu proceso académico.
- testfactory** La **herramienta de evaluación** en línea, **Test Factory** para poner a prueba tus conocimientos con la orientación de tu profesor del área.
- Un Libromedia que:**
 - Contiene una amplia variedad de recursos digitales.
 - Es fácil de manejar y no requiere conectividad.
 - Se vincula a tu salón de clases y a tu hogar como una oportunidad para aumentar tu eficacia en el aprendizaje.

Figura 4.2: Presentación Edición 2014

Dentro de la organización del libro de texto Los Caminos del Saber en las ediciones 2013 y 2014, se observa que se comparte una estructura similar en su página de presentación. Al comienzo de cada unidad en las dos ediciones 2013 y 2014, se encuentra una doble página de apertura donde se presentan los temas que se abordan y los logros que se van a alcanzar. Además se enumeran los contenidos, así como las evaluaciones que ayudan al estudiante a afianzar sus habilidades y conocimientos. Esta página inicial está organizada de la siguiente manera.

1. **Tu plan de trabajo:** Presenta los temas y logros que se van a desarrollar.
2. **Encuentra en libromedia:** Relaciona los objetos y evaluaciones que complementa el libro de texto.
3. **Cronología:** Es una línea de tiempo que muestra la evolución de un tema de unidad, en diferentes épocas del mundo.
4. **¿Para qué sirve?:** Presenta una lectura motivacional que informa sobre una aplicación práctica del tema de unidad, Además permite que el estudiante salga de la monotonía.
5. **Lo que sabes:** Indica los preconceptos que debes saber para una mayor comprensión de un determinado tema.



Figura 4.3: Página Inicial ediciones 2013 y 2014.

Continuando con las semejanzas nos centramos dentro del desarrollo de las temáticas, las cuales están acompañados de ejercicios y situaciones en contexto, que se solucionan paso a paso. Tanto el proyecto en sus dos ediciones 2013 y 2014 clasifican las actividades para el estudiante con respecto a las competencias. A continuación se da a conocer estos aspectos.

Estándares Pensamiento numérico y variacional
ESTANDAR

Sustracción de números complejos

Para restar dos o más números complejos se restan, respectivamente, las partes reales y las partes imaginarias.

Si $z, w \in \mathbb{C}$ con $z = a + bi$ y $w = c + di$, entonces, $z - w = (a - c) + (b - d)i$.

Por ejemplo, la resta $(5 + 2i) - (8 + 7i)$ se realiza así:

$$(5 + 2i) - (8 + 7i) = (5 - 8) + (2 - 7)i \quad \text{Se resta cada parte del complejo.}$$

$$= -3 - 5i \quad \text{Se resuelven las restas.}$$

Recuerda que...

Sumar o restar dos o más números complejos es equivalente a reducir términos semejantes en una expresión.

EJEMPLOS

<p>1. Realizar la siguiente operación</p> $(2 - 5i) - (-3 + 8i) + (12i - 9).$ $(2 - 5i) - (-3 + 8i) + (12i - 9)$ $= 2 - 5i + 3 - 8i + 12i - 9 \quad \text{Se eliminan los signos de agrupación.}$ $= -4 - i \quad \text{Se reducen términos semejantes.}$ <p>2. Encontrar $\overline{z + w}$ si $z = -15 + 7i$ y $w = 11 - 3i$.</p> $z + w = (-15 + 7i) + (11 - 3i) \quad \text{Se suman } z \text{ y } w.$ $= -4 + 4i \quad \text{Se realizan las sumas.}$ <p>Luego, se obtiene $\overline{z + w}$.</p> $\overline{z + w} = -4 - 4i \quad \text{Se halla el conjugado de } z + w.$	<p>3. Hallar el número complejo z que cumple la siguiente igualdad.</p> $(7 + 4i) + z = 2 + 7i$ <p>Se escribe $z = a + bi$.</p> $(7 + 4i) + (a + bi) = 2 + 7i \quad \text{Se reemplaza } z \text{ por } a + bi.$ $(7 + a) + (4 + b)i = 2 + 7i \quad \text{Se realiza la suma.}$ $7 + a = 2 \quad 4 + b = 7 \quad \text{Se igualan las partes reales e imaginarias.}$ $a = -5 \quad b = 3 \quad \text{Se despejan } a \text{ y } b, \text{ respectivamente.}$ <p>Luego, $z = -5 + 3i$.</p> <p>Por tanto,</p> $(7 + 4i) + (-5 + 3i) = 2 + 7i$
---	---

Afianzo COMPETENCIAS

P Propongo • E Ejercicio • R Razono

E Realiza las siguientes adiciones.

78. $(\sqrt{45} - \sqrt{-72}) + \left(\frac{\sqrt{5}}{4} + \sqrt{50}i\right)$

Figura 4.4: Desarrollo de temáticas ediciones 2013 y 2014.

Al finalizar cada unidad tanto de la edición 2013 como la edición 2014, se encuentran dos secciones denominadas "Ejercicios para repasar y Problemas para repasar", la cuales estan conformadas con actividades de cada tema, presentando una actividad resuelta como guía. Cada estudiante puede allí responder a las actividades en un espacio destinado para ello.

Nivel alto • Nivel medio • Nivel bajo

 Recurso imprimible
 Audio (resumen)

Funciones

Establece cuáles de las siguientes relaciones son funciones. Justifica tu respuesta.

353. $R_1 = \{(-5, 3), (-4, 3), (-3, 3), (-2, 3), (-1, 3), (0, 3)\}$

354. $R_2 = \{(-3, -6), (-3, 6), (-2, 2), (-2, -2)\}$

355. $R_3 = \{(-4, 2), (-4, 6), (-4, 8), (-4, 10)\}$

356. $R_4 = \{(-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2)\}$

Identifica el dominio y el rango de las siguientes funciones.

357. $f: A \rightarrow B$

Dom $f =$ _____ Dom $f =$ _____
 Ran $f =$ _____ Ran $f =$ _____

358.

359. Realiza la gráfica de la siguiente función de variable real.
 $y = -3x^2$

Línea recta

364. Determina los cortes con los ejes coordenados de la siguiente función. Luego, realiza su gráfica.
 $y = 2x + 5$

Grafica las siguientes funciones en tu cuaderno y determina los puntos de corte con los ejes.

365. $y = 4 - \frac{2}{5}x$ 367. $2x - \frac{1}{5}y + 1 = 0$
 366. $y = -\frac{1}{3}x - 4$ 368. $\frac{3}{2}x + 1 + 4y = 0$

Escribe la ecuación de la recta de acuerdo con las condiciones dadas.

369. Pasa por $(4, -3)$ y tiene pendiente $\frac{4}{3}$.

370. Pasa por los puntos $(5, 1)$ y $(-3, -2)$.

371. Es paralela a la recta $2x + 3y - 1 = 0$ y pasa por $(-1, 1)$.

372. Es perpendicular a la recta $x - 2y = 4$ y pasa por $(-3, 0)$.

Figura 4.5: Ejercicios Para Repasar.

PROBLEMAS PARA REPASAR

Observa el siguiente cubo. Luego, resuelve.

226. Determina un polinomio que represente el volumen del cubo.

233. Resuelve. Una parte de un terreno se cercó con alambre de la siguiente forma.

Si cada lado de la figura que forma la parte cercada está dada en kilómetros, ¿cuántos metros de alambre se necesitaron para cercar el terreno?

Figura 4.6: Problemas Para Repasar.

El proyecto Educativo Los Caminos del Saber 2014, presenta una novedad con respecto al proyecto Educativo Los Caminos del Saber 2013. La edición 2014 trae dos secciones antes de iniciar la primera unidad didáctica la cual se observa a continuación. La primera sección se llama **Desarrollo de la autonomía** y es un especie de calendario donde el estudiante

puede llevar sus registros de clase, los materiales y actividades para reforzar durante su aprendizaje. Este espacio lo consideramos importante porque genera compromiso y mejora la organización de las diferentes actividades a realizar en cada periodo escolar por parte del estudiante.

Desarrollo de la autonomía

Mes: _____

				 Tarea para la casa	 presentar prueba	 Traer materiales	 Actividad multimedia	
Día				Día				
1				17				
2				18				
3				19				
4				20				

Figura 4.7: Calendario de Actividades.

La segunda unidad didáctica denominada **”Razonamiento Matemático”**, consiste en un listado de preguntas tipo saber caracterizadas en dos niveles prácticos, donde; el estudiante puede reforzar los conceptos adquiridos antes de empezar el ciclo en el grado noveno.

PRACTICO

Nivel I

En cada caso se dan dos grupos de analogías numéricas. Halla la suma de los dos números encontrados.

1.

12 (29) 17 21 (39) 18 14 () 24	13 (65) 5 6 (42) 7 7 () 8
---------------------------------------	----------------------------------

A. 38 B. 56 C. 92 D. 94

2.

72 (12) 6 64 (16) 4 28 () 7	12 (168) 14 11 (132) 12 13 () 11
------------------------------------	---

A. 35 B. 4 C. 147 D. 143

Nivel II

En cada caso se dan dos grupos de analogías numéricas. Determina en cada uno de ellos $x \cdot y$.

9.

211 (8) 112 354 (31) 289 124 (x) 245	487 (8) 515 365 (3) 227 957 (y) 326
--	---

A. 108 B. 18 C. 180 D. 1.800

10.

8 (18) 2 4 (25) 5 3 (x) 7	3 (16) 49 5 (31) 36 7 (y) 16
---------------------------------	------------------------------------

A. 1.464 B. 81 C. 1.484 D. 1.456

11. _____

Figura 4.8: Razonamiento Matemático.

A modo de síntesis podemos mencionar que:

1. Los Caminos del Saber en sus dos ediciones 2013 y 2014, no se observa cambios de tipo metodológico. Esta consideración se base en la estructura descrita anteriormente.
2. En la edición 2014 aparecen anexos que fortalecen las habilidades y conocimientos del estudiante por medio de talleres, el cual contiene una serie de ejemplificaciones de tipo prueba saber en dos niveles de complejidad. Además esta edición se presenta en dos volúmenes que permite al estudiante mayor comodidad para llevarlo consigo.
3. Las dos ediciones presentan una plataforma que en la edición 2013 está enfocada hacia un trabajo más individual del estudiante, mientras que en la edición 2014, la plataforma permite reforzar los contenidos, tareas, y realizar consultas entre el profesor y los alumnos con monitoreo del proceso académico. También incluye un test en línea, donde cada profesor puede observar los resultados de los temas evaluados.
4. La edición 2013 se presenta en un solo volumen y dentro de su organización estructural con respecto a la edición 2014 son semejantes.

Lo que podemos concluir de esta primera categoría descrita por Schubring al analizar un libro de texto, en este caso Los Caminos del Saber en sus ediciones 2013 y 2014, es que existen pequeños cambios en la amplificación de talleres las cuales benefician al fortalecimiento del aprendizaje de cada estudiante, inculcando dentro de su educación la tecnología como herramienta didáctica.

- **Los cambios sucedidos en otros libros de texto, pero de la misma obra del autor.**

Para analizar este aspecto propuesto por Schubring, manejamos tres libros de textos para su respectivo análisis. A continuación se presentan los libros de estudio de nuestra investigación que relacionamos para esta categoría.

Editorial	Nombre	Año de edición
Santillana S.A	Hipertexto	2010
	Los caminos del saber	2013
	Proyecto Educativo Siglo XXI	2016

Figura 4.9: Libros de Texto Santillana S.A.

En el primer momento se desarrolla una descripción general de cada libro de texto y por último se realizará una comparación entre los tres libros de textos elegidos. En este sentido nos centraremos en la categoría estructural de dichos libros de texto.

✓Hipertexto 2010

Hipertexto matemáticas 9 edición 2010, es un proyecto para educación básica secundaria y media que desarrolla y fortalece las competencias de los estudiantes en el área de las matemáticas. Es una propuesta pedagógica que según Santillana S.A. responde a los lineamientos curriculares y a los estándares básicos en competencias exigidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Unos de los objetivos principales del Hipertexto 2010 es potenciar las capacidades de los estudiantes de manera que puedan utilizar habilidades adquiridas, tales como, analizar, razonar, interpretar y resolver problemas.

Dentro del desarrollo de cada unidad didáctica el estudiante se encuentra con hipervínculos los cuales se pueden consultar desde una dirección propuesta en el proyecto educativo, estos tienen una función en especial, colaborar en el aprendizaje de los estudiantes por medio de refuerzos y evaluaciones en línea.

La siguiente imagen representa los diferentes hipervínculos los cuales se mencionan en el desarrollo de cada unidad didáctica. Estos hipervínculos son ayudas que permiten al estudiante reforzar su aprendizaje en un determinado tema de forma virtual.



Con respecto a la página de inicio, presenta los temas dentro de cada unidad: Una actividad de motivación que permite al estudiante salir de la monotonía, una lectura relacionada con historia de las matemáticas y un ejercicio de preparación para el estudio de los contenidos.

Además le propone al estudiante preguntas que permiten su fortalecimiento de interpretar textos con las matemáticas.

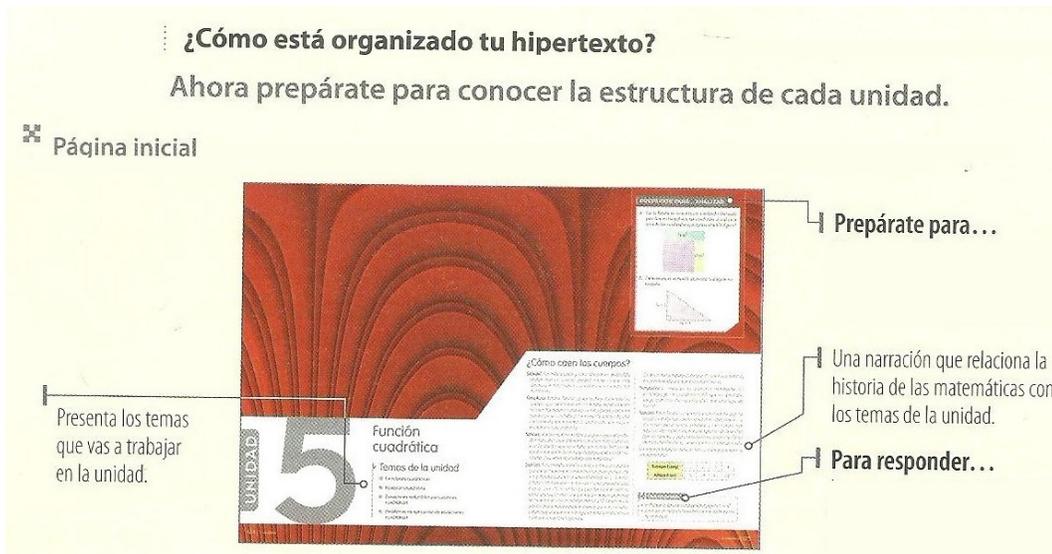


Figura 4.10: Página de Inicio Hipertexto 2010.

Se observa que dentro del desarrollo de las temáticas se utilizan ejemplos resueltos paso a paso como lo especifica la siguiente imagen, para una mejor comprensión de los temas; además hay cuadros con breves explicaciones y datos de personajes matemáticos que hacen viajar en el tiempo para recordar algo de historia. Por otra parte el libro de texto Hipertexto 2010 indica el tipo de estándar que se está trabajando dentro de cada unidad que puede ser una ayuda para el docente.

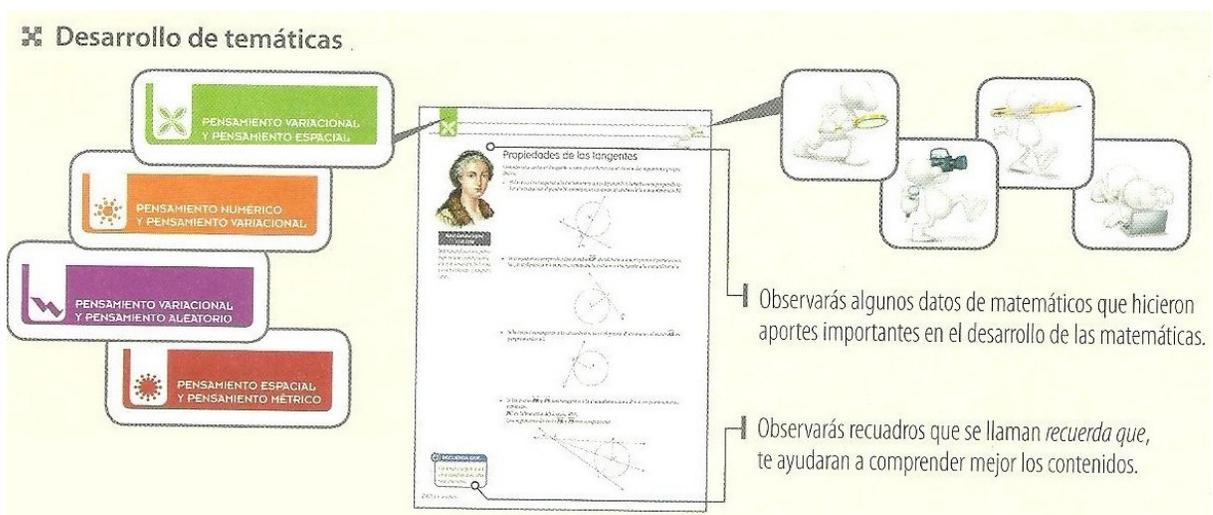


Figura 4.11: Desarrollo de Temáticas Hipertexto 2010.

Al finalizar el desarrollo de un eje temático, Hipertexto 2010, propone dentro de su organización estructural el desarrollo de actividades que se enfocan al desarrollo de las diferentes habilidades como:

Comprender para aprender



Actividades para desarrollar las habilidades matemáticas.

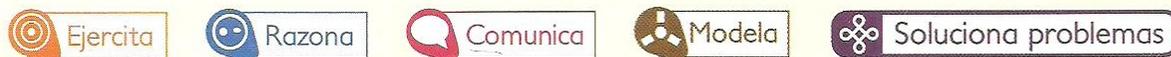


Figura 4.12: Habilidades Matemáticas.

La edición Hipertexto 2010, presenta un taller amplio al finalizar cada unidad temática; el cual busca afianzar en los estudiantes las diferentes habilidades consideradas por Santillana S.A descritas por los lineamientos curriculares.

←
→
TALLER 4

Funciones

- 1 Determina cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no. Justifica tu respuesta.

a.

c.

b.

d.

e. $\{(2, 4), (1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$
 f. $\{(-5, 3), (-4, 3), (-3, 3), (-2, 3), (-1, 3), (0, 3)\}$
 g. $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$
 h. $\{(3, 1), (4, 2), (5, 3), (3, 0)\}$
- 3 Determina la pendiente y el y-intercepto de cada recta.

a. $4x - 5y + 1 = 0$

c. $-7y + 2x = 9$

b. $\frac{1}{3}x - 4y = -5$

d. $-\frac{2}{7}y - \frac{1}{3}x = -\frac{9}{4}$
- 4 Determina cuál de las rectas tiene la mayor pendiente y cuál tiene la menor pendiente.
- 5 Encuentra la ecuación explícita y la ecuación general de la recta con las características indicadas. Luego, traza la gráfica de cada recta.

a. Su pendiente es -4 y pasa por $(-2, 5)$.

b. Su pendiente es $\frac{2}{5}$ y corta al eje x en -3 .

c. Su pendiente es -3 y corta al eje y en $\frac{3}{2}$.

Figura 4.13: Taller. Hipertexto 2010.

Seguidamente cuenta con una página de síntesis, la cual es muy conceptual; donde expone todos los conceptos abarcados dentro de la unidad didáctica.

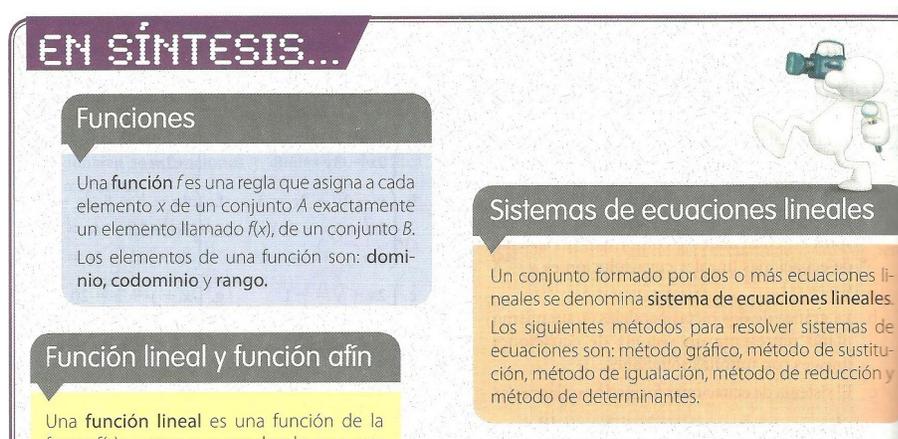


Figura 4.14: Síntesis. Hipertexto 2010.

También el libro de texto presenta una sección de actividades con el programa Cabri, enfocadas a que los estudiantes utilicen la tecnología para facilitar los procesos de análisis. Está ubicada en las unidades que desarrollan los pensamientos métrico y espacial. Dentro del pensamiento aleatorio se encuentra lecturas relacionadas con el bicentenario de la independencia de Colombia enfocando por medio de la estadística actividades para el estudiante; entre otras.

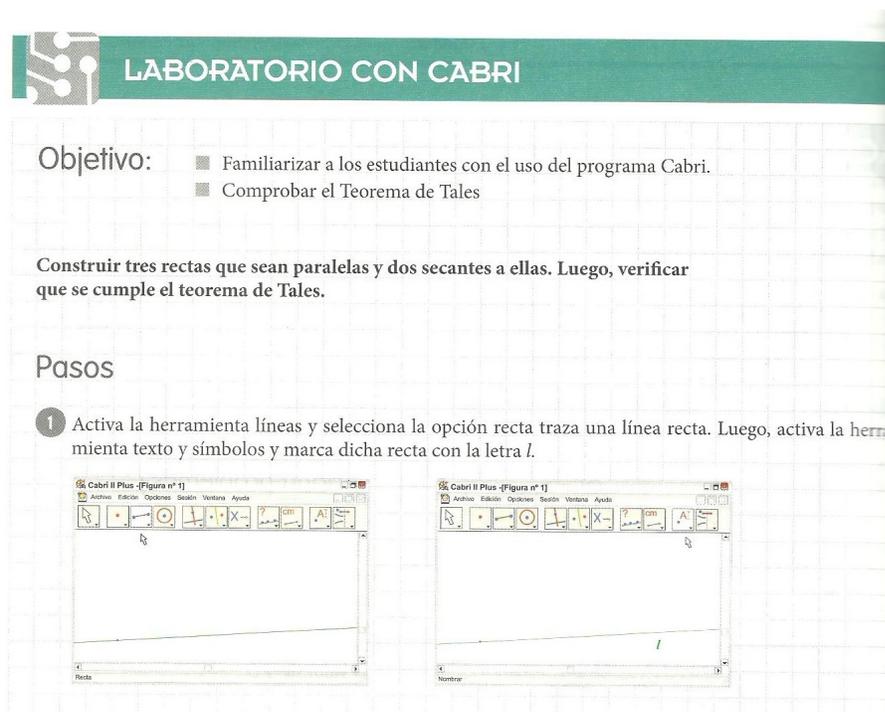


Figura 4.15: Herramienta Tecnológica.

✓ Los Caminos del Saber 2013

Por motivos metodológico no abarcaremos en esta parte en el análisis de libro de texto **Los Caminos del Saber 2013**, puesto que; en el primer ítem desarrollado ya se analizó de una forma general y comparativa, solo se concluya de acuerdo a los análisis que ya se obtuvieron.

✓ Proyecto Educativo Siglo XXI 2016

El proyecto Educativo Siglo XXI, 2016, dentro de su presentación enfoca las matemáticas desde programas y herramientas digitales, con el objetivo de facilitar la educación a cada uno de los estudiantes. Cuenta con zonas las cuales se describen a continuación.

1. Zona de Navegación.
2. Zona de Aprendizaje.
3. Zona de Herramientas.
4. Zona de Evaluación.

El proyecto Educativo está dividido en dos volúmenes, el proyecto Educativo XXI Siglo 2016 (volumen 9.1) y proyecto Educativo Siglo XXI 2016 (volumen 9.2), para una mejor comodidad del estudiante. Dentro de cada volumen se presentan proyectos de investigación con el fin de preparar al estudiante para las pruebas de Estado, los cuales tratan de acoplarse a las exigencias del MEN. Dentro de cada exposición de la unidad didáctica en la parte superior derecha se hace énfasis a los tres saberes de la educación: 1) Saber. 2) Saber hacer. 3) Saber ser.

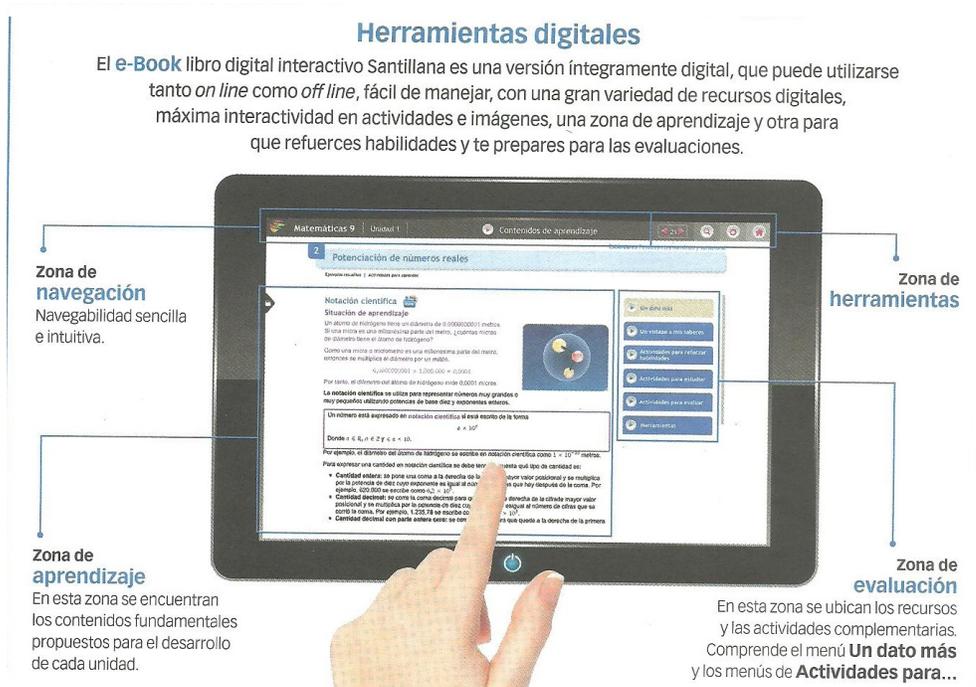


Figura 4.16: Presentación P. E. Siglo XXI.

Al comenzar cada unidad se presenta las habilidades que el estudiante va adquirir con el desarrollo de ésta. También trae una línea cronológica, en la que se expone algunos acontecimientos que tuvieron un alto impacto tras la evolución del tema. la pestaña ODAS indica el número de recursos digitales (vídeo, infografía, imagen, audios y enlaces) disponibles para cada unidad. Además informa para que sirve en la vida real el tema a evidenciado. Dentro

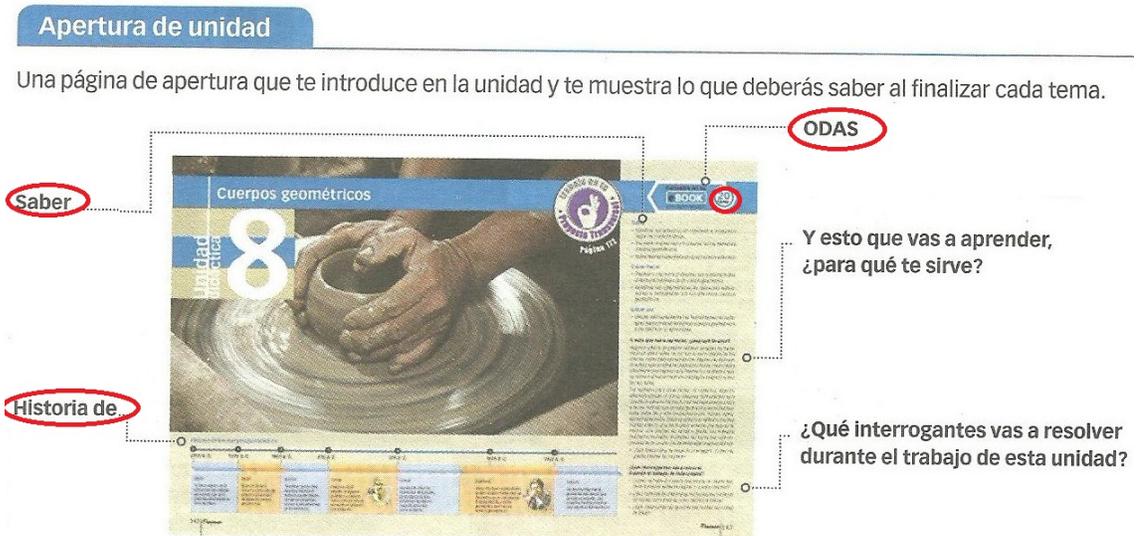


Figura 4.17: Apertura de Unidad.

de las páginas de contenido se propone el aprendizaje de temas y habilidades matemáticas, a partir de situaciones y contextos de aprendizaje, acompañadas de actividades para desarrollar competencias en los estudiantes. Se describe una situación o contexto de aprendizaje, en el cual se introduce el tema. También se encuentran algunas ayudas, actividades y citas históricas. Además se encuentran actividades que permiten desarrollar habilidades matemáticas.

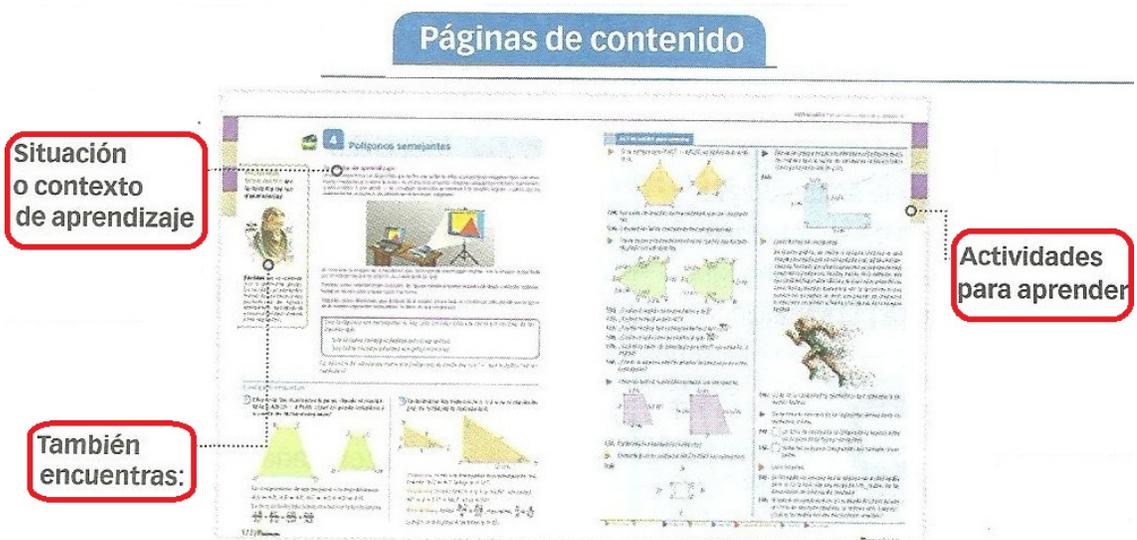


Figura 4.18: Páginas de Contenido.

Al finalizar todos los contenidos, se realiza un afianzamiento con una prueba tipo saber, en la cual se muestran todo lo que el estudiante debe conocer para realizar sin ninguna dificultad la prueba como lo indica la presentación de los diferentes ítem que trae el libro de texto **Proyecto Educativo Siglo XXI**.

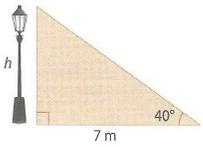
EVALUACIÓN EQUIVALENTE A

Encuentra tu Prueba Equivalente B en la herramienta:



• Observa cómo puedes responder preguntas de selección múltiple.

Daniela quiere medir la altura de una luz de calle, como se muestra en la figura.



Competencia: aplica

¿Cuál es la expresión que permite calcular la altura del poste de luz?

A. $7 \cdot \sin 40^\circ$ C. $7 \cdot \tan 40^\circ$
 B. $7 \cdot \cos 40^\circ$ D. $\frac{7}{\sin 40^\circ}$

$$\cos A = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

Pasos para responder

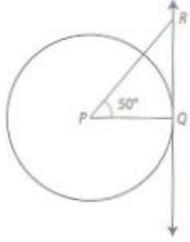
- Observa los datos que se suministran en la figura.
- Lee en detalle la pregunta.
- Analiza que la situación se puede representar mediante un triángulo rectángulo, donde se conocen un ángulo agudo y el valor de un cateto y se desea calcular el valor de...

Figura 4.19: Evaluación Equivalente.

PRUEBA SABER Matemáticas 9

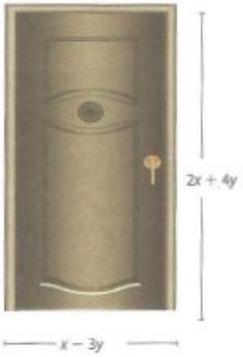
RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

En la circunferencia de la imagen se cumple que la longitud PQ es radio de la circunferencia y RQ es tangente a la circunferencia.



1. El $\triangle PQR$ se clasifica como
 - A. isósceles - rectángulo.
 - B. equilátero - acutángulo.
 - C. escaleno - rectángulo.
 - D. isósceles - acutángulo.
2. La medida del $\angle PRQ$ es
 - A. 30°

4. Una puerta tiene forma rectangular como se muestra en la figura:



¿Cuál es la expresión que representa el área de la puerta?

- A. $2x^2 + 2xy + 12y^2$
- B. $2x^2 - 10xy - 12y^2$
- C. $3x^2 - 10xy - 7y^2$
- D. $2x^2 - 2xy - 12y^2$

Figura 4.20: Prueba Saber.

A continuación se presentan a modo de síntesis algunos aspectos que se consideran importantes del análisis estructural y metodológico de los libros de textos pertenecientes al grupo editorial Santillana S.A. en el periodo 2010-2016.

1. Relacionan cada temática con el para qué me sirve, y proponen una gran cantidad de actividades para el estudiante.
2. Presentan lecturas de motivación donde el estudiante relaciona las matemáticas con otras áreas del conocimiento, complementado el ítem anterior.
3. Refuerzan los contenidos matemáticos con ayuda de la tecnología por medio de laboratorios y de talleres en línea donde el profesor puede observar los conocimientos y habilidades de sus estudiantes.
4. Proponen una página de inicio, en la cual exponen la historia de dicho tema mediante ejes cronológicos.
5. Hipertexto 2010, desarrolla muy poca ejercitación dentro de la explicación de un determinado tema, por ejemplo en la unidad cuatro “ **Sistema de ecuaciones lineales**” presenta el tema por medio de conceptos e introduce ejercicios gráficos, olvidándose de problemas de tipo reales que son esenciales para el desarrollo en esta unidad. Además los ejercicios que se proponen son estandarizados y rutinarios, los cuales solo hacen mención a la habilidad de ejercitar.
6. Los proyectos educativos Los Caminos del Saber 2013 y Siglo XXI presentan una diferencia con respecto al libro de texto Hipertexto 2010, dentro de su presentación de unidad ambos exponen una serie de preconceptos que son los conocimientos que los estudiantes deben saber antes de empezar cada unidad. Además enfocan todo lo aprendido al desarrollo y solución de pruebas saber.

▪ **Los cambios sucedidos en los libros de texto, en su relación con los cambios globales y particulares del contexto**

De las políticas, informes e investigaciones vigentes y surgidas durante el periodo 2010 - 2016, los libros escogidos para el análisis (Hipertexto, Los Caminos del Saber y Siglo XXI) se rigen principalmente bajo los lineamientos curriculares de matemáticas.

Seguidamente encontramos que tanto el libro Hipertexto como Los caminos del Saber tienden dentro de su organización estructural a seguir las directrices del Ministerio de Educación con respecto a los Estándares Básicos de Competencias. Sin embargo estos libros tratan de hacer un intento por consolidar las habilidades matemáticas de los estudiantes.

Por otro lado el libro Proyecto Educativo Siglo XXI, además de los estándares básicos de competencias adopta también las orientaciones pedagógicas para la Educación Económica y Financiera, establecido como un proyecto pedagógico transversal articulado al desarrollo de competencias en las áreas básicas y ciudadanas, con el fin de integrar y hacer efectivos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores logrados en el desarrollo de dichas áreas. (MEN, 2014).

CAPÍTULO 5

PROCESO DE MODELACIÓN DESDE EL ANÁLISIS DE TAREAS

Para el desarrollo de esta sección se trabajó bajo la perspectiva de Villa (2013). Recordar que en la metodología se especificó que se tomaron cuatro de las seis tareas propuesta para la función lineal y la función afín. El análisis de tareas se realizó desde las que denominamos tareas de “ejemplificación” (refiriéndose a los ejemplos propuestos para la explicación por parte del docente y mejor comprensión del estudiante dentro de cada unidad didáctica). A continuación se dan a conocer las diferentes tareas que hemos seleccionado de los libros de texto para el desarrollo de nuestra investigación.

TAREAS																
NOMBRE DEL LIBRO DE TEXTO	FUNCION LINEAL	FUNCION AFIN														
LOS CAMINOS DEL SABER 2013	Un automóvil, en promedio, consume un galón de gasolina por cada 45km en la ciudad. Determinar la expresión que relaciona la cantidad de gasolina con la distancia recorrida. Luego, construir la gráfica de la función. Pág. 94	Una compañía de telecomunicaciones paga mensualmente a cada empleado de la sección de ventas \$350.000 fijos más \$40.000 por paquete de servicio vendido. Escribir la ecuación que representa la situación anterior y determinar el sueldo de una persona que vende 20 paquetes de servicios. Pág. 97														
PROYECTO EDUCATIVO SIGLO XXI	El precio de 3lb de naranja es \$ 1.800 y el precio de 5 libras es \$3.000. Si y es el precio de las naranjas y x el peso, determinar la ecuación que representa el precio de las naranjas según el peso. Pág.100	En una fábrica se registra de costos de miles de pesos de empacar cierta cantidad de arroz en kilogramos. Si la lista muestra los datos obtenidos durante una semana, ¿cuál es la representación gráfica de la función que relaciona masa en kilogramos y el costo de producción? ¿Cuál es el costo aproximado de empacar 185 kg de arroz? <table border="1"> <tr> <td>MASA</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>250</td> <td>100</td> <td>150</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>PRECIO</td> <td>350</td> <td>480</td> <td>415</td> <td>220</td> <td>285</td> <td>155</td> </tr> </table> Pág.97	MASA	200	300	250	100	150	50	PRECIO	350	480	415	220	285	155
MASA	200	300	250	100	150	50										
PRECIO	350	480	415	220	285	155										

Cuadro 5.1: Tareas a Analizar.

Siguiendo la referencia teórica propuesta por Villa (2013) en el proceso de identificación de las fases de modelación, realizamos un análisis que nos permitirá observar en los libros de texto qué tareas cumplen con dichas proceso con respecto a la función lineal y la función afín.

A continuación se presenta el análisis realizado a cada tarea expuesta en la tabla 5.1. En una primera instancia se realiza el análisis de las tareas propuestas por el libro Los Caminos del Saber 2013, analizando dos tareas correspondientes a los objetos matemáticos: La Función Lineal y La Función Afín respectivamente.

Tarea 1

1. Un automóvil, en promedio, consume un galón de gasolina por cada 45 km en la ciudad. Determinar la expresión que relaciona la cantidad de gasolina con la distancia recorrida. Luego, construir la gráfica de la función.



x : Cantidad de gasolina.

d : Distancia recorrida en kilómetros.

Primero, se realiza la tabla de valores para identificar la relación entre las variables.

x	0	1	2	3	4
d	0	45	90	135	180

Como por cada galón de gasolina se recorren 45 km, entonces, la expresión que relaciona la cantidad de gasolina con la distancia recorrida es: $d = 45x$.

Figura 5.1: Tarea 1. Los Caminos del Saber 2013, Pág 94

La tarea número uno, alude a una situación de contexto real, ya que, las personas se movilizan constantemente en automóviles, lo que representa una situación a tener en cuenta con respecto al consumo de gasolina. Por lo tanto, esta situación es cercana al estudiante y posibilita la construcción de un modelo.

Teniendo en cuenta el proceso de observación, la tarea identifica las variables que se relacionan dentro del contexto de la situación, realizando esto de una manera abrupta, puesto que, no existe una introducción, la cual evidencie el proceso para seleccionar las variables.

x : Cantidad de gasolina.
 d : Distancia recorrida en kilómetros.

Figura 5.2: Tarea 1. Variables

Dentro del desarrollo de la tarea se construye una tabla de valores que no expresa en su totalidad el comportamiento de las variables relacionadas, debido a que la variable independiente (cantidad de gasolina) es continua y se maneja como variable discreta, pues son valores enteros y su gráfica no es una línea recta. En consecuencia la tabla presentada en la tarea no considera en esencia a una función lineal.

x	0	1	2	3	4
d	0	45	90	135	180

Figura 5.3: Tarea 1. Relación de variables.

De acuerdo a lo anterior, el proceso de abstracción presenta muchas falencias debilitando la formación del concepto trabajado, en el estudiante.

Analizando la construcción del modelo matemático en cuanto a como surgió en relación con las variables involucradas, el libro expresa una breve descripción, sin ahondar más en el control de las variables y la forma en como ellas varían.

Como por cada galón de gasolina se recorren 45 km, entonces, la expresión que relaciona la cantidad de gasolina con la distancia recorrida es: $d = 45x$.

Figura 5.4: Tarea 1. Solución Matemática

La tarea también exige una construcción de la gráfica de la función, la cual es presentada de la siguiente imagen:

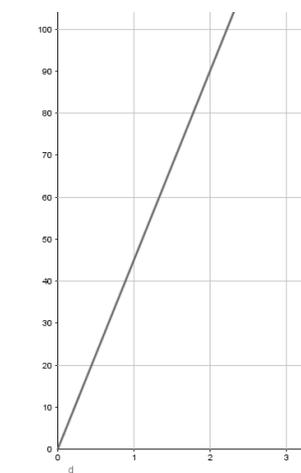


Figura 5.5: Gráfica Tarea 1:: Los Caminos del Saber, 2013.

Teniendo en cuenta el análisis hecho en la abstracción, la gráfica de la función no tiene coherencia con la tabla de valores, por que al no especificar que las variables involucradas son continuas, la representación adecuada de la gráfica sería un conjunto de puntos en el plano.

De acuerdo a la situación problema, y al nivel de complejidad (Reproducción) de la tarea anterior, el ciclo de modelación termina con la fase de la solución matemática, presentando en los diferentes procesos analizados, características que se quedan cortas, como: conceptos de función lineal, control de las variables de la forma en cómo ellas varían y diversos usos de registros de representación, como: lenguaje verbal, tablas, ecuaciones simbólicas y gráficos cartesianos.

Tarea 2

1. Una compañía de telecomunicaciones paga mensualmente a cada empleado de la sección de ventas \$350.000 fijos más \$40.000 por paquete de servicios vendido. Escribir la ecuación que representa la situación anterior y determinar el sueldo de una persona que vende 20 paquetes de servicios.

Primero, se reconocen los datos del problema.

x : Cantidad de paquetes de servicios que vende una persona.

m : Valor que gana la persona por cada paquete vendido.

b : Valor fijo.

Luego, se reemplazan los datos del problema en la ecuación $y = mx + b$.

Por tanto, la ecuación es $y = 40.000x + 350.000$.

Ahora, si una persona vende 20 paquetes, entonces:

$$y = 40.000x + 350.000 \quad \text{Ecuación.}$$

$$y = 40.000(20) + 350.000 \quad \text{Se reemplaza } x \text{ por } 20.$$

$$y = 1.150.000 \quad \text{Se realizan las operaciones.}$$

Finalmente, una persona que vende 20 paquetes recibe un sueldo de \$1.150.000.

Figura 5.6: Tarea 2. Los Caminos del Saber 2013, pág 97.

La tarea propuesta cumple con la primera Fase de Modelación, debido a que se presenta una situación del contexto real dentro de la cual observamos a diarios personas afiliadas a algunas compañías de telecomunicaciones que trabajan puerta a puerta ofreciendo paquetes de servicios. En este caso se presenta una situación donde se describe como le pagan a los trabajadores de alguna compañía y las ganancias que puede tener por sus ventas.

Dentro de la observación y la experimentación de la tarea se identifican las variables las cuales se relacionan para darle solución al planteamiento anterior.

Primero, se reconocen los datos del problema.

x : Cantidad de paquetes de servicios que vende una persona.

m : Valor que gana la persona por cada paquete vendido.

b : Valor fijo.

Figura 5.7: Tarea 2. Variables.

Con base a la abstracción no se observan claramente como se escogen las variables, en cambio se plantean directamente sin ningún tipo de análisis.

Algunas consideraciones que cabe resaltar con respecto a la situación problema, es la evidencia del trato de la variable independiente (paquetes vendidos), ya que siendo esta una variable discreta, no se enfatiza ni aclara la situación presentada, debido que, al estar involucrando la función afín, los estudiantes no tienen en cuenta el dominio, y al imaginar una representación gráfica del modelo, posiblemente crean una idea de línea recta.

Luego, se rempazan los datos del problema en la ecuación

$$y = mx + b.$$

Por tanto, la ecuación es $y = 40.000x + 350.000$.

Figura 5.8: Tarea 2. Expresión Algebraíca.

De acuerdo con la fase de modelación se realiza una abstracción teniendo como base la ecuación ordinaria de la recta, y se involucran las variables en ella misma, expresando el modelo de la situación. El proceso de construcción del modelo puede generar insertidumbre en el estudiante al no saber identificar las variables de la tarea, es por ello que antes de presentar dichas variables se debe hacer un énfasis en su comportamiento.

Ahora, si una persona vende 20 paquetes, entonces:

$$y = 40.000x + 350.000 \quad \text{Ecuación,}$$

$$y = 40.000(20) + 350.000 \quad \text{Se reemplaza } x \text{ por } 20.$$

$$y = 1.150.000 \quad \text{Se realizan las operaciones.}$$

Finalmente, una persona que vende 20 paquetes recibe un sueldo de \$1.150.000.

Figura 5.9: Tarea 2. Solución Matemática.

En este último momento se desarrolla en la tarea una solución matemática haciendo uso de la ecuación. Se realiza brevemente sin mayor dificultad, reemplazando directamente el valor pedido, pues es el nivel de complejidad que presenta esta tarea; en consecuencia, se pueden generar más tareas específicas y con un mayor nivel de exigencia, donde las variables interactúen en situaciones extremas en el contexto.

Luego el proceso de modelación termina en la fase de solución matemática con diferentes procesos no tan fuertes dentro del desarrollo del proceso en dicha tarea.

Tareas Propuesta Proyecto Educativo SIGLO XXI

TAREA 1

- 14 El precio de 3 lb de naranjas es \$1.800 y el precio de 5 libras es \$3.000. Si y es el precio de las naranjas y x es el peso, determinar la ecuación que representa el precio de las naranjas según su peso.

Primero, se representan las variables que se van a relacionar y se identifican los puntos.

x : peso en libras y : precio en pesos

Como 3 lb de naranjas cuestan \$1.800, se tiene $P(3, 1.800)$.

Como 5 lb de naranjas cuestan \$3.000, se tiene $Q(5, 3.000)$.

Segundo, se calcula la pendiente de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Fórmula de la pendiente de una recta}$$

$$m = \frac{3.000 - 1.800}{5 - 3} \quad \text{Se reemplazan los valores.}$$

$$m = \frac{1.200}{2} \quad \text{Se resta y se simplifica.}$$

$$m = 600$$

Por tanto, la pendiente es $m = 600$.

Luego, se halla el valor de b , con el punto $P(3, 1.800)$ y 600 que es la pendiente.

$$y = mx + b \quad \text{Ecuación de la recta.}$$

$$1.800 = 600(3) + b \quad \text{Se reemplazan los valores.}$$

$$1.800 = 1.800 + b \quad \text{Se multiplica.}$$

$$0 = b \quad \text{Se despeja } b.$$

Por tanto, el intercepto es $b = 0$.

Por último, se determina la ecuación con $m = 600$ y $b = 0$.

$$y = mx + b \quad \text{Ecuación de la recta.}$$

$$y = 600x + 0 \quad \text{Se reemplazan los valores de } m \text{ y } b.$$

$$y = 600x$$

Finalmente, la ecuación que representa el precio y de las naranjas en términos de su peso x es

$$y = 600x$$

Figura 5.10: Tarea 1.Siglo XXI 2016, pág 100

La tarea propuesta en la página 100 del libro de texto Siglo XXI hace referencia a un problema de vida real, puesto que está relacionada con el consumo que a diario como personas realizamos. La compra de productos de la canasta familiar, como las naranjas; representa una relación entre precio y el peso por libra del producto. El contexto de la tarea está relacionada con variables que a diario las utilizamos por la compra de un determinado producto. Como se describe estructuralmente la tarea cumple con la primera fase de la modelación, Por lo tanto esta situación es cercana al estudiante y posibilita la construcción de un modelo matemático.

Primero, se representan las variables que se van a relacionar y se identifican los puntos.

x : peso en libras y : precio en pesos

Como 3 lb de naranjas cuestan \$1.800, se tiene $P(3, 1.800)$.

Como 5 lb de naranjas cuestan \$3.000, se tiene $Q(5, 3.000)$.

Figura 5.11: Tarea 1. Variables.

En el planteamiento de la situación problema no se realiza una introducción clara al escoger las variables involucradas, pero a diferencia de las anteriores tareas analizadas, en esta se precisa de mejor manera al mencionar la relación de las variables por medio de parejas ordenadas.

Segundo, se calcula la pendiente de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Fórmula de la pendiente de una recta}$$

$$m = \frac{3.000 - 1.800}{5 - 3} \quad \text{Se reemplazan los valores.}$$

$$m = \frac{1.200}{2} \quad \text{Se resta y se simplifica.}$$

$$m = 600$$

Por tanto, la pendiente es $m = 600$.

Luego, se halla el valor de b , con el punto $P(3, 1.800)$ y 600 que es la pendiente.

$$y = mx + b \quad \text{Ecuación de la recta.}$$

$$1.800 = 600(3) + b \quad \text{Se reemplazan los valores.}$$

$$1.800 = 1.800 + b \quad \text{Se multiplica.}$$

$$0 = b \quad \text{Se despeja } b.$$

Por tanto, el intercepto es $b = 0$.

Figura 5.12: Tarea 1. Abstracción.

Como se observa en la imagen, están presentes en la construcción del modelo matemático ciertos conceptos, los cuales se consideran fundamentales para dar solución a la tarea, esto en una instancia permite al estudiante mecanizar expresiones que le permite deducir puntos de la situación a desarrollar. Otra situación considerada, es el uso de la ecuación punto pendiente, que se presenta de manera pertinente, pues no se introduce de la nada, ya habiéndose enunciado la representación de las variables involucradas mediante puntos del plano.

Por último, se determina la ecuación con $m = 600$
 $y b = 0$.
 $y = mx + b$ Ecuación de la recta.
 $y = 600x + 0$ Se reemplazan los valores de m y b .
 $y = 600x$
Finalmente, la ecuación que representa el precio y
 de las naranjas en términos de su peso x es
 $y = 600x$

Figura 5.13: Tarea 1. Solución Matemática.

Con respecto al modelo hallado se puede decir que es mecánico para el estudiante, pues debe recordar las diferentes expresiones matemáticas. Como recomendación se puede tratar la situación de la tarea a partir de los diferentes tipos de representación, en este caso la construcción de tabla de valores y con base a esta, la construcción de la gráfica respectiva. Finalmente con base a los planteamientos de Villa (2013), la tarea culmina en la fase denominada solución matemática.

En la tarea se pueden presentar aspectos que involucren más la relación de las variables con el contexto, así como también sus diferentes representaciones, para fortalecer en el estudiante el concepto de la función trabajada.

LIBRAS	1	3	5	7
PRECIO	600	1800	3000	4200

Cuadro 5.2: Tabla de Valores Tarea 1:P.E. SIGLO XXI.

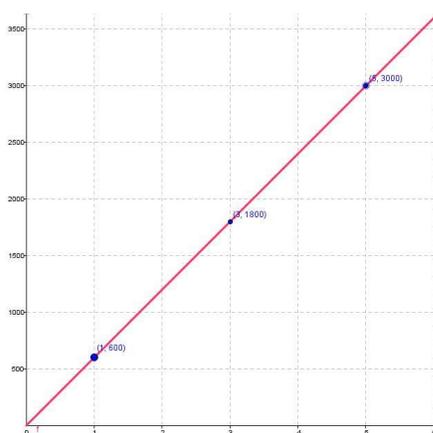


Figura 5.14: Gráfica Tarea 1. P.E. SIGLO XXI.

TAREA 2

Situación de aprendizaje

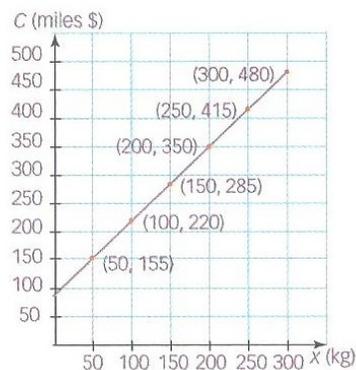
En una fábrica se registra el costo en miles de pesos de empacar cierta cantidad de arroz en kilogramos. Si la lista muestra los datos obtenidos durante una semana, ¿cuál es la representación gráfica de la función que relaciona masa en kilogramos y el costo de producción? ¿Cuál es el costo aproximado de empacar 185 kg de arroz?

Masa	200	300	250	100	150	50
Precio	350	480	415	220	285	155

Primero, se realiza el bosquejo de la gráfica de la función, a partir de los valores que se muestran en la tabla, teniendo en cuenta que en el eje horizontal se ubica la cantidad de kilogramos empacados y en el eje vertical su costo.

Luego, a partir de la gráfica se estima el costo de empacar 185 kg de arroz.

Por tanto, el costo de empacar 185 kg de arroz es aproximadamente \$320.000.



Cuadro 5.3: Tarea 2. P.E. SIGLO XXI 2016, pág. 97 .

En este caso la tarea propuesta del libro de texto Proyecto Educativo Siglo XXI página 97 se observa un fenómeno común de cualquier fábrica en el mundo real con respecto a su costo de producción.

Después de leer detenidamente la situación, dentro del planteamiento del problema la tarea propuesta da como inicial, los costos expresados en miles de pesos de una fábrica al empacar en kilogramos cierta cantidad de arroz, los cuales se expresan en un sistema de representación, como la tabla de valores. Principalmente no se enuncia de manera clara las variables, apesar de direccionar cómo se ubican los datos en plano cartesiano, se desprecia la relación de las variables en cuanto a dejar claro al estudiante la dependencia del precio del producto con respecto a la masa. Por lo tanto el proceso de observación es acelerado y puede dejar los estudiantes sin evidenciar esta dependencia.

Primero, se realiza el bosquejo de la gráfica de la función, a partir de los valores que se muestran en la tabla, teniendo en cuenta que en el eje horizontal se ubica la cantidad de kilogramos empacados y en el eje vertical su costo.

Figura 5.15: Observación Tarea 2: P.E. SIGLO XXI 2016.

Seguidamente la abstracción realizada desde la gráfica construida, para dar solución a la tarea específica, es descuidada en cuanto a las interpretaciones del estudiante, debido a que la gráfica enuncia una variable continua, contradiciendo lo que la tabla expresa.

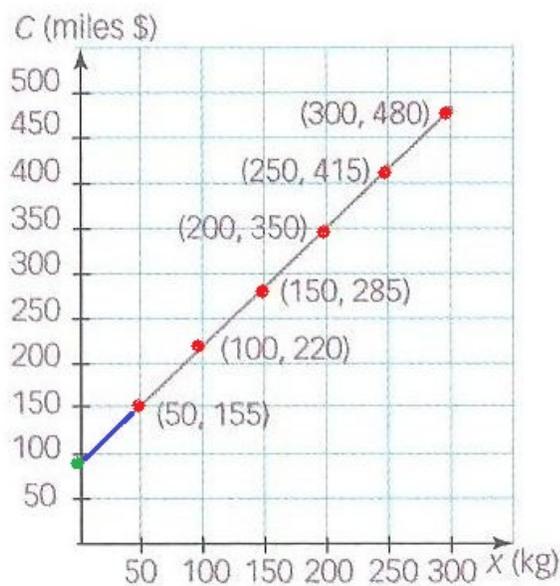


Figura 5.16: Gráfica de la Tarea 2: P.E. SIGLO XXI.

Otras consideraciones con respecto a la tabla de valores y la gráfica construida es que trazan la gráfica desde el origen, pero en la tabla no se especifican y tampoco se hace algún comentario para validar este hecho. Por lo tanto no se logra la construcción de un modelo, ya que solo se enfatiza a dar soluciones de manera abrupta y descuidada a los interrogantes planteados.

Conclusiones

1. Con respecto al análisis didáctico al libro de texto se evidencia el desarrollo formal de las matemáticas escolares, puesto que se nota un lenguaje de la teoría y su estructura del proceso de estudio, basado en definiciones, características, ejemplos y resolución de problemas.
2. En forma general las diferentes ediciones analizadas de la editorial Santillana S.A. son presentadas en forma intuitivas, es decir parten de situaciones concretas e inician con el estudio de conceptos previos relacionando el tema con fenómenos del contexto para su contextualización. Presentan los criterios a los estudiantes desde una mirada histórica que se orientan a enriquecer conceptualmente el objeto matemático a estudiar.
3. Una particularidad encontrada ante las tareas planteadas de cada libro de texto, es que presentan ejercicios muy mecánicos, el cual exigía realizar un procedimiento rutinario o simple para encontrar la respuesta a las tareas planteadas desde el nivel de reproducción. Los cuales conllevan al estudiante a aprender procesos de memoria restando la posibilidad de utilizar la modelación como herramienta didáctica para los docentes.
4. En conclusión, las tareas propuestas con respecto a la función lineal y función afín en los libros de texto trabajados, presentan el mismo nivel de complejidad de reproducción.
5. Con respecto a los objetos matemáticos función lineal y función afín propuestas en los libros de texto de la editorial Santillana S.A. no presentan claridad respecto a la diferencia de sus definiciones, produciendo al estudiante confusión en los diferentes sistemas de representación.

Recomendaciones

1. Con respecto al análisis de Tareas se pueden utilizar nuevos y mejores estrategias para dar solución a diferentes situaciones, refiriéndose esto a la unificación de los sistema de representación de un objeto matemático para que el estudiante amplie su conocimiento y observe de diferentes perspectiva el mismo problema, puesto que dentro del análisis de éstas se observó que eran a propiadas para la inclusión de la modelación en el aula de clase, pero; no se profundizaba y sólo se preocupaban por mecanizar lo conceptual.
2. Las actividades referentes a los subprocesos¹ de modelación (comprensión, simplificación y estructuración, matematización, interpretación, validación y representación) corresponden a actividades que requieren pensarse de forma particular a las condiciones de los estudiantes involucrados. Desde la perspectiva del maestro, el proceso de modelación ofrece un espacio de aprendizaje que ayuda a enriquecer la creatividad y las habilidades del docente para interpretar el contexto de los estudiantes y utilizarlos en el aula de clase como herramienta fundamental en la construcción de conocimientos. Por tanto, el docente podrá realizar tareas de planeación y reflexión en estos aspectos antes de poder implementar actividades de modelación en el aula de clase.
3. Se concibe la modelación como una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas escolares, ya que proporciona una mejor comprensión de los conceptos matemáticos tanto a los estudiantes como a los docentes, al tiempo que permite constituirse en una herramienta motivadora en el aula de clase.
4. Con respecto a las tareas propuesta en los libros de texto de la editorial Santillana S.A, en el periodo 2010-2016, se presentan de una forma muy estandarizadas y rutinarias llevando al estudiante solo a procesos de ejercitación.

¹entiendase también como fases de la modelación matemática escolar.

Alvis, J.F, y Puentes, D. (2015). Competencia matemática representar: aportes a través del estudio de la función lineal en el grado noveno. Tesis de Maestría, Universidad de la Amazonia. Florencia, Colombia.

Berrío, M. (2011). Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café.

Biembengut, M., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (002), 105-125.

Cantoral, R. (1995) Los textos de cálculo: una visión de las reformas y contrarreformas (documento inédito).

Cantoral, R. (1997). Los textos de cálculo: una visión de las reformas y las contrarreformas. *Revista EMA. Investigación e innovación en Educación Matemática*. Universidad de los Andes, Colombia. Vol. 2, Núm. 2, 115 - 131. Descargado el 24 de Enero 2017 de <http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/MEIII/archivos/Ema.201997.pdf>

Ceballos, J. y Blanco, L. (2008). Análisis de los Problemas de los Libros de Texto de Matemáticas para Alumnos de 12 a 14 Años de Edad de España y de Chile en relación con los Contenidos de Proporcionalidad. *Revista Publicaciones* (38), 63-88.

Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Revista Enseñanza de las ciencias investigación y experiencias*, 22, (1). Descargado el 14 de Enero de 2017, de <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v22n1p5.pdf>.

COLOMBIA. (1994). Ley general de educación.

Cordero, F. (2006). La modelación y la Graficación en la Matemática Escolar. Recuperado el 10 de Noviembre de 2016, de Universidad Autónoma de Nayarit:<http://www.tbu.uan.mx/-Lib-Art-En/-Arts/F.Cordero2006b.pdf>

Crouch, J., y Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the. *International Journal of Mathematical Education in Science y*

Technology , 1v.35, n. 2, pág.197 - 206.

García, M. y LLinares, S. (1995). El concepto de función a través de los textos escolares: reflexión sobre una evolución. *Revista Currículum: teoría, investigación y práctica educativa*, N^o 10-11. Descargado el 02 de Diciembre de 2016 de <http://www.quadernsdigitals.net/index.phpaccionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU>

Gómez, P. (2007). Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Tesis Doctoral Universidad de Granada, Granada, España

Gómez, B. (2000). Los libros de texto de matemáticas. En Antonio Martín (Ed.). *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos*. 77 - 80. Madrid: Nivola. Descargado el 9 de Enero de 2017 de <http://www.uv.es/gomezb/3Loslibrosdetexto.pdf>

González, M. (2004). El análisis matemático en los libros de texto de España. *Historia de la Educación*. 21, (5).Universidad de Salamanca, Salamanca, España Descargado el 24 de Enero de 2017, de <http://www.apm.pt/files/177852-C67-4dd7a25821d54.pdf>

González, M. y Sierra, M. (2004) Metodología de Análisis de Libros de Texto de Matemáticas. Los Puntos Críticos en la Enseñanza Secundaria en España Durante el Siglo XX. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 22(3), 389-408.

Hein, N., Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. En M. Murillo (presidente), *Memorias del V festival internacional de matemática*. (pp.1-25). Puntarenas: Colegio universitario de Puntarenas.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Olmos, C. y Sarmiento, D. (2013). Caracterización de la competencia matemática modelizar en situaciones de variación cuadrática. Tesis de Maestría Universidad de la Amazonia, Florencia, Colombia.

Posada, F y Villa, J. (2006). Razonamiento Algebraico y la Modelación Matemática. En: F. Posada, G. Obando. (Eds.) *Pensamiento variacional y razonamiento algebraico vol.2* (pp.127- 163) Medellín: Gobernación de Antioquia.

Romero, N. E. (2015). El libro de texto como objeto de prácticas de editores y docentes. *Foro de Educación*, 13(19), 357-379. <http://dx.doi.org/10.14516/fde.2015.013.019.016>

Ruiz, Héctor y Villa, J. A. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*. No. 27

Sánchez, Juan y Valdivé, Carmen (2014). Estudio del número irracional en los li-

bros de texto escolares: una visión desde el PMA. *Revista Premisa*, 16 (62)

Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed), *Didáctica de las matemáticas en la educación primaria*. 83-104. Madrid: Síntesis. Descargado el 24 de Enero de 2017 de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/SegoviaI01-2675.PDF>

Sierra, M. González, M.T. y López, C. (1999) Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria: 1940 - 1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), pp. 463 - 476.

Schubring, G. (1987) On the methodology of Analysing Historical Textbooks: La-croix as Textbook Author. *For the learning of mathematics*, 7(3), pp. 41-51.

Solar, H., Rojas, F. y Ortiz. A. (2011). *Competencias Matemáticas: Una línea de investigación*. Descargado el 20 de Enero del 2017, desde <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii-ciaem/xiii-ciaem/paper/viewFile/1867/565>

Vázquez, Edgar (2012). *Medición del impacto del libro de texto en el aula de clases* (Tesis Doctoral).

Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 51-81.

Villa, J.A. (2008). *El concepto de función: Una mirada desde las matemáticas escolares*.

Villa, J. A, y Ruiz, M. (2009). *Modelación en Educación Matemática. Una mirada desde los Lineamientos y Estándares Curriculares Colombianos*.