



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 23 de julio de 2019

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Nicolás Andrés Hermida Cubides, con C.C. No. 1075283750

Luis Felipe Javela Caicedo, con C.C. No. 1077871399

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado "DISEÑO E IMPLEMENTACION DE UN PROTOTIPO MASA RESORTE AMORTIGUADOR DE BAJO COSTO PARA EL ESTUDIO DE LA DINAMICA DE SISTEMAS MECANICOS TRASLACIONALES", presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar al título de Ingeniero Electrónico;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma:

Firma:

Vigilada Mineducación



**TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO:**

**AUTOR O AUTORES:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Hermida Cubides	Nicolás Andrés
Javela Caicedo	Luis Felipe

**DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Sendoya Losada	Diego Fernando

**ASESOR (ES):**

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
----------------------------	--------------------------

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE:** Ingeniero Electrónico

**FACULTAD:** Ingeniería

**PROGRAMA O POSGRADO:** Ingeniería Electrónica

**CIUDAD:** Neiva

**AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2019

**NÚMERO DE PÁGINAS:** 79

**TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):**

Diagramas\_\_\_ Fotografías  Grabaciones en discos\_\_\_ Ilustraciones en general  Grabados\_\_\_ Láminas\_\_\_  
Litografías\_\_\_ Mapas\_\_\_ Música impresa\_\_\_ Planos\_\_\_ Retratos\_\_\_ Sin ilustraciones\_\_\_ Tablas o Cuadros

Vigilada Mineducación



**SOFTWARE** requerido y/o especializado para la lectura del documento:

**MATERIAL ANEXO:**

**PREMIO O DISTINCIÓN** (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

**PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:**

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Oscilación	Oscillation
2. Vibración	Vibration
3. Control	Control
4. Dinámica	Dynamic
5. Interfaz gráfica	Graphic Interface

**RESUMEN DEL CONTENIDO:** (Máximo 250 palabras)

El prototipo SDMRA, siglas de Sistema Dinámico Masa Resorte Amortiguador, es un prototipo mecánico configurable de bajo costo diseñado para el estudio de la dinámica de sistemas traslacionales. Dispone de dos carros cuya masa es modificable, tres resortes y un amortiguador. Dicho prototipo surge de la problemática que tiene el programa de ingeniería electrónica de no contar con una planta que permita abordar los conceptos referentes a sistemas mecánicos.

En cuanto a la manipulación física del prototipo, los modelos deben ser configurados manualmente. Para la visualización e interacción a nivel de software, se diseña una interfaz en Matlab (Release 2016b, licenciado por la universidad) que permite al usuario escoger la señal de entrada que se aplicará, elegir el tiempo de lectura de datos y visualizar las señales de salida del sistema. Además, se implementa una plantilla en el toolbox de Matlab, Simulink, que permite realizar un control interactivo del prototipo. Con los componentes de la planta es posible configurar hasta un total de diez modelos, cada uno con tres señales de entrada, de donde la señal seno dispone de catorce frecuencias. Se realiza un control de posición que comprueba que el sistema es perfectamente controlable para la magnitud física de posición. Además, se cumplió el objetivo de construir una planta mecánica configurable a un bajo costo, siendo robusta y confiable.



**ABSTRACT:** (Máximo 250 palabras)

The SDMRA prototype (Mass-Spring-Damper Dynamic System spanish acronym), is a low-cost mechanic configurable prototype designed to study the dynamic of translational systems. It has two cars whose mass is adaptable, three springs and one damper. This prototype comes up due to the electronic engineer problematic of missing a plant that allows to study the concepts of mechanical systems. Regarding the physical manipulation of the prototype, models must be assembled by hand. For visualization and software interaction, an interface is designed with Matlab that allows the user to choose an input signal which will be injected, choose the reading data time and visualize the output signals of the system. Furthermore, a template is designed in Simulink which allows to perform an interactive control of the prototype. The plant's components make possible to configure up to ten models with three inputs each, where the sine signal handles up to fourteen frequencies. A position control proofs the system is completely controllable for the physical magnitude of position. Furthermore, the objective of building a configurable mechanical low-price plant, robust and trustworthy is accomplished.

#### APROBACION DE LA TESIS

Nombre Jurado: José de Jesús Salgado Patrón

Firma:

Nombre Jurado: Faiber Robayo

Firma:

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA MASA RESORTE  
AMORTIGUADOR DE BAJO COSTO PARA EL ESTUDIO DE LA  
DINÁMICA DE SISTEMAS MECÁNICOS TRASLACIONALES**

**LUIS FELIPE JAVELA CAICEDO  
NICOLAS ANDRES HERMIDA CUBIDES**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
NEIVA  
2019**

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA MASA RESORTE  
AMORTIGUADOR DE BAJO COSTO PARA EL ESTUDIO DE LA  
DINÁMICA DE SISTEMAS MECÁNICOS TRASLACIONALES**

**LUIS FELIPE JAVELA CAICEDO  
NICOLAS ANDRES HERMIDA CUBIDES**

**Trabajo De Grado Para Optar Al Título De Ingeniero Electrónico**

**Director  
Diego Fernando Sendoya Losada  
Mag. en Ingeniería de Control Industrial**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
NEIVA  
2019**

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Neiva, Marzo 1 de 2019

## DEDICATORIA

*Este proyecto de grado lo quiero dedicar principalmente a mis padres Pedro José Javela Garzón y Enith Caicedo Bonelo por su constante apoyo a lo largo de la carrera, por confiar en mí y brindarme la oportunidad de formarme como profesional, también a mis hermanos Pedro, Julián y Laura a modo de ejemplo para que continúen estudiando con dedicación, llegando a ser grandes personas y futuros profesionales.*

***Luis Felipe Javela Caicedo***

*Este nuevo logro quiero dedicarlo primordialmente a mi madre Luz Marina Hermida Cubides: sin ella mi vida no sería vida. Quiero dedicarlo también a mis abuelitos, que han velado por mí en cada paso dado, por lo que quiero que este éxito también lo sientan como suyo. A mi hermana y a mis sobrinos, que me han acompañado durante este arduo sendero proveyendome de motivación y cariño. Mi familia, la presente y la futura, han sido el combustible que me ha llevado a través de estos años. Este logro es, sin ninguna duda, de ellos.*

***Nicolás Andrés Hermida Cubides***

## AGRADECIMIENTOS

*Primero a Dios, por ser mi guía a lo largo de la carrera. A mis padres y hermanos por apoyarme siempre, por confiar en mis capacidades, por el ánimo recibido en los momentos difíciles. A mi abuela teresita, a pesar de no estar en este mundo para compartir este logro, gracias por aportar significativamente en mi formación desde que era un niño. Al ingeniero Diego Sendoya por el acompañamiento y guía como director, a los ingenieros Karen Fabara, Carlos Flórez, y Andrés González por aportar con su conocimiento y calidad humana en el desarrollo del proyecto. A mi compañero Nicolás Andrés Hermida por el trabajo realizado como equipo, el tiempo y dedicación invertidos. A mis amigos, por las experiencias vividas entorno al ciclo universitario, finalmente a cada uno de los profesores de escuela, colegio y universidad que aportaron en mi formación como persona y hoy profesional.*

***Luis Felipe Javela Caicedo***

*Este camino de estudio no es posible andarlo solo, por lo que quiero agradecer a mi madre, mis abuelitos, hermana, sobrinos, tios y primos por su apoyo y confianza tan solemne. Debo agradecer al ingeniero Diego Sendoya por la confianza depositada en el desarrollo de este proyecto e irrefutablemente debo agradecer a Javi, mi compañero de tesis, por tan ardua labor, confianza, compañía y esfuerzo. Sin duda debo mencionar a mis compañeros y amigos que con su apoyo en las buenas y en las malas, sacamos esto adelante de la mejor manera, dejando tantos recuerdos imborrables. Gracias a los ingenieros y profesionales que me formaron. Gracias a cada persona que confió en mi y me hizo más fuerte. También debo decir que hay a quien uno conoce y hace darse cuenta que todo era silencio hasta que se escucha su sinfonía: de corazón, gracias.*

***Nicolás Andrés Hermida Cubides***

# TABLA DE CONTENIDO

	Pág
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>13</b>
<b>1. OBJETIVOS</b>	<b>14</b>
1.1 OBJETIVO GENERAL . . . . .	14
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS . . . . .	14
<b>2. MARCO TEÓRICO</b>	<b>15</b>
2.1 ANTECEDENTES . . . . .	15
2.2 SISTEMAS MECÁNICOS DINAMICOS TRASLACIONALES . . . . .	17
2.3 CONTROLADORES ANALÓGICOS . . . . .	19
2.4 MOTORES PASO A PASO . . . . .	23
2.5 SENSOR DE TIEMPO DE VUELO VL53L0X . . . . .	25
2.6 FILTRO DE KALMAN - SIMULINK . . . . .	26
<b>3. DISEÑO Y DESARROLLO DEL PROYECTO</b>	<b>28</b>
3.1 CONSTRUCCION FISICA DEL PROTOTIPO . . . . .	28
3.2 IMPLEMENTACIÓN ELECTRÓNICA E INTERFAZ GRÁFICA . . . . .	38
3.3 CONTROL DE POSICIÓN . . . . .	47
<b>4. RESULTADOS</b>	<b>55</b>
4.1 MODELOS FISICOS . . . . .	55
4.2 PRUEBAS EN LA INTERFAZ GRAFICA . . . . .	58
4.3 CONTROL DE POSICION . . . . .	62
4.4 RESULTADO MODELO TEÓRICO Y MODELO REAL . . . . .	69
4.5 COSTOS . . . . .	75

<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>76</b>
<b>6. RECOMENDACIONES</b>	<b>78</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>79</b>

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág</b>
Figura 1. Esquema básico de control digital . . . . .	22
Figura 2. Adafruit Sensor de distancia VL53L0X . . . . .	26
Figura 3. Descripción funcional del sensor VL53L0X . . . . .	26
Figura 4. Diagrama planta ECP . . . . .	28
Figura 5. Guía lineal con rodamientos sujetos con lámina de plástico . . . . .	30
Figura 6. Lámina plástica con ocho perforaciones para acople de los rodamientos	31
Figura 7. Masas acopladas a tornillo . . . . .	32
Figura 8. Paredes y bases de los vagones antes de ser unificados . . . . .	32
Figura 9. Vagones con pestaña de acople de resortes . . . . .	33
Figura 10. Acople completo del amortiguador . . . . .	33
Figura 11. Vagones con placas receptoras de las señales de luz de los sensores .	34
Figura 12. Sistema para medir deformación de los resortes . . . . .	35
Figura 13. Piñon, soporte de cremallera y cremallera . . . . .	38
Figura 14. Sensor de tiempo de vuelo VL53L0X . . . . .	39
Figura 15. Pulso digital . . . . .	41
Figura 16. Grafica señal impulso unitario . . . . .	43
Figura 17. Grafica señal seno . . . . .	44
Figura 18. Generación de la señal senoidal . . . . .	45
Figura 19. Interfaz gráfica del prototipo . . . . .	46
Figura 20. Sistema implementado para el control de posición . . . . .	47
Figura 21. Adquisición de datos con Simulink . . . . .	48
Figura 22. Sistema de control de pulsos . . . . .	49
Figura 23. Parámetros de ajuste filtro Kalman . . . . .	50

Figura 24.	Entrada aplicada al sistema . . . . .	51
Figura 25.	Salida del sistema – posición masa 2(mm) . . . . .	52
Figura 26.	Salida Vs Entrada . . . . .	52
Figura 27.	Ajuste de parámetros PI . . . . .	53
Figura 28.	Interfaz de control – lazo cerrado . . . . .	54
Figura 29.	Modelo 1 del prototipo SDRMA . . . . .	55
Figura 30.	Modelo 2 del prototipo SDRMA . . . . .	55
Figura 31.	Modelo 3 del prototipo SDRMA . . . . .	56
Figura 32.	Modelo 4 del prototipo SDRMA . . . . .	56
Figura 33.	Modelo 5 del prototipo SDRMA . . . . .	56
Figura 34.	Modelo 6 del prototipo SDRMA . . . . .	57
Figura 35.	Modelo 7 del prototipo SDRMA . . . . .	57
Figura 36.	Modelo 8 del prototipo SDRMA . . . . .	57
Figura 37.	Modelo 9 del prototipo SDRMA . . . . .	58
Figura 38.	Modelo 10 del prototipo SDRMA . . . . .	58
Figura 39.	Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 0.2 Hz . . . . .	59
Figura 40.	Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 0.6 Hz . . . . .	59
Figura 41.	Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 0.9 Hz . . . . .	59
Figura 42.	Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 1.3 Hz . . . . .	59
Figura 43.	Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 1.4 Hz . . . . .	60
Figura 44.	Comportamiento del modelo 10 ante señal impulso . . . . .	60
Figura 45.	Comportamiento del modelo 10 ante señal step (paso) . . . . .	60
Figura 46.	Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 0.2 Hz . . . . .	61
Figura 47.	Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 0.6 Hz . . . . .	61
Figura 48.	Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 0.9 Hz . . . . .	61
Figura 49.	Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 1.3 Hz . . . . .	61

Figura 50.	Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 1.4 Hz . . . . .	62
Figura 51.	Comportamiento del modelo 9 ante señal impulso . . . . .	62
Figura 52.	Comportamiento del modelo 9 ante señal step (paso) . . . . .	62
Figura 53.	Conteo de pulsos generados . . . . .	63
Figura 54.	Pulso unitario y señal de error . . . . .	63
Figura 55.	Etapa de salida de pulsos . . . . .	64
Figura 56.	Datos de estimación . . . . .	64
Figura 57.	Resultados de estimación . . . . .	65
Figura 58.	Respuesta Step – Modelo identificado . . . . .	65
Figura 59.	Respuesta simulada del sistema con controlador PI . . . . .	66
Figura 60.	Respuesta real del sistema con controlador PI . . . . .	67
Figura 61.	Respuesta simulada del sistema con controlador PI y reajuste de parámetros . . . . .	67
Figura 62.	Respuesta real del sistema con controlador PI y reajuste de parámetros	68
Figura 63.	Desempeño del controlador con cambios en el valor de referencia . . .	68
Figura 64.	Respuesta del sistema a perturbaciones externas . . . . .	69
Figura 65.	Datos de entrada y salida prototipo SDMRA – Sistema masa resorte	71
Figura 66.	Modelo de salida medido y simulado . . . . .	71
Figura 67.	Respuesta al Step – Modelamiento Ideal . . . . .	72
Figura 68.	Respuesta al Step – Modelamiento Real . . . . .	72
Figura 69.	Respuesta al Step – Modelamiento ideal con amortiguamiento . . . .	73
Figura 70.	Respuesta al Step – Modelamiento Real . . . . .	74

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág</b>
<b>Tabl a 1.</b> Mediciones de deformación de los resortes . . . . .	36
<b>Tabl a 2</b> Constante de elasticidad de cada resorte . . . . .	36
<b>Tabl a 3</b> Comparación de características entre modelo ideal y modelo real . . .	74
<b>Tabl a 4</b> Relación de costos del prototipo SDMRA . . . . .	75

## RESUMEN

El prototipo SDMRA, siglas de Sistema Dinámico Masa Resorte Amortiguador, es un prototipo mecánico configurable de bajo costo diseñado para el estudio de la dinámica de sistemas traslacionales con los elementos previamente mencionados. Dispone de 2 carros cuya masa es modificable, tres resortes y un amortiguador. Con dichos componentes es posible configurar hasta un total de diez modelos.

En cuanto a la manipulación física del prototipo, los modelos deben ser configurados manualmente. Para la visualización e interacción a nivel de software, se diseña una interfaz en Matlab que permite al usuario escoger la señal de entrada que se aplicará, escoger el tiempo de lectura de datos y visualizar las señales de salida del sistema. Además se implementa una plantilla en Simulink que permite realizar un control interactivo del prototipo.

### **PALABRAS CLAVES**

Sistema dinámico, masa, resorte, amortiguador, prototipo mecánico.

## ABSTRACT

The SDMRA prototype (Mass-Spring-Damper Dynamic System spanish acronym), is a low-cost mechanic configurable prototype designed to study the dynamic of translational systems with the previously established elements. It has two cars whose mass is adaptable, three springs and one damper. These components make possible to configure up to ten models.

Regarding the physical manipulation of the prototype, models must be assembled by hand. For visualization and software interaction, an interface is designed with Matlab that allows the user to choose an input signal which will be injected, choose the reading data time and visualize the output signals of the system. Furthermore, a template is designed in Simulink which allows to perform an interactive control of the prototype.

### KEYWORDS

Dynamic system, mass, spring, damper, mechanic prototype.

## INTRODUCCIÓN

Actualmente cuando se habla del ámbito académico, se ha vuelto común hablar también del ámbito investigativo y su estrecha relación. Esto se evidencia en diversidad de campos y la ingeniería en específico no es la excepción. A diario se realizan minuciosas investigaciones para hacer uso de la tecnología en pro de facilitar labores para el hombre en la mayor medida que sea posible y exactamente bajo esa premisa se realiza este proyecto.

El presente prototipo busca, en esencia, crear multitud de situaciones en un sistema masa resorte amortiguador, de las cuales se pueden extraer datos y estudiar el comportamiento de dicho sistema a raíz de las diferentes señales de entradas inyectadas con un motor paso a paso. Pero además, este prototipo va un paso más allá: con el fin de tener flexibilidad a la hora de realizar los estudios, el sistema es configurable y da acceso a diez modelos que pueden llegar a ser de segundo o cuarto orden. Todo esto con el fin de lograr estudiar multitud de comportamientos y se afiancen conocimientos en este campo de estudios.

Cada uno de estos modelos posee una respuesta única, la cual describe múltiples actuaciones de sistemas de la vida real, tales como la suspensión de los autos, el tren inferior del cuerpo humano a diversos niveles de libertad, dinámicas de aeronaves entre otros tantos ejemplos que resultan altamente importantes en el diario vivir de la humanidad.

Así mismo, para uno de los modelos y con ayuda del software MATLAB dentro de una plantilla de su toolbox Simulink, se plantea una opción de controlador interactivo para el prototipo.

# 1. OBJETIVOS

## 1.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar e implementar un prototipo mecánico configurable de bajo costo para el estudio de la dinámica de sistemas traslacionales masa - resorte - amortiguador en los cursos de control del programa de Ingeniería Electrónica en la Universidad Surcolombiana.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar el diseño y la implementación del hardware correspondiente para el prototipo.
- Desarrollar una interfaz gráfica utilizando un software especializado o adecuado a las necesidades que requiera el prototipo.
- Diseñar e implementar en el prototipo un controlador clásico como PI o PID que permita mejorar la respuesta de la planta y comprobar la efectiva controlabilidad.

## 2. MARCO TEÓRICO

El prototipo SDMRA es un sistema dinámico mecánico traslacional del tipo masa-resorte-amortiguador cuyo fundamento teórico se basa principalmente en conceptos matemáticos, físicos y mecánicos a nivel de hardware, junto con teoría de control clásica, instrumentación electrónica, tarjetas de desarrollo e interfaces gráficas que serán definidas en este apartado.

### 2.1 ANTECEDENTES

#### **Development of a Low-cost, Two-Degree-of-Freedom Spring-Cart System and System Identification Exercises for Dynamic Modeling.**

Las experiencias de laboratorio proporcionan a los estudiantes de ingeniería de pregrado el conocimiento que proviene principalmente de la actividad práctica. Algunas universidades pueden carecer de los fondos necesarios para utilizar algunos de los equipos utilizados en la educación de ingeniería; entonces se pueden construir alternativas de bajo costo. Las experiencias de laboratorio de bajo costo deben diseñarse de acuerdo con los siguientes requisitos: deben proporcionar un marco para evaluar el logro de los resultados de aprendizaje asociados, deben proporcionar una demostración visual de la información teórica, deben ser fáciles de usar y deben proporcionar resultados consistentes. Este documento detalla la construcción de un prototipo masa-resorte de bajo costo utilizado para la identificación de sistemas en el curso de modelado dinámico y vibraciones. Este documento también describe los métodos utilizados para la identificación del sistema, un marco de evaluación e información para acceder a los materiales del proyecto a través del sitio web del autor y videos en YouTube. Finalmente se exponen los resultados de una prueba inicial de esta experiencia de laboratorio con una población estudiantil pequeña, donde se demuestra la eficacia del prototipo y sus materiales para facilitar el aprendizaje de los estudiantes.<sup>1</sup>

#### **Application of a Damped Spring-Mass Human Vibration Simulator in Vibration Testing of Vehicle Seats.**

Existe la necesidad de métodos estandarizados para probar los asientos de los vehículos. Tales métodos permitirían la comparación directa de los méritos de asientos de diversos tipos y diseños. En la actualidad, los procedimientos de prueba estandarizados no son posibles porque las características dinámicas de los humanos que ocupan el asiento durante la prueba varían ampliamente de persona a persona y afectan la respuesta del asiento. Las pruebas con carga de peso muerto no representan con precisión las características dinámicas del asiento. Se ha desarrollado un sistema de masa-resorte-amortiguador que se aproxima bastante a las características dinámicas de un hombre sentado en su modelo vertical de

---

<sup>1</sup>E.T., *Development of a Low-cost, Two-Degree-of-Freedom Spring-Cart System and System Identification Exercises for Dynamic Modeling.*

vibración como la base sobre la cual se puede construir un procedimiento estandarizado de prueba del asiento del vehículo. El análisis del problema mediante técnicas de impedancia mecánica indicó que un sistema de dos grados de libertad era suficiente para simular las principales características dinámicas del hombre en las frecuencias por debajo de 10 Hz, donde la vibración del asiento es más grave. Se han desarrollado procedimientos de prueba que utilizan el simulador de hombre como la carga del asiento. Los resultados de estas pruebas serán útiles porque no contienen la variable del sujeto y, por lo tanto, pueden compararse directamente con los resultados obtenidos en otros laboratorios que utilizan los mismos métodos.<sup>2</sup>

**Diseñar como prototipo de laboratorio un Sistema Masa-Resorte-Amortiguador para implementar un control robusto con el cual se podrá posicionar una masa en una referencia, comparando los resultados entre el controlador PI y el controlador "Twisting".**

El prototipo consiste en un sistema que consta de dos masas, tres resortes y un amortiguador interactuando simultáneamente entre sí. La primera masa se encuentra sujeta a dos amortiguadores (uno en cada extremo), el primer amortiguador se encuentra entre el primer vagón y un punto rígido; a esta masa se le aplica una fuerza externa como entrada del sistema. Esta fuerza es aplicada por medio de un motor de corriente directa cuyo engranaje de salida mueve una cremallera haciendo contacto directo con la primera masa móvil, desplazándola hacia adelante y atrás respectivamente. En el extremo contrario de la primera masa se encuentra sujeto un resorte más rígido que el primero, sujeto a su vez a una segunda masa móvil. En el extremo opuesto de la segunda masa se encuentra sujeto un amortiguador y un resorte (en paralelo), los cuales a su vez también están fijos en un punto rígido por su extremo contrario.

Cada masa está fija a un riel con el propósito de aligerar su fricción cuando se desplace. En la primera masa también se encuentra fijo el vástago de una resistencia variable utilizada como sensor de posición, el cual por medio de un voltaje aplicado se envía una referencia de voltaje (que es la señal de comparación con la entrada) referente a la posición a una tarjeta de adquisición de datos, en donde son recibidos y procesados los datos para ejecutar el control por medio de Matlab. En este prototipo se utilizaron dos tipos de controladores distintos, uno conocido como PI y el segundo como "Twisting".<sup>3</sup>

**Position tracking control of mass spring damper system with time-varying coefficients**

En robótica, para garantizar interacciones físicas seguras entre los robots y el entorno para evitar que los actuadores se dañen por cambios dinámicos abruptos, a menudo se prefieren las estrategias de cumplimiento para hacer que su proceso dinámico sea más suave al seguir algunas características naturales observadas por los humanos. El sistema masa-resorte-amortiguador (MRA) se encuentra con frecuencia en muchos sistemas de

---

<sup>2</sup>F., *Application of a Damped Spring-Mass Human Vibration Simulator in Vibration Testing of Vehicle Seats.*

<sup>3</sup>Isai Estrada Rodriguez, *Sistema de control masa-resorte-amortiguador.*

robótica compatibles como una arquitectura básica. El (los) actuador (es) de los robots se pueden diseñar basados en los sistemas MRA para lograr las propiedades de cumplimiento deseadas. El modelo MRA convencional tiene coeficientes constantes / estáticos y ha aparecido en la mayoría de los robots compatibles. Sin embargo, en numerosos escenarios de aplicación, los coeficientes asociados con MRA son variables en el tiempo, lo que hace que las estrategias de control tradicionales (por ejemplo, el control PID) sean difíciles de manejar. Este artículo propone un nuevo enfoque de control para el seguimiento del control del modelo MRA con coeficientes variables en el tiempo. Los resultados de la simulación ilustran la eficiencia del método propuesto.<sup>4</sup>

### **Linearization of mass spring damper system for applying linear control PID techniques**

Este artículo describe un experimento básico sobre la linealización de un sistema de segundo orden como una estructura masa-resorte-amortiguador, el modelo matemático del sistema se obtiene con las características de los componentes físicos, la linealización del sistema se realiza con la señal adquirida de un sensor no lineal y obteniendo una nueva ecuación lineal, para validación de proceso se realiza una simulación con todos los componentes. En la implementación del controlador PID se utilizan componentes electrónicos analógicos. Los resultados muestran un desempeño correcto cuando se agrega una perturbación externa al sistema usando el controlador PID. También se realizan varias pruebas cambiando el punto de referencia, los resultados de la simulación muestran un buen rendimiento del controlador.<sup>5</sup>

## **2.2 SISTEMAS MECÁNICOS DINÁMICOS TRASLACIONALES**

Un sistema mecánico es aquel que está compuesto principalmente por dispositivos o elementos cuya función específica es transformar o transmitir el movimiento proveniente de la fuente que lo genera, este sistema es caracterizado por utilizar piezas sólidas interconectadas entre sí, tal es el caso del prototipo SDMRA compuesto por un par de masas, resortes y un amortiguador. El comportamiento y las características de los elementos que conforman un sistema mecánico son de naturaleza dinámica, lo cual lleva al uso de leyes físicas para encontrar ecuaciones diferenciales que describan el comportamiento de la planta frente a diferentes estímulos aplicados (entrada del sistema). El movimiento de los sistemas mecánicos es detallado por las magnitudes físicas de desplazamiento, velocidad y aceleración en función del tiempo, consideradas como salidas del sistema, producto de una fuerza aplicada o bien un desplazamiento resultado de dicha fuerza; Desde el punto de vista de control el encargado de realizar esta función es el actuador del sistema. Cuando se habla de un sistema traslacional, se hace referencia a un movimiento que contrario al de rotación toma lugar a lo largo de una línea recta.

---

<sup>4</sup>Li, *Position tracking control of mass spring damper system with time-varying coefficients*.

<sup>5</sup>Campoverde-M. A. Carpió Aleman-J. C. Montesdeoca-Contreras-J. A. Morales-García., *Linearization of mass spring damper system for applying linear control PID techniques*.

## Fricción en el movimiento de traslación

Un sistema de traslación ideal es aquel en el que no existen fuerzas de fricción que disipen la energía mecánica que se produce en un cuerpo al estar en movimiento, logrando así oscilaciones que continúan siempre sin disminución de la amplitud. Se habla de oscilaciones debido a que en nuestro prototipo SDMRA intervienen elementos como los resortes, que al entrar en contacto con fuerzas producen un movimiento del tipo vibratorio armónico simple, caracterizado por ser periódico y vibratorio cuando no existe fricción; la posición de un cuerpo que responde a un M.A.S es descrita por una función trigonométrica (seno o coseno) en función del tiempo.<sup>6</sup>

En un sistema real, como por ejemplo del tipo masa-resorte, siempre hay presencia de fuerzas de fricción que disipan la energía mecánica del movimiento, logrando así oscilaciones cuya amplitud disminuyen exponencialmente con el tiempo (oscilaciones amortiguadas). Para lograr oscilaciones con amplitud constante y de duración infinita, el sistema tendría que estar sometido a condiciones de vacío donde se anule el coeficiente de fricción presente en el rozamiento del viento con el sistema al entrar en movimiento, adicionalmente la superficie de deslizamiento debe tener fricción nula.<sup>6</sup>

Para el caso del prototipo SDMRA se debe tener en cuenta que aparte del coeficiente de fricción del viento, se suma el existente entre las varillas y balineras que permiten el movimiento de las masas, junto con el producido por el amortiguador en caso de ser utilizado. Los efectos de fricción en los sistemas mecánicos son fenómenos complicados que dependen de múltiples factores como la naturaleza de los materiales en contacto, lubricación entre ellos, temperatura, etc. Por tal motivo, tradicionalmente las fuerzas y pares de fricción son modelados de forma aproximada.<sup>7</sup>

En el artículo “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction” Armstrong-Hélouvry, *A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction*, se propone una forma de modelar el efecto de la fricción, el cual es llamado modelo cinético/estático. Para el cual, la fuerza de fricción ( $f_f$ ) es función de la velocidad. La zona I, no hay movimiento. En la zona II se inicia el movimiento y la fuerza de fricción es constante. En la zona III disminuye la fricción a medida que aumenta la velocidad (pendiente negativa), el cual se llama efecto Stribeck. Las 3 regiones anteriores, caracterizan la fricción a velocidades bajas, se le llama fricción estática. La zona IV es cuando ya se encuentra en movimiento, en la cual hay una relación lineal entre la velocidad y la fuerza de fricción (fricción viscosa).<sup>8</sup>

Adicionalmente se debe tener en cuenta la fricción de coulomb la cual establece que la fuerza de rozamiento máxima ( $F_{Rmax}$ ) que puede existir entre dos cuerpos en contacto es directamente proporcional al valor de la fuerza normal ( $N$ ) de contacto entre ellos. La constante de proporcionalidad es el coeficiente de rozamiento al deslizamiento ( $\mu$ ).<sup>9</sup>

---

<sup>6</sup>Leyva, *Modelado de la fricción*.

<sup>7</sup>Rafael Kelly, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*.

<sup>8</sup>Leyva, *Modelado de la fricción*.

<sup>9</sup>González, *Ley de Coulomb del rozamiento*.

## Modelamiento de sistemas mecánicos

Encontrar ecuaciones diferenciales que describan un sistema se conoce como modelamiento matemático, y se realiza con el fin de obtener un modelo que permita conocer el comportamiento general de una planta relacionando su salida y entrada, a esta relación se conoce como función de transferencia, definida como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida del sistema y la transformada de la place de la entrada del sistema, considerando condiciones iniciales iguales a cero.<sup>10</sup>

Para el modelamiento de sistemas mecánicos se hace uso de la segunda ley del movimiento de Newton, junto con la ley de Hooke para los resortes y finalmente el concepto de fricción viscosa para el amortiguador. La respuesta de este tipo de sistemas es de carácter oscilatorio amortiguado y en general se pueden encontrar típicamente 3 casos, un comportamiento subamortiguado, críticamente amortiguado y sobre amortiguado; esto depende de la relación existente entre la frecuencia natural del sistema y una constante beta dada por la k del resorte y la masa en movimiento.<sup>10</sup>

Un sistema Masa – resorte – amortiguador tiene la siguiente ecuación diferencial:

**Ecuación 1.** Expresión diferencial sistema MRA

$$\begin{aligned} \sum F &= m \cdot a \rightarrow -b \cdot v - k \cdot x = m \cdot a \\ \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x &= 0 \\ \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x &= 0 \\ \omega_0 &= \sqrt{k/m} \quad y \quad \beta = \frac{b}{2m} \end{aligned}$$

Fuente: Módulo 1: Oscilaciones, Universitat Politecnica de Catalunya Departament de física

Cuando Beta es menor a  $\omega_0$  se habla de un sistema subamortiguado, para el caso de  $\beta = \omega_0$  el sistema es críticamente amortiguado y finalmente cuando Beta es mayor a  $\omega_0$  el sistema tiene un comportamiento sobreamortiguado.<sup>10</sup>

## 2.3 CONTROLADORES ANALÓGICOS

Una de las técnicas de control clásicas más utilizadas es el controlador PID, conocido por operar en función de los valores de error aplicando acciones proporcionales, integrales o derivativas, logrando que el proceso sea capaz de reaccionar más rápido o de forma más precisa. El controlador se antepone al sistema que se quiere controlar y su entrada es la señal de error resultante de la diferencia entre la señal de referencia y la señal de retroalimentación; el controlador genera una señal de control que corrige la respuesta de la planta<sup>11</sup>

---

<sup>10</sup>física, *Módulo 1: Oscilaciones*.

<sup>11</sup>Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.

## Controlador proporcional(P)

La acción de control proporcional es una ganancia ajustable ( $K_p$ ), lo cual indica que la salida del controlador implementado es proporcional al valor del error.

**Ecuación 2.** Expresión de acción de control proporcional

$$u(t) = K_p \cdot e(t)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Este tipo de controlador se caracteriza por mejorar la dinámica del sistema, mejora su precisión pero no es capaz de eliminar por completo el error en estado estacionario. Es importante tener cuidado con el valor seleccionado para  $K_p$  debido a que el sistema se puede tornar inestable o el actuador puede entrar en saturación.

## Controlador Proporcional - Integral(PI)

En este tipo de controlador a la acción (P) se agrega una acción integral que es proporcional al error acumulado, desde el punto de vista matemático la señal de error se integra (área bajo la curva de error).

**Ecuación 3.** Expresión de acción de control integral en tiempo

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

**Ecuación 4.** Expresión del controlador PI en tiempo

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

**Ecuación 5.** Expresión del controlador PI – Función de transferencia (Estándar)

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i S} \right)$$

El termino  $T_i$  es conocido como tiempo integral y se define como el tiempo requerido para que la acción integral iguale a la acción proporcional ante el error constante.

La principal característica que aporta al sistema el uso de una acción integral es la eliminación del error en estado estacionario como consecuencia de obtener una señal de control diferente de cero cuando el valor del error es cero. Adicionalmente esta acción de control mejora la dinámica de la planta pero también en algunas ocasiones se puede aumentar la inestabilidad relativa.<sup>12</sup>

## CONTROLADORES DISCRETOS

Los controladores analógicos durante mucho tiempo fueron usados de manera exitosa en la industria, sin embargo con el avance de la tecnología y la revolución de la electrónica digital fueron desplazados por los controladores digitales debido a su versatilidad, diseño programable y mayor precisión, agregando la posibilidad de almacenar los datos en memoria.

Los controladores digitales pueden manejar ecuaciones de control no lineales que involucran cálculos complicados u operaciones lógicas, se puede utilizar una variedad más amplia de leyes de control que la que se puede usar con controladores analógicos, adicionalmente los componentes digitales tales como circuitos de muestreo y retención, convertidores A/D, D/A y los transductores digitales son de construcción robusta, alta confiabilidad, a menudo compactos y ligeros. Finalmente los componentes digitales tienen alta sensibilidad, con frecuencia son más baratos que sus contrapartes analógicas, incluyendo la mayor inmunidad a señales de ruido junto con la flexibilidad al permitir cambios en la programación.<sup>12</sup>

### Esquema básico de control digital

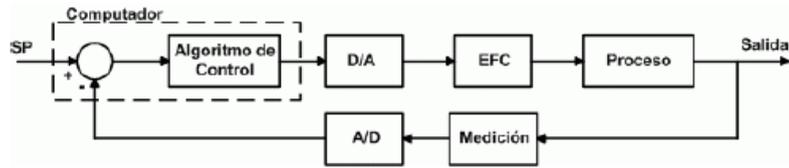
Los sistemas de tiempo discreto, son sistemas dinámicos en los cuales una o más variables pueden variar únicamente en ciertos instantes. Estos instantes, llamados de muestreo y que se indican por  $Kt$  ( $k= 0, 1, 2, \dots$ ) pueden especificar el momento en el cual se realiza una medición física o el tiempo en el cual se lee la memoria del computador. A diferencia de los sistemas de tiempo continuo, cuyo comportamiento se describe o modela mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales, los sistemas de tiempo discreto se describen mediante un conjunto de ecuaciones de diferencias. El análisis de sistemas continuos lineales e invariantes en el tiempo se realiza utilizando la transformada de Laplace, mientras que para los sistemas discretos se utiliza la transformada  $z$ . Al igual que en los sistemas continuos, la modelación de los sistemas discretos se puede realizar tomando como base el concepto de función de transferencia o el concepto de variables de estado.<sup>13</sup>

---

<sup>12</sup>Ogata, *Sistemas de Control en Tiempo Discreto 2 Ed.*

<sup>13</sup>Jaimes, *Control Digital Teoría y Práctica.*

**Figura 1.** Esquema básico de control digital



Fuente: Control Digital, Teoría y Práctica 2Ed- Luis Eduardo García Jaimes

El principio de control del esquema anterior es igual al de un sistema en lazo cerrado en dominio del tiempo, se encuentra un error que es comparado con el valor de referencia del sistema y se realiza una acción de control para corregir la diferencia presentada. Sin embargo en el control digital se agregan elementos que permiten trabajar en tiempo discreto para acciones del controlador, eventualmente el resultado es convertido al dominio del tiempo para ser aplicado al sistema. Describiendo la trayectoria de la figura anterior, se establece un valor de referencia denotado como SP (set point), la señal de salida del proceso obtenida por un sensor es discretizada por el conversor analógico - digital, específicamente mediante un circuito de muestreo y retención (sample and Hold), el computador o microcontrolador se encarga de realizar la diferencia entre la referencia y la realimentación del sistema, la señal resultado (error) ingresa al controlador para posteriormente obtener la señal de control a partir del algoritmo implementado, seguidamente es convertida a una señal eléctrica continua mediante un convertidor digital a analógico (D/A) para finalmente ser aplicada al actuador del sistema quien se encarga de ejecutar la acción que corrige progresivamente el error llevándolo a cero o aun valor aceptable.<sup>13</sup>

### Control PID discreto

El controlador PID discreto al igual que el analógico posee una acción proporcional, integral y derivativa cuyas ventajas de implementación son las mismas, sin embargo al trabajar en tiempo discreto la expresión matemática del controlador cambia debido a que se trabaja en base a ecuaciones en diferencia y posteriormente con la transformada Z para obtener una función de transferencia.<sup>13</sup>

A partir de la expresión en tiempo continuo es posible obtener la función de transferencia del controlador digital:

**Ecuación 6.** Expresión de la función de transferencia de controlador digital

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \cdot T_d \frac{d e(t)}{dt}$$

Fuente: Jaimes, Control Digital Teoría y Práctica

Donde  $e(t)$  es el error,  $u(t)$  es la salida del controlador,  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  es el tiempo integral y  $T_d$  es el tiempo derivativo.

La expresión obtenida a partir de la discretización de la ecuación  $u(t)$  es la siguiente:

**Ecuación 7.** Expresión obtenida a partir de la discretización

$$U(z) = \left[ KP + \frac{KI}{1 - Z^{-1}} + KD(1 - Z^{-1}) \right] E(z)$$

$$KP = Kp - \frac{Kp T}{2T_i} = Kp - \frac{KI}{2}$$

$$KI = \frac{Kp T}{T_i}$$

$$KD = \frac{Kp T d}{T}$$

Fuente: Jaimes, Control Digital Teoría y Práctica

Donde  $T$  es el periodo de muestreo.

## 2.4 MOTORES PASO A PASO

El motor paso a paso es un dispositivo electromecánico sin escobillas capaz de convertir pulsos digitales en movimiento, la cantidad de pulsos indican el número de pasos de avance, mientras la frecuencia establece la velocidad del motor, permitiendo obtener movimientos muy precisos sin la necesidad de implementar algún sistema de control adicional. Los motores paso a paso se manejan mediante secuencias que pueden ser generadas a partir de tarjetas de desarrollo o microcontroladores; estas características permiten que sea muy usado en aplicaciones de robótica, control y automatización.<sup>14</sup>

### Principio de funcionamiento

Los motores paso a paso se componen de un estator (parte estática del motor) y un rotor (parte que gira del motor), su parte móvil está conformada por una serie de imanes que alternan el campo magnético entre norte/sur, de igual forma para lograr el avance del rotor, el estator agrupa bobinas y un conjunto de muescas (igual al número de imanes) que son imantadas al circular corriente.<sup>14</sup>

El movimiento del motor se presenta cuando la polaridad de la bobina en un instante de tiempo coincide con la polaridad de alguno de los imanes del rotor, por tanto se repelen y se avanza 1 paso; contrario a esto, al momento de las polaridades ser opuestas las piezas se atraen y mantienen la posición del motor.<sup>14</sup>

La cantidad de imanes o muescas definen el número de pasos que debe recorrer el eje del motor para realizar 1 giro completo, equivalente a 360 grados en desplazamiento angular; esta relación permite encontrar el ángulo que recorre el motor al realizar 1 paso (ángulo de paso) mediante el cociente de 360 grados entre el número de pasos del motor.<sup>14</sup>

<sup>14</sup>Staticboards, *Motores paso a paso*.

**Ventajas:** Control preciso de la posición a partir del número de pulsos digitales enviados por el microcontrolador, se conoce cuanto se ha desplazado el motor, tanto en magnitud (ángulo de giro) como en dirección (horario – anti horario), control de la velocidad de giro a partir de la frecuencia de los pulsos digitales, capaz de mantener una posición fija, tienen más fuerza a velocidades baja. **Desventajas:** Son poco eficientes en términos energéticos, los motores paso a paso se caracterizan por calentarse con facilidad y consumir más energía que un motor convencional, no alcanzan velocidades de giro tan altas (*rpm*).<sup>14</sup>

### **Motores paso a paso bipolares**

Los motores paso a paso bipolares internamente son más sencillos que los unipolares debido a que solo cuentan con 1 par de bobinas, por lo que para su manejo se requieren solo 4 cables, sin embargo son más complejos a la hora de ponerlos en funcionamiento porque no solo es necesario activar y desactivar las bobinas que componen el motor, también se debe cambiar la dirección de la corriente inducida en ellas.<sup>14</sup>

El motor bipolar requiere que las bobinas internas cambien su polaridad constantemente a partir de la dirección de la corriente, por lo que es necesario usar un driver especial. La forma más básica de implementarlo es con el uso de 1 puente H por cada bobina, los cuales se pueden construir con transistores directamente o por el contrario mediante integrados como el L293 o el módulo L298 diseñados para controlar el sentido de giro en motores de corriente directa y paso a paso.<sup>14</sup>

### **Drivers de control en motores paso a paso bipolares**

Existen drivers más especializados como el Allegro (A4988) o el DRV8825 de Texas instruments, al igual que los más básicos como el L298 se componen principalmente por puentes H, sin embargo su electrónica es más compleja e integran funcionalidades como el Microstepping y la regulación de la intensidad de corriente que ingresa a las bobinas, adicionalmente estos drivers permiten controlar el motor a partir de 1 señal de pulsos que define la posición y velocidad de avance, junto con otra señal que establece el sentido de giro, incluso se cuenta con un pin de habilitación.<sup>14</sup>

La selección de uno u otro driver depende de los requerimientos del motor o la aplicación que se esté desarrollando, para motores paso a paso que requieren intensidades de corriente muy altas existen drivers como los Gekco que permiten gestionarlos de manera óptima.<sup>14</sup>

### **Microstepping**

Los motores paso a paso son conocidos porque su movimiento no es continuo, recorren una serie de posiciones específicas hasta completar un giro completo, esto se define como el número de pasos por vuelta; usualmente este tipo de motores tienen 200 pasos por giro, recorriendo posiciones de 1.8 grados (ángulo de paso =  $360\text{grados}/200$ ) en cada paso de avance.<sup>14</sup>

Mediante la implementación de microstepping en un motor paso a paso es posible ganar más resolución y fluidez en el movimiento, logrado a partir de un driver especializado que gestiona la corriente aplicada a las fases para que el motor no complete el paso al 100 % si no de manera progresiva mediante una señal eléctrica senoidal discretizada (escalonada).<sup>14</sup>

Las resoluciones que se pueden alcanzar con la técnica de microstepping van desde paso completo, por ejemplo 200 pasos por revolución, hasta 32 micropasos, obteniendo 6400 pasos por revolución y por consiguiente 0.056 grados de avance del motor por paso; la precisión y fluidez alcanzada es muy ventajosa, sin embargo cabe mencionar que se pierde parte del torque original que tiene el motor con pasos completos.<sup>14</sup>

### **Driver Microstepper TB6600 (Toshiba)**

Este controlador de motores paso a paso bipolares está basado en el chip TB6600 y permite controlar motores de hasta 4A por canal. Este driver tiene limitación de corriente ajustable, protección contra sobre corriente y 7 resoluciones diferentes de microstepping.<sup>15</sup>

El TB6600 es un controlador profesional para motores paso a paso bipolares. Es compatible con microcontroladores como Arduino y otros que puedan generar señales de pulsos de 5V. El TB6600 soporta una gran variedad de voltajes de entrada de 9 a 42V DC. Es capaz de proporcionar hasta 3.5A de corriente de forma continua y 4A de pico por cortos periodos de tiempo. De esta forma puede controlar una gran variedad de motores.<sup>15</sup>

El controlador soporta el control de dirección y de paso como en todos los controladores de éste tipo. También puede configurarse para microstepping mediante unos microinterruptores incluidos. Hay 7 valores posibles: 1, 2 / A, 2 / B, 4, 8, 16 y 32 además de 8 posiciones para el ajuste de corriente: 0.5A, 1A, 1.5A, 2A, 2.5A, 2.8A, 3.0A y 3.5A. Todas las señales están protegidas internamente mediante optoacopladores de alta velocidad para evitar interferencias y mejorar el aislamiento del circuito de control.<sup>15</sup>

## **2.5 SENSOR DE TIEMPO DE VUELO VL53L0X**

El sensor de distancia de tiempo de vuelo VL53L0X fabricado por STMicroelectronics implementa la tecnología FlightSense patentada por ST, su encapsulado de apenas 4.4 x 2.4 x 1 mm contiene una fuente láser invisible muy pequeña y un sensor correspondiente capaz de detectar el “tiempo de vuelo” o el tiempo que ha tardado la luz en volver al sensor. Dado que utiliza una fuente de luz muy estrecha, es bueno para determinar la distancia de solo la superficie directamente delante de ella. A diferencia de los sonares que rebotan ondas ultrasónicas, el “cono” de la detección es muy estrecho; de igual manera, mientras los sensores de distancia IR intentan medir la cantidad de luz que rebota en una superficie, el VL53L0X es mucho más preciso y no tiene problemas de linealidad o “imágenes dobles” en las que no se puede saber si un objeto está muy lejos o muy cerca.<sup>16</sup>

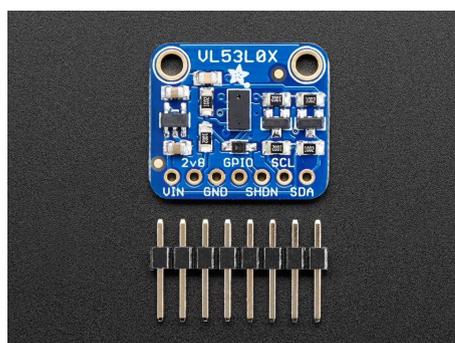
<sup>15</sup> *Tienda Bricogeeek, Controlador de motores paso a paso 35a tb6600.*

<sup>16</sup> *<https://www.adafruit.com/product/3317>.*

La distancia que puede medir el sensor va desde 50 mm hasta 2000 mm, con resolución de 1mm y exactitud que varía entre 3 % y 12 % dependiendo del perfil de operación configurado, influyendo adicionalmente si la medida fue realizada en interiores o exteriores.

Adafruit comercializa e integra el sensor VL53L0X en una tarjeta que facilita la implementación en proyectos, incluyendo un circuito de regulación y cambio de tensión para permitir el uso en microcontroladores que manejan el estándar de 5V; necesario debido al funcionamiento del sensor con potencia y lógica de 2.8V.

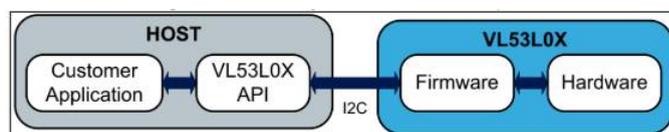
**Figura 2.** Adafruit Sensor de distancia VL53L0X



Fuente: <https://www.adafruit.com/product/3317>

El sensor de distancia implementa una API desarrollada por ST para el control del firmware y posterior puesta en marcha del hardware del dispositivo, incluyendo funciones de inicialización, calibración, habilitación, selección del perfil y modo de operación. La comunicación entre el HOST y el sensor se realiza mediante el protocolo de transmisión de datos I2C con una velocidad máxima de 400 Kbits/s.

**Figura 3.** Descripción funcional del sensor VL53L0X



Fuente: Datasheet - World smallest Time-of-Flight ranging and gesture detection sensor

## 2.6 FILTRO DE KALMAN - SIMULINK

El filtro de Kalman es un algoritmo que estima el estado de un sistema a partir de datos medidos. Fue desarrollado originalmente por el ingeniero húngaro Rudolf Kalman, de quien toma su nombre. El algoritmo del filtro es un proceso de dos pasos: el primer paso predice el estado del sistema, mientras que el segundo utiliza las mediciones de ruido para ajustar la estimación del estado del sistema.<sup>17</sup>

<sup>17</sup><https://la.mathworks.com/discovery/kalman-filter.html>.

El filtro de kalman como un algoritmo de estimación optima es usado cuando las variables de interés pueden ser únicamente medidas indirectamente, en ese caso a partir de otras variables que puedan ser medidas directamente se realiza la estimación de ese parámetro; el algoritmo también es muy útil en el campo de procesamiento de señales cuando las medidas obtenidas presentan mucho ruido.<sup>18</sup>

Dentro del entorno de simulink en la sección de procesamiento de señales se encuentra el bloque de Kalman filter, permitiendo estimar el estado de un sistema dinámico a partir de una serie de datos incompletos y/o mediciones ruidosas. El bloque puede usar estados estimados previamente para predecir el estado actual de la variable del sistema, aunque también el algoritmo es capaz de usar las mediciones actuales y estados predichos para encontrar un valor óptimo.<sup>19</sup>

---

<sup>18</sup> *Matlab, understanding kalman filters.*

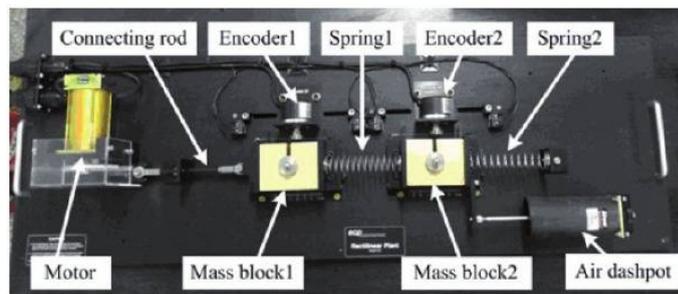
<sup>19</sup> *Block parameters: Kalman Filter – Simulink.*

### 3. DISEÑO Y DESARROLLO DEL PROYECTO

#### 3.1 CONSTRUCCION FISICA DEL PROTOTIPO

Para la construcción del prototipo, en primera instancia, se tuvo que decidir estructuralmente como sería, así que se realizó una búsqueda que llevó a una planta (Figura 4) de alto costo realizada por ECP (Educational Control Products) de donde se decidió optar por un diseño similar en cuanto a los componentes e inyección de las señales de la entrada. En las decisiones que se realizaron para la elaboración del prototipo se tuvo muy en cuenta la relación calidad/precio encaminados especialmente a buscar una construcción limpia, eficiente y sobretodo de calidad, siempre teniendo en cuenta la economía. Dicho esto, se definió que la opción óptima sería realizar un sistema de dos masas, tres resortes y un amortiguador.

**Figura 4.** Diagrama planta ECP



Fuente: [https://www.researchgate.net/figure/The-rectilinear-control-plant\\_fig3\\_272681414](https://www.researchgate.net/figure/The-rectilinear-control-plant_fig3_272681414)

Con esta filosofía en mente, se procedió a elegir como iba a realizarse el desplazamiento de las masas.

#### Desplazamiento de las masas

La intención fue encontrar un medio que contara con una fricción lo más pequeña posible, que a su vez fuese práctica y económica. En la investigación, se barajó entre las posibilidades optar por rieles de cajón, pero fueron rápidamente descartados debido a que, aunque eran una propuesta económicamente accesible, su alta fricción y la dificultad de adaptar masas para que se desplazaran sobre estos, lo que hizo decidir prescindir de esta opción.

A continuación se encontró un kit que resultaba altamente práctico llamado Dynamics Cart and Track System de una empresa estadounidense llamada Vernier Software and Technology, consistente en una pista de 1.2 metros, dos carros desplazables sobre dicha pista y que además poseen 4 ranuras dentro de los cuales se podrían ubicar masas de 125g, logrando así que las masas fuesen de peso adaptable. Adicionalmente, los carros tienen

detectores de movimiento que sensan el desplazamiento de cada uno sobre la pista. También posee su propio software. Se encontró altamente atractivo este kit pues hubiese facilitado la construcción de la planta al punto de faltar únicamente la inyección de las señales, sin embargo las grandes desventajas que implica hicieron que se descartase, desventajas tales como un alto costo (COP \$1'133.000 sin costo de envío), sus limitadas opciones para la adquisición de datos (únicamente se logra con el software realizado por ellos mismos) y la obligatoria compra de la licencia.

En siguiente estancia se barajó la opción de utilizar carritos pequeños a escala de juguetes ya que ellos logran proveer cierta facilidad tanto para su desplazamiento como para adaptarles diferentes masas, pero se tuvo que descartarlos debido a su alta fricción, a la dificultad de crear una pista o canal por el que se desplazaran y así mismo adaptar un mecanismo para inyectarles una señal de entrada.

También se encontró, al ver el funcionamiento de una impresora 3D, que las guías lineales eran una opción muy interesante para realizar desplazamiento de masas. Se encontró que existen tanto guías lineales rectangulares como guías lineales circulares, cada guía con su correspondiente rodamiento lineal (dispositivo que se desliza sobre ellas). Ambas opciones, al ser investigadas, presentaron una fricción bastante baja con relación a otras opciones, además de ser muy prácticas para el montaje, pues las guías se podían adaptar con facilidad a los cambios que se necesitaran hacer, dadas sus características de ser pequeñas y livianas. Dando por hecho que esta opción de usar guías lineales sería la elegida, se empezó a pensar en como acoplarlas de una manera práctica y útil al sistema, de donde se utilizarían dos guías lineales paralelas una de la otra, haciendo las veces de vía o carril, y en cada guía se ubicarían dos rodamientos lineales de tal manera que se formasen dos parejas de rodamientos y así posteriormente se sujetarían a un vagón (donde se ubicarían las masas) por cada pareja de rodamientos lineales, tal como se muestra en la figura 5.

Se decidió trabajar con guías lineales de 10mm debido a que las dimensiones de los rodamientos correspondientes a esta guía se ajustaban a un tamaño sutil y práctico de trabajo.

### **Soporte del prototipo**

Como base del rodamiento y del prototipo se decidió utilizar una tabla de madera tipo MDF debido a su rigidez y facilidad para perforar, cuyas medidas finales son 90x50 cm. A dicha tabla, para mejorar sus características, se le aplicó una laca que recubre toda su superficie para protegerla y, al final, se le aplicó pintura negra para darle un acabado elegante. Para la zona superior de la tabla se fabricó una placa de pasta con el título de la tesis y el escudo de la universidad.

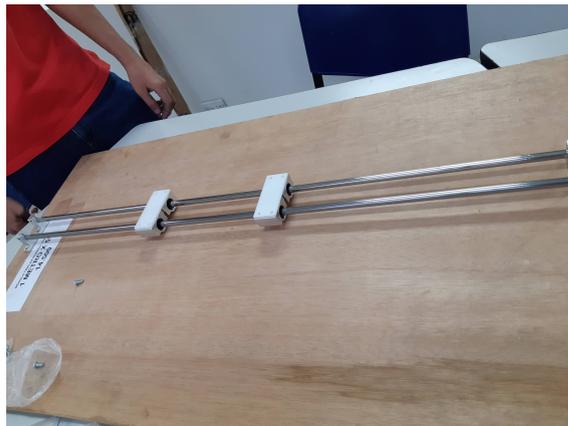
En la decisión respecto a cuál guía usar, resultó que la guía lineal rectangular poseía unos rodamientos lineales demasiado pequeños, siendo el más grande, superficialmente hablando, de longitud de 30 mm y ancho de 15 mm, lo cual suponía un inconveniente de importancia con respecto a los vagones y es que al tener una superficie tan pequeña, dichos vagones

deberían ser demasiado altos para lograr contener un número de masas que implicara un cambio significativo en el comportamiento de los modelos, así que debido a este motivo se decidió que las guías lineales circulares se ajustaban mejor a los intereses del proyecto, puesto que las medidas de la superficie de sus rodamientos lineales son de longitud de 35 mm y ancho de 40 mm.

### **Base de los vagones**

Para esta etapa se tuvo que hacer un cuidadoso trabajo de mediciones detalladas y exactas de las distancias entre centros de los agujeros de los rodamientos lineales para fabricar la superficie que los sujetaría y que a su vez haría las veces de base de los vagones que contendrían las masas. En dicho trabajo se cortó y perforó una lámina plástica en sus extremos para realizar una prueba, cuyo resultado se observa en la Figura 5, de donde la prueba mostró que la lámina se desplazaba ligeramente al moverse los rodamientos por la guía, por lo que se hizo evidente que faltaba agarre. Posteriormente se procedió a realizar una impresión 3D tanto de una base como de un vagón con las mediciones obtenidas previamente.

**Figura 5.** Guía lineal con rodamientos sujetos con lámina de plástico



Para las pruebas con los objetos impresos en 3D se concluyó que el agarre seguía siendo un problema, sin embargo las mediciones estaban hechas correctamente, así que se dispuso a realizar otras cuatro perforaciones en el centro de la base del vagón para sujetar con cuatro tornillos más a los rodamientos lineales y se lograra un acople mucho más robusto. Una vez se hizo una placa con las ocho perforaciones (Figura 6) se obtuvo un resultado satisfactorio y se decidió que así se haría el acople de manera definitiva.

**Figura 6.** Lámina plástica con ocho perforaciones para acople de los rodamientos



El próximo paso fue calcular la altura que tendría el vagón y ahí lo que entró en juego eran las dimensiones de las masas.

### Masas

En primera estancia se definió que acero sería el material con el que se trabajaría para realizar las masas, por lo que se adquirió una placa de acero robusta para cortar de ella las masas. Dicha placa de acero tenía de alto media pulgada y pesaba 4905g, por lo que el único margen que quedó era el ancho y largo de cada masa pequeña. Debido al tamaño de la superficie de los rodamientos, el ancho útil máximo que quedó era de 4,2 cm, mientras que para el largo se decidió que podría ser más flexible, ya que los vagones no tendrían una "pared" que limitara el largo en ese sentido. A continuación, sabiendo que el material que se usaría es acero y que la masa deseada para cada objeto sería de 250g, se dispuso a usar la masa y volumen del acero como punto de partida para calcular las dimensiones de cada masa que se usaría en el prototipo. Las dimensiones de la placa de acero adquirida eran de 7cm x 6,4cm x 1,27cm, cuya multiplicación da como resultado un volumen de  $609,6\text{cm}^3$ . Otra pequeña sección de la placa tenía como dimensiones 5,7cm x 4,6cm x 1,27cm, cuyo volumen sería de  $33,3\text{cm}^3$ . La suma de ambos volúmenes da como resultado un total de  $643\text{cm}^3$ . A continuación se realizó una regla de tres tal que la placa tenía una masa 4905g y un volumen de  $643\text{cm}^3$ , entonces a cuánta masa correspondería cada  $\text{cm}^3$ , cuyo resultado fue 7,63g. Así mismo, ahora correspondería saber qué volumen se requiere para cada masa. Para los cálculos se usó una masa deseada de 260g teniendo en mente que en el centro de cada masa iría una perforación circular en la cual entraría un tornillo para sujetarlas a cada vagón. Dicha perforación tendría un diámetro de 7 mm por lo que se calculó que se perderían 10g por masa. Definido esto, se tuvo que si 7,63g correspondían a cada  $\text{cm}^3$ , entonces para 260g debía corresponder a  $34,1\text{cm}^3$  de acuerdo a la regla de tres. A continuación se definió que el largo sería de 8 centímetros de acuerdo a la superficie total de la base de los rodamientos lineales, por lo que quedaba únicamente una dimensión por suplir, pues la altura es media pulgada (1,27cm), el largo sería de 8 cm así que la última dimensión que correspondiese a un volumen de  $34,1\text{cm}^3$  debía ser necesariamente de 3,3 cm.

Una vez hechos estos calculos, se definió que un máximo de cuatro masas (de 250g cada una) por vagón darían lugar a realizar cambios significativos en la masa total del sistema, por lo que quedaron un total de ocho masas para el sistema, las cuales se acoplaron perfectamente al tornillo de diametro de 7mm (Figura 7).

**Figura 7.** Masas acopladas a tornillo

A continuación se procedió a realizar un acabado estético a las masas, de dónde fueron lijadas en su totalidad, se les añadió masilla para cubrir imperfectos, se lijaron de nuevo y finalmente se pintaron.

### Vagones

Como siguiente paso, gracias a que ya se definió tanto la base de los vagones como las masas de los mismos, se decidió que la altura de las paredes de los vagones sería de 6,8 cm debido a que la altura neta que ocuparían las masas sería de 5,08 cm. Se esperaba que en la cima del tornillo se pusiera una tuerca ciega y finalmente se dejarían unos milímetros de margen para evitar cualquier posible conflicto. Así mismo se decidió que el espacio útil correspondiente al ancho de los vagones fuese de 3,8 cm, pues las masas en su ancho miden netamente 3,3 cm y los 5 mm restantes se dejarían como margen para evitar conflictos a la hora de insertar las masas. Finalmente con respecto al largo de los vagones, se decidió que este fuese de 8,2 cm ya que esta misma dimension de las masas se definió en 8 cm, por lo que 2 mm de margen sumados al hecho de que para ese lado de los vagones no habría pared, garantizando una medida segura para evitar conflictos. Definido todo lo anterior, se procedió a realizar el montaje de los vagones en acero, de donde cada pared y la base debieron ser construidas independientemente (Figura 8) para luego ser soldadas. En el centro de la base se soldó también el tornillo que serviría como acople y seguro de las masas que se insertarían. Cabe destacar que este proceso fue crítico en cuanto a la fricción en el sistema, pues si la base no era perfectamente plana y la soldadura no era fina, no habría un acople correcto con los rodamientos lineales y estos se frenarían en las guías lineales.

**Figura 8.** Paredes y bases de los vagones antes de ser unificados



Luego de armados los vagones, se realizaron pruebas de desplazamiento sobre las guías lineales de donde los resultados fueron satisfactorios. La fricción fue mínima, los vagones no se frenaban y las masas se mantenían en su sitio tal como se esperaba. De esta manera se logró proceder al siguiente punto, que fue ubicar una pestaña en cada cara de los vagones que sujetarían los resortes. Dicha pestaña quedaría con el espacio justo para que una espira de resorte entrase ajustada precisamente para que quedara bien acoplado cada resorte. Dichas pestañas fabricaron y soldaron a las caras de los vagones de forma satisfactoria, como lo muestra la Figura 9.

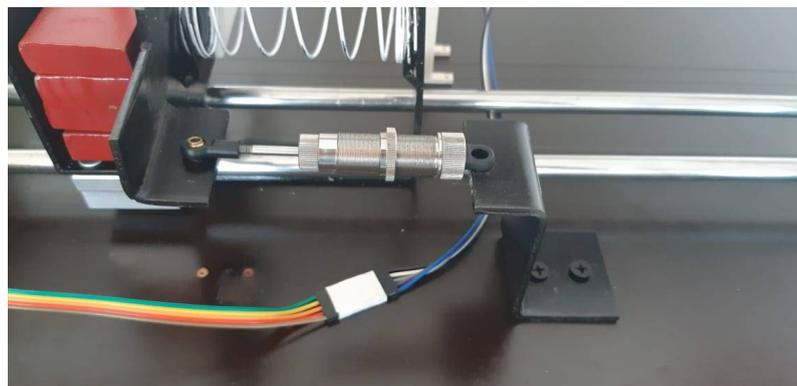
**Figura 9.** Vagones con pestaña de acople de resortes



El siguiente paso fue pensando en el amortiguador. Se necesitaba encontrar la manera de realizar un acople adecuado, donde el amortiguador solo se moviese traslacionalmente y no se moviera en ninguna otra dirección, para lo cual se decidió soldar a cada vagón, junto al borde de una de las paredes, una pestaña con forma de ele (L) con una perforación en el centro de la superficie que quedaría paralela a la base del prototipo, de tal manera que se lograra introducir un tornillo que sostuviese el amortiguador al vagón. De esta forma quedó cubierto el acople a los vagones pero faltaba el acople a la superficie del prototipo, para lo cual se pensó en una pieza de acero en forma de ese (S), en cuyas superficies paralelas a la base del prototipo habrían perforaciones tanto para sujetarlas a la base de madera como para acoplar el otro extremo del amortiguador.

Para finalmente obtener un acople en ambos extremos completamente firme y funcional (Figura 10).

**Figura 10.** Acople completo del amortiguador



Ahora, pensando en la lectura que realizarían los sensores y teniendo presente que se usaría un sensor de tiempo de vuelo, se necesitaría una superficie completamente plana y limpia para que la lectura del sensor fuera óptima, lo que se definió fue adaptar una placa adicional a un lado de cada vagón, de tal manera que se pudiese ubicar el sensor tal que el viaje de ida y vuelta de la señal de luz enviada por el sensor se diese únicamente entre dicha placa y el sensor, para evitar inconvenientes. Dichas placas fueron hechas a partir de pasta blanca a las cuales se les hizo una perforación en el centro de uno de los extremos de cada una para poder ajustarlas en cada vagón, en donde también se hizo una perforación para poder pasar por ahí el tornillo que haría el acople, obteniendo el resultado observado en la figura 11.

**Figura 11.** Vagones con placas receptoras de las señales de luz de los sensores



## Resortes

Para los resortes, en primera estancia, se acordó utilizar alambre de acero para su fabricación, pues ofrecen una elasticidad y resistencia óptimos para el prototipo, además del hecho de que es el material de más fácil acceso en el comercio local. A continuación, debido al tipo de movimiento esperado por parte del funcionamiento del prototipo, se escogió trabajar con resortes de compresión, debido a que estos ofrecen resistencia a una fuerza impresa sobre ellos, a diferencia de los resortes de tensión que se sujetan a un objetos que los halará u otros tipos de resorte que tienen funciones lejanas a lo que se necesitaría en este prototipo. Definido el tipo de resorte, se procedió a definir la longitud de los mismos. Para ello, era necesario saber aproximadamente que deformación tendría cada resorte y esto lo definiría el motor y la cremallera que inyectaría las señales al prototipo. Previamente se había definido una longitud tentativa de 3,4 cm y se partió desde ahí. Para ese caso, ya se tenían 6,8 cm (3,4cm en cada dirección) y se decidió dejar 1,2cm de margen, para una longitud total de 8 cm. Como perfectamente se podrían dejar de mayor longitud, se fabricaron resortes de 8cm, 9cm y 10cm y se hicieron pruebas de fuerza con ellos, de donde tanto los resortes de 9cm como los de 10 cm presentaron una deformación indeseada al aplicarles fuerza, perdían la forma y los vagones se comportaron muy inestables, por lo que finalmente se optó por dejar los resortes de 8 cm de longitud. Así mismo, en la fabricación se pidió que dos de ellos fueran de alambre del mismo calibre, el tercero fuera un calibre menor y un cuarto con calibre aún menor que el tercero, esto con el propósito de poder tener diversidad de comportamientos en el sistema. Para darles un acabado estético, se pintaron de blanco.

A continuación se requería hallar la constante de elasticidad de cada resorte, para lo cual se utilizó las mismas masas previamente fabricadas. Se construyó un pequeño sistema con alambre y un vaso (Figura 12) donde se depositarían las masas, que a su vez sería sostenido por el alambre para que al añadir cada masa, fuese posible medir la deformación del alambre. La masa depositada y la deformación fueron anotadas para posteriormente realizar unas gráficas cuyas pendientes darían como resultado el valor de dichas constantes.

**Figura 12.** Sistema para medir deformación de los resortes



Se realizó una medición de deformación añadiendo masas de una en una, es decir, se agregó una masa y se medía la deformación, se añadía otra (para un total de dos masas), se medía y así sucesivamente para un total de cinco masas. Este proceso se repitió por cada resorte. Los resultados se adjuntan en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Mediciones de deformación de los resortes

Resorte #1				
Masa(Kg)	Xo(m)	Xi(m)	X(m)	F(N)
0,253	0,106	0,077	0,029	2,479
0,507	0,130	0,077	0,053	4,969
0,761	0,152	0,077	0,075	7,458
1,009	0,173	0,077	0,096	9,888
1,263	0,197	0,077	0,120	12,377
Resorte #2				
0,253	0,103	0,078	0,025	2,479
0,507	0,123	0,078	0,045	4,969
0,761	0,145	0,078	0,067	7,458
1,009	0,166	0,078	0,088	9,888
1,263	0,187	0,078	0,109	12,377
Resorte #3				
0,253	0,102	0,077	0,025	2,479
0,507	0,131	0,077	0,054	4,969
0,761	0,151	0,077	0,074	7,458
1,009	0,176	0,077	0,099	9,888
1,263	0,197	0,077	0,120	12,377
Resorte #4				
0,253	0,087	0,080	0,007	2,479
0,507	0,095	0,080	0,015	4,969
0,761	0,101	0,080	0,021	7,458
1,009	0,107	0,080	0,027	9,888
1,263	0,113	0,080	0,033	12,377

Donde Xi representa la longitud inicial del resorte, Xo representa la longitud final del resorte (luego de añadirle peso) y X representa la deformación neta que presentó cada resorte (Xo-Xi) de acuerdo al peso depositado en el vaso. F representa la fuerza ejercida por el resorte (m.g).

El siguiente paso fue realizar una gráfica de deformación neta (X) contra fuerza ejercida (F) para obtener la pendiente de cada una y así finalmente obtener las constantes de elasticidad de cada uno.

Finalmente se adjuntan los resultados obtenidos en la figura 2. Físicamente cada resorte fue rotulado con el número correspondiente a su respectiva constante de elasticidad.

**Tabla 2.** Constante de elasticidad de cada resorte

Resorte	k (N/m)
1	110
2	117
3	105
4	385

Para finalmente dejar el acople de los resortes terminado, hacía falta encontrar la manera de encajar el extremo faltante de los resortes (pues de momento solo irían sujetos a la pestaña del vagón), por lo que se decidió fabricar en acero dos piezas con forma de "L", en cuya base habrían perforaciones para sujetarla a la base de madera, y en la zona recta perpendicular a la base, se soldaría una pestaña idéntica a la que se soldó en los vagones, dando conclusión de esta forma al tema de los acoples de los resortes.

## **Amortiguador**

La elección del amortiguador fue una de las más complicadas de todo el prototipo, pues se tenían muchas restricciones tanto físicas (la longitud máxima del amortiguador no podía superar por mucho margen la longitud máxima de los resortes. Igual sucedía con la longitud mínima) como comerciales (el comercio local solamente abarca amortiguadores de automóviles). La primera opción fue un amortiguador de bicicleta, pero resultó ser exageradamente robusto para el objetivo (no se comprimía si no salvo fuerzas de muy alta magnitud), por lo que desarmó para intentar encontrar la manera de suavizarlo, pero fue en vano.

A continuación, se investigó que existe competitivo de carros a control remoto (carros RC), donde usualmente son armados manualmente por sus dueños y existe todo un mercado para dicho campo, por lo que se encontró en este comercio diferentes opciones de amortiguadores que parecían adaptables al prototipo. Dicho esto, se encontró un amortiguador cuya longitud máxima era de 11,5cm y la mínima era de 8cm, por lo que se ajustaba bastante bien a las propiedades de los resortes, por lo que se procedió a adquirirlo. Los acoples para el amortiguador ya fueron explicados en la sección del vagón, de donde se vio el resultado expuesto en la figura 10.

## **Piñon y cremallera**

Para esta sección se hace evidente que el movimiento giratorio del eje del motor era necesario transformarlo en movimiento rectilíneo, por lo cual se adaptó un sistema piñon-cremallera junto con el motor para realizar una correcta inyección de fuerza al prototipo. El motor que se adquirió fue un nema 23, cuyo funcionamiento se detallará en la sección de implementación electrónica e interfaz gráfica, lo que se necesitaba en este punto eran las dimensiones del motor, las cuales al ser un Nema 23, correspondieron a 2.3 in x 2.3 in, lo que es igual a 56.4 mm x 56.4 mm. Con esto en mente, a continuación se tuvo que determinar el largo de la cremallera. Para que el engranaje fuese posible, la relación modulo-cremallera debía realizarse matemáticamente antes de la construcción de cualquiera de las partes, por lo que en primera estancia se decidió que la amplitud máxima de cualquier señal generada tendría que estar dada por un cuarto de vuelta del eje del motor. Basados en esta premisa y sabiendo que el desplazamiento de la cremallera por cada vuelta completa del piñon es el número de dientes del piñon sobre el número de dientes por centímetro de la cremallera, se concluyó que en la cremallera hubiese 3 dientes por centímetro y en el piñon hubiese 41 dientes en total, para tener un desplazamiento máximo de 13,6 cm por vuelta. Dicho esto, como el movimiento giratorio máximo del motor sería de un cuarto de vuelta, esto implicaría que el máximo desplazamiento rectilíneo de la

cremallera en un mismo sentido sería de 3,4cm. Como el motor giraría un cuarto de vuelta en dos sentidos (positivo y negativo), el largo mínimo de la cremallera sería de 6,8 cms, de donde finalmente se decidió fabricar la cremallera de una longitud de 9 cms a partir de impresión 3D en material ABS. La cremallera se imprimió con una pieza rectangular de longitud igual a la diferencia entre la posición de la cremallera y la superficie de la pared del vagón con la que haría contacto, de donde la pieza quedó de un total de 20cm. Así mismo, fue necesario hacer un soporte para la cremallera, permitiendo ajustar la altura entre el acople y el piñón del motor, con la altura del vagón. Además, se hizo una perforación en el extremo de la cremallera que hiciera contacto con la pared del vagón para lograr sujeción a través de un tornillo. En dicho vagón también se soldó una pieza rectangular con una perforación que recibe y ajusta la pieza de la cremallera. Para lograr hacer contacto con el vagón, fue necesario realizar una perforación en el acople del resorte tal que la pieza de la cremallera lograra pasar sin tener ningún tipo de rozamiento. Finalmente, el acople entre el piñón y la cremallera quedó en perfectas condiciones (Figura 13).

**Figura 13.** Piñón, soporte de cremallera y cremallera



### **3.2 IMPLEMENTACIÓN ELECTRÓNICA E INTERFAZ GRÁFICA**

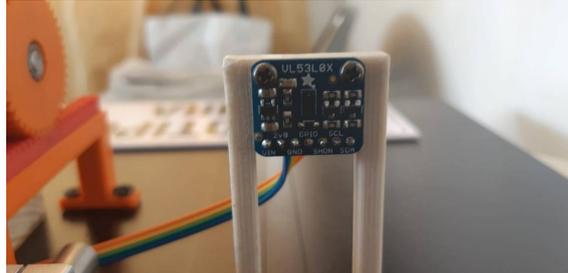
Para lograr que el prototipo funcionase como se pretendía, se tuvo que realizar una toma de decisiones analítica y un montaje de los dispositivos electrónicos muy cuidadoso, pues esta estancia del proyecto es imprescindible para obtener los resultados esperados. Dicho esto, esta sección se divide principalmente tanto en el montaje y configuración de los sensores como del motor y su respectivo driver, además de la interfaz gráfica creada para este propósito.

#### **Sensores y adquisición de datos**

Dada la naturaleza mecánica de la planta, la medición de la posición de las masas juega un papel vital en el correcto funcionamiento del prototipo, por lo que el desempeño del sensor es vital. Para esta función, se utilizaron dos sensores (uno por cada vagón) de tiempo de vuelo (ToF) cuya referencia es VL53L0X (Figura 14). Fue escogido debido a las prestaciones

y a su relación calidad/precio que el mercado ofrecía. Su tamaño compacto y su fácil manejo lo hicieron el candidato perfecto para las labores que se requerían.

**Figura 14.** Sensor de tiempo de vuelo VL53L0X



Para mantener los sensores a una altura adecuada para que el respectivo haz de luz fuera reflejado por cada placa ajustada a cada vagón, se imprimieron en 3D dos soportes cuya altura concordaría justo con el centro de cada placa y se acopló con tornillos cada soporte a su respectivo sensor, a la vez que también se ajustaron a la base del prototipo.

Para el manejo del sensor fueron usadas una tarjeta Arduino Uno con una biblioteca de funcionamiento del fabricante Pololu. Dicha biblioteca poseía programadas todas las funciones que se podían necesitar para los sensores, por lo que la configuración se tornó relativamente sencilla. En primera estancia, como a partir de la medición de la posición de cada vagón se crea la señal de salida, se necesitaba que dicha medición se realizara lo más rápidamente posible para evitar pérdida de información y la construcción de la señal fuera lo más fiel posible, por lo que se utilizó un tiempo de muestreo de 20ms para el sensor (el más rápido ofrecido). Dicho esto, cabe recalcar que el sensor posee una tolerancia en ambientes cerrados de aproximadamente 8%, por lo que se eligió realizar un promedio de las mediciones cada tres muestras, de tal manera que la salida entregaría un resultado más fiel al real.

Una vez configurada la velocidad de medición y realizado el promedio de las mediciones para mejorar la salida, se procedió a configurar los sensores para trabajar simultáneamente. Gracias a que estos dispositivos trabajan con tecnología I2C, la labor era simplemente dejar una dirección diferente para cada sensor, aunque cabe resaltar que esta referencia en particular tiene la dificultad de que si es apagado, regresa a la dirección estándar. Esto hizo que se tuviese que programar una tarea para que cada vez que se encendiese el prototipo, se apagaran todos los sensores menos uno y este cambiase su dirección, y se repitiera el proceso por cada sensor, dejando así una dirección diferente a cada uno para su correcta operatividad.

Finalmente con los sensores configurados y funcionales, se requería proceder al envío de las mediciones al software en el que serían realizadas las funciones de manejo del prototipo, que para este caso se darían mediante Matlab<sup>20</sup>, debido a las facilidades que ofrece para el manejo de dispositivos electrónicos y a su sistema matricial. El envío de datos se realizó

---

<sup>20</sup>MathWorks, *the Mathworks*.

vía serial. El sensor realizaría la medición e instantáneamente la enviaría a un puerto COM que leería Matlab, software en que el dato sería recibido para su posterior procesamiento. Cabe recalcar que para los sensores, cuando el motor gira en el sentido de las manecillas del reloj, el movimiento será positivo. Caso contrario, si el motor gira en sentido opuesto a las manecillas del reloj, el movimiento será negativo.

### **Motor paso a paso y generación de señales de entrada**

Todo sistema requiere la aplicación de una entrada para generar datos de salida, en este apartado se describe el procedimiento para implementar el actuador de la planta y generar señales de prueba que permiten determinar la dinámica del prototipo para el posterior proceso de identificación.

El prototipo SDMRA es un sistema mecánico, por tanto requiere un actuador que aplique fuerzas de entrada, generando movimiento y como resultado datos de posición, velocidad o aceleración del cuerpo en desplazamiento; en este proyecto se trabaja únicamente con los datos de posición para efectos de estudio.

Las señales de prueba implementadas en el prototipo son el step (paso), impulso, y seno, requiriendo el uso de un actuador que genere movimientos suaves, precisos y con la fuerza suficiente para desplazar las masas; entre las opciones que se ajustan a la necesidad anterior está el motor DC, servomotor y el motor paso a paso, finalmente optando por este último debido a su gran desempeño en tareas de control de posición, permitiendo establecer de manera precisa posición y velocidad a partir de una señal digital de control, adicionalmente es más económico y permite giros de 360 grados. El motor DC fue descartado inicialmente por tener movimiento rotatorio continuo, para lograr establecer alguna posición es necesario añadir un sistema de control a partir de encoder, lo cual implica mayor trabajo y gastos en materiales; el servomotor es una buena opción en control de posición, sin embargo fue descartado por su elevado costo para la relación de torque que requería el prototipo y su rango limitado a 180 grados. Se hace énfasis en el costo del actuador como punto de selección debido a que uno de los objetivos del proyecto es implementar un prototipo de calidad al menor precio posible.

El motor paso a paso utilizado fue un NEMA 23 bipolar híbrido de 2 fases, específicamente la referencia SY57STH56-2804A, cuenta con 200 pasos por revolución, ángulo de paso de 1.8 grados, máximo torque de retención igual a 1.26 N.m y máxima fuerza radial de 28 N a 2 cm del centro del eje, la velocidad máxima que puede alcanzar es de 150 RPM.

El driver utilizado para dar potencia al motor fue el TB6600 configurado con la función de micropasos en un valor de 4, obteniendo 800 pasos por revolución y un ángulo por paso igual a 0.45 grados, permitiendo mejorar la resolución y suavidad en el movimiento del actuador. Adicionalmente se establece el regulador de corriente en 3A como máximo debido a las características eléctricas del motor.

La tarjeta de desarrollo implementada para controlar el desplazamiento y lograr generar las señales de entrada fue el arduino Mega 2560, a partir de éste se generan 3 salidas necesarias para que el driver opere de manera adecuada el actuador, estas son:

- Salida digital para habilitar el motor
- Señal de pulsos que define posición y velocidad
- Salida digital para indicar el sentido de giro

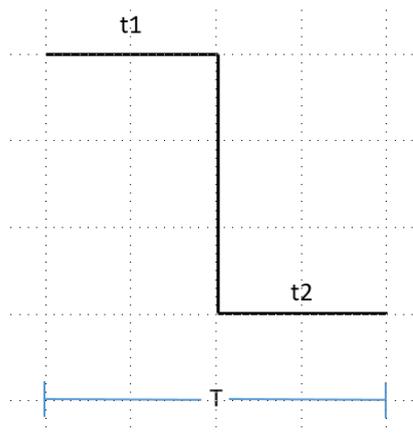
### Generación de pulsos digitales

Para definir la posición y velocidad de operación del motor se debe aplicar una señal de pulsos digitales en el driver, la cantidad de pulsos indica el número de pasos de avance y el periodo de duración de 1 pulso la velocidad. A nivel de software la señal de control puede ser creada de la siguiente manera:

- Establecer 1 ciclo FOR encargado de controlar la cantidad de pulsos generados.
- Construir el pulso digital a partir de la conmutación de estado en un pin digital, de alto a bajo con igual duración de tiempo (delay).

La velocidad de giro del motor físicamente es expresada en revoluciones por minuto (RPM), por tanto se analizó y encontró la expresión matemática que relaciona esta variable con el periodo de duración de 1 pulso digital, logrando así modificar la velocidad del actuador a partir de un referente más claro. A continuación se describe el proceso:

**Figura 15.** Pulso digital



Estableciendo el periodo  $T$  como el tiempo aproximado que tarda el motor en realizar 1 paso y definiendo  $TR$  como el tiempo aproximado que tarda el motor en dar 1 revolución se tiene que:  $TR = \text{Número de pasos por revolución} * T$

A partir de una regla de 3 simple se determina la relación entre  $TR$  y la variable RPM:

**Ecuación 8.** Expresiones de tiempo por revolución

$$\frac{1 \text{ Rev}}{X} = \frac{TR}{60 \text{ seg}}$$
$$X(RPM) = \frac{60}{TR}$$
$$TR = \frac{60}{X(RPM)}$$

Reemplazando la expresión que define TR en la ecuación anterior:

**Ecuación 9.** Expresión pasos por revolución

$$\# \text{ Pasos por revolucion} * T = \frac{60}{X(RPM)}$$

Como  $T = t1 + t2$  y considerando un ciclo útil del 50 %, entonces:

**Ecuación 10.** Expresión para despeje

$$t1 = t2 = \frac{T}{2}$$
$$T = 2 * t1$$
$$2 * t1 * \# \text{ Pasos por revolucion} = \frac{60}{X(RPM)}$$

Despejando t1 se encuentra la ecuación que permite hallar el tiempo necesario en cada estado de la señal para establecer una velocidad específica en RPM.

**Señal paso (step)**

La construcción de la señal escalón en términos de movimiento se realizó a partir del análisis de su definición matemática, descrita por la expresión:

**Ecuación 11.** Expresión para construcción de la señal paso

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

A partir de la información anterior, se define que para instantes de tiempo menores a cero no existe ninguna fuerza aplicada al sistema, por tanto el actuador se encuentra completamente estático; mientras para instantes de tiempo mayores o iguales a cero se aplica una fuerza constante durante un periodo de tiempo definido, lo cual indica que el motor debe desplazarse lo más rápido posible hasta alcanzar una posición determinada que mantendrá por un tiempo t. Sin embargo lograr que el actuador establezca una posición instantáneamente para  $t=0$  es imposible, siempre existirá un tiempo de transición en el movimiento del motor hasta lograr su estado final.

El actuador del sistema es configurado para girar 1/4 de vuelta en el sentido de las manecillas del reloj con una velocidad de 150 RPM, éste movimiento es equivalente a 34mm de desplazamiento en la cremallera; el tiempo que el motor mantiene su posición es controlado por el usuario mediante la interfaz gráfica.

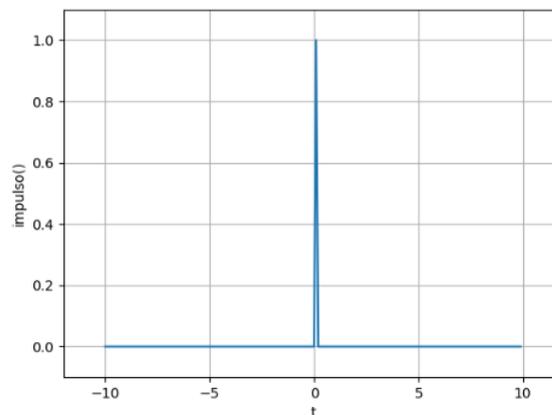
### Señal Impulso

La construcción de la señal impulso en términos de movimiento se realizó a partir del análisis de su definición matemática, descrita por la expresión:

**Ecuación 12.** Expresión matemática señal impulso

$$\delta(t) = 0, t \neq 0$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

**Figura 16.** Grafica señal impulso unitario



<http://blog.espol.edu.ec/telg1001/senales-miu-delta/>

El anterior grafico permite establecer la señal impulso como un pulso de muy corta duración y área unitaria en el instante de tiempo cero, por tanto el actuador debe aplicar una fuerza muy rápidamente y retornar a su posición inicial, para tiempos menores a cero y mayores a la duración del pulso unitario, el actuador estará completamente estático (ausencia de fuerza aplicada al sistema). Es importante tener en cuenta que existirá un tiempo de transición mientras el motor alcanza su posición final, de igual forma cuando retorna a su posición inicial.

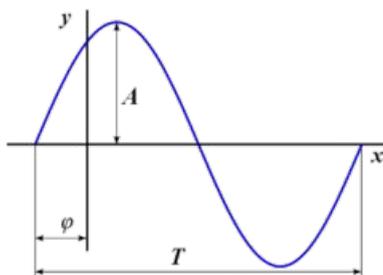
El actuador fue configurado para girar 1/4 de vuelta en el sentido de las manecillas del reloj a una velocidad de 150RPM, estableciendo 34mm de desplazamiento en la cremallera; alcanzada la posición final, se retorna el motor a su estado inicial, logrando así perturbar el sistema durante el instante de tiempo más corto posible.

**Señal Senoidal** La construcción de la señal senoidal en términos de movimiento se realizó a partir del análisis de su definición matemática, descrita por la expresión:

**Ecuación 13.** Expresión matemática señal seno

$$y(t) = A \operatorname{sen}(wt + \varphi)$$

**Figura 17.** Grafica señal seno

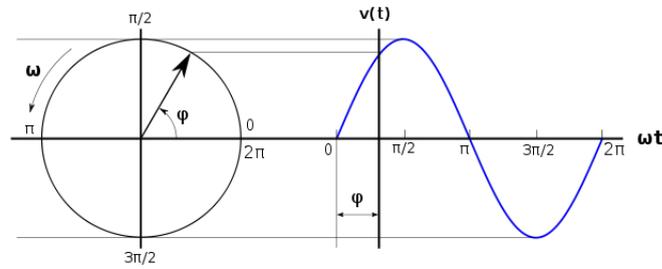


<https://es.wikipedia.org/wiki/Sinusoides>

"La manera más práctica de entender la generación de esta onda es utilizar el círculo trigonométrico, o sea, un círculo centrado en un par de ejes cartesianos, con un radio que gira a velocidad constante con sentido contrario a las agujas del reloj, partiendo de la posición horizontal derecha, de manera que el ángulo que forma con la horizontal, partiendo de  $0^\circ$  pasa a  $90^\circ$  cuando está vertical, sigue a  $180^\circ$  cuando llega a horizontal a la izquierda, sigue con  $270^\circ$  cuando está nuevamente vertical pero hacia abajo, y termina en  $360^\circ$  cuando llega a la posición inicial, o sea horizontal a la derecha.

El seno trigonométrico de estos ángulos que se va generando a medida que el radio de la circunferencia gira, viene representado por la altura del punto correspondiente al extremo del radio que forma el círculo, referida al eje horizontal. Esa altura comienza en 0 para el comienzo, o sea el ángulo de  $0^\circ$ , para ir aumentando hasta llegar al máximo, que se toma como valor unitario "1" cuando el radio esté vertical, o sea con un ángulo de  $90^\circ$ . El radio sigue girando y la altura comenzará a disminuir, para llegar nuevamente a cero cuando el radio forme el ángulo de  $180^\circ$ , o sea esté nuevamente en posición horizontal". Eduarte, *Onda Senoidal*

**Figura 18.** Generación de la señal senoidal



[https://es.wikipedia.org/wiki/Corriente\\_alterna](https://es.wikipedia.org/wiki/Corriente_alterna)

En base a la información anterior, el actuador del sistema fue configurado para realizar un giro de 1/4 de vuelta como máximo, tanto en el sentido horario como en el anti horario, esto equivale a un rango de desplazamiento en la cremallera de -34mm a 34mm. La frecuencia angular en la señal de entrada se crea al establecer una velocidad de giro (RPM) constante en el motor. El ángulo de desfase es equivalente a cero porque el movimiento es iniciado en 0 grados.

En la interfaz gráfica el usuario tiene la opción de cambiar la frecuencia de la señal generada, esto se logra mediante una expresión que permite relacionar la frecuencia en la señal con la velocidad del motor (RPM), para posteriormente realizar su variación.

**Ecuación 14.** Ecuación relación RPM-frecuencia

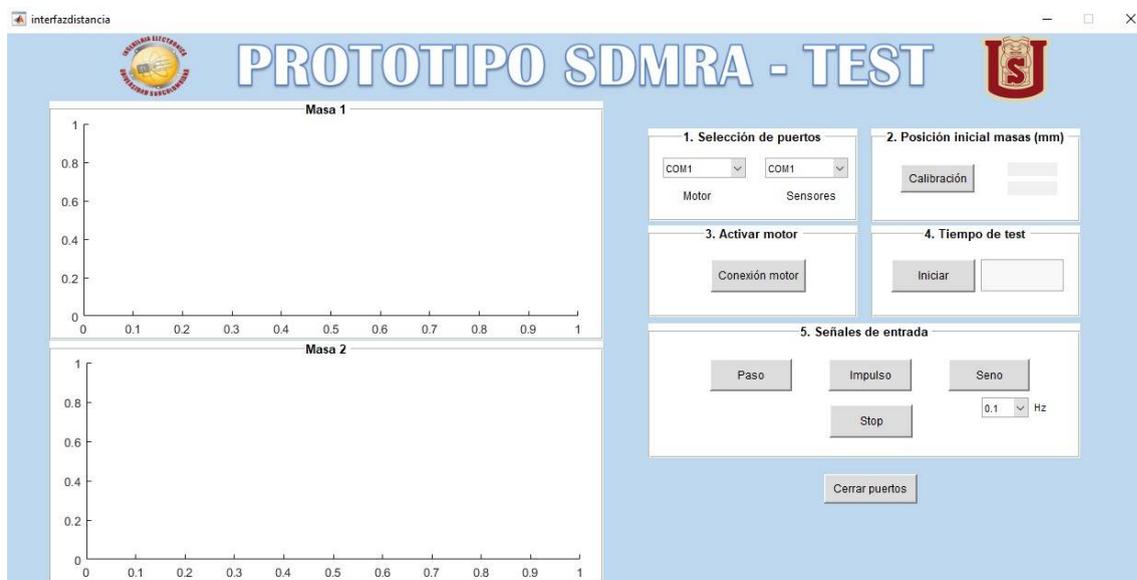
$$F(Hz) = \frac{RPM}{60}$$

Realizando pruebas con el prototipo SDRMA se establece el rango de frecuencias para la señal senoidal de entrada entre 0.1Hz y 1.4 Hz, equivalentes a 6 RPM y 84 RPM respectivamente.

### Interfaz gráfica

Una vez configurados tanto los sensores como el motor y su respectivo driver, se hizo evidente que era necesaria una interfaz que conectara el funcionamiento de todo el prototipo de manera cómoda y eficiente, por lo que se hizo uso de la herramienta GUIDE de Matlab, donde se programaron y agregaron todas las herramientas que serían necesarias para la completa manipulación del prototipo. Cabe recalcar que en la realización de esta interfaz, la prioridad fue hacerla muy amigable al usuario, por lo que está simplificada al máximo y separada cada sección con números que corresponden al orden en que se deben ejecutar los comandos para el manejo del dispositivo. Esto se hizo de esta manera para que la interfaz fuera intuitiva y de fácil manejo (Figura 19).

Figura 19. Interfaz gráfica del prototipo



En cuanto a las secciones de la interfaz gráfica, en primer lugar saltan a la vista los dos planos para gráficas que ocupan la mitad de la interfaz. Cada plano dará lugar a la visualización de las señales de posición contra tiempo de cada una de las dos masas (que se encuentran en cada vagón). Cada plano está rotulado para evitar confusiones y los ejes se encuentran configurados de tal manera que se adaptaran a la magnitud de la salida de las señales.

El resto de la interfaz esta rotulado por numeros cuyos detalles se explican a continuación:

**1. Selección de puertos:** En este apartado, el usuario debe elegir en que puerto “COM” reconoce el computador que fue conectado tanto el Arduino Uno, que corresponde a la tarjeta que manipula los sensores, como el arduino Mega, que corresponde a la tarjeta que manipula el motor. Eso se puede revisar en el panel “Administrador de dispositivos”, subsección “puertos”. Este proceso debe realizarse debido a que, como se explicó en la sección “Sensores”, la transmisión de datos se hace vía serial.

**2. Posición inicial masas(mm):** Esta sección corresponde a una operación que debe ser realizado por el prototipo para calcular la posición inicial de las masas y ubicar el origen en cero. Todo lo que debe hacer el usuario es presionar el botón “Calibración”. Esto hará que se procederá a la toma de veinte muestras, las cuales se promedian y su resultado será el sustraendo de las mediciones que se tomen para, como se dijo anteriormente, ubicar el origen de las masas en cero. El resultado será mostrado a la derecha del botón previamente mencionado.

**3. Activar motor:** El siguiente paso para el usuario es presionar este botón que habilita el motor a su funcionamiento. Internamente lo que hace es cambiar el estado del pin

de deshabilitación del motor. Por seguridad siempre se encuentra en estado alto (1, deshabilitado), el botón hace que cambie a estado bajo (0, habilitado).

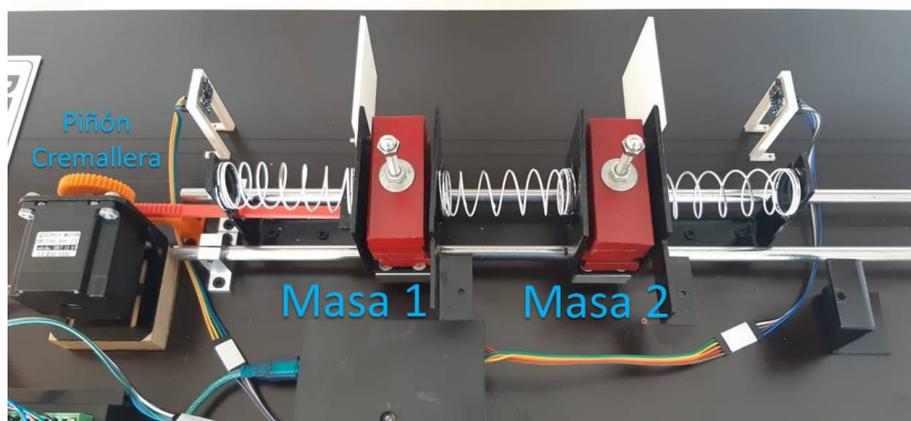
**4. Tiempo de test:** En este apartado el usuario del prototipo debe ingresar, en segundos, durante cuanto tiempo se van a adquirir datos de posición. En cuanto el usuario presione el botón “Iniciar”, internamente el tiempo es traducido a cantidad de muestras, dividiendo dicho tiempo entre 0.02 (20ms) debido a que los sensores están configurados para trabajar con ese tiempo de muestreo. Una vez calculado el número de muestras, se inicializan y abren los puertos. A continuación, se entra a un ciclo que cuenta las muestras tomadas. Cada tres, estas son promediadas y graficadas en el respectivo plano y almacenadas como columnas en Matlab para, si el usuario lo requiere, ser manipuladas. Este proceso se repite hasta completar el tiempo requerido por el operario. Cabe recalcar que todo este proceso se realiza simultáneamente para las dos masas, con ayuda de cada uno de los sensores.

**5. Señales de entrada:** En este punto el usuario debe elegir que tipo de señal de entrada quiere generar para el funcionamiento del prototipo. Puede elegir entre las que se observan en pantalla: Un paso, un impulso o una señal seno. Tanto el paso como el impulso funcionan como se explica en la sección de generación de señales, al igual que la señal seno, con la diferencia de que la frecuencia de esta última se puede configurar entre la lista despegable que se abre al presionar sobre el pulsador que se encuentra bajo el botón “Seno”, correspondiente a la generación de la señal seno. Las frecuencias elegibles son catorce: desde 0.1 Hz de manera sucesiva hasta 1.4 Hz.

### 3.3 CONTROL DE POSICIÓN

Adicional a la implementación física, electrónica y gráfica del prototipo SDMRA, se desarrolla una interfaz de control en simulink utilizando el ARDUINO MEGA 2560, a modo de ejemplo para uno de los sistemas que pueden ser configurados en la planta, el sistema seleccionado fue el correspondiente a 3 resortes y 2 masas de 1.5Kg.

**Figura 20.** Sistema implementado para el control de posición



De acuerdo a la naturaleza del sistema, se realiza control de posición para una de las masas, en este caso será la número 2, su rango de control se encuentra entre -15mm y

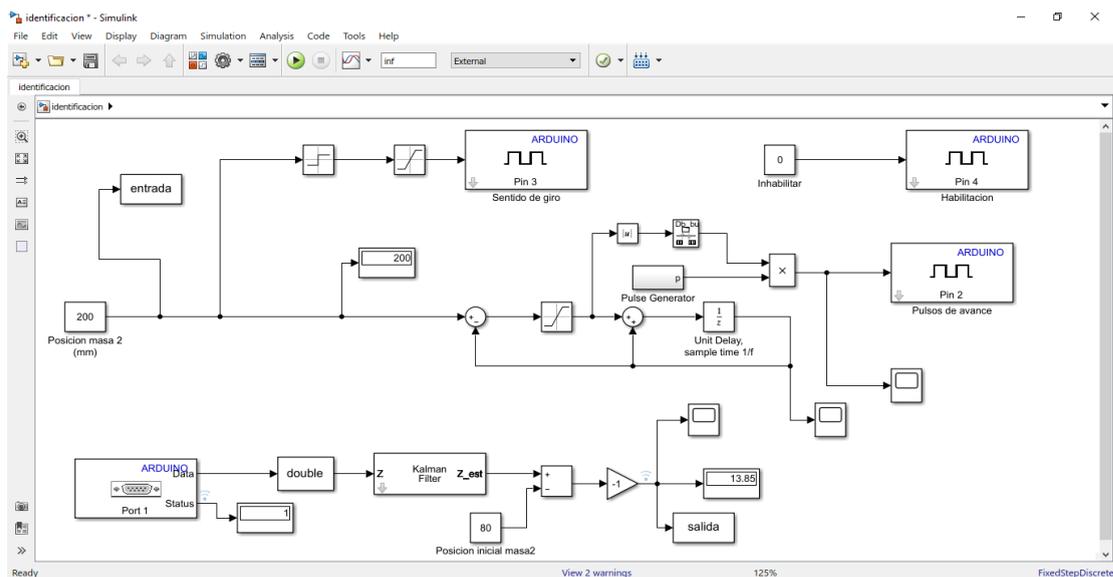
15mm, definido después de realizar pruebas para encontrar los límites superior e inferior de posición en la masa 2 a partir del máximo desplazamiento alcanzado por la cremallera en ambos sentidos.

El paso siguiente es identificar o encontrar matemáticamente un modelo que represente el sistema construido, para posteriormente analizar su dinámica; permitiendo establecer los parámetros que deben ser corregidos y lograr un desempeño óptimo.

## Identificación del sistema

La función de transferencia que describe el sistema fue encontrada a partir del proceso de identificación con la herramienta IDENT de MATLAB, los datos de entrada y salida fueron adquiridos mediante una plantilla de Simulink en la cual se construye un modelo de bloques que posteriormente es embebido y ejecutado en un ARDUINO MEGA 2560, utilizando la herramienta de Simulink Coder para interactuar con el hardware.

**Figura 21.** Adquisición de datos con Simulink



La plantilla anterior fue configurada para trabajar con el solver FixedStepDiscrete y periodo de muestreo igual a 1 ms, activando el modo de operación externo para la tarjeta ARDUINO MEGA 2560. A partir del paquete de soporte para este dispositivo se agregan 4 bloques:

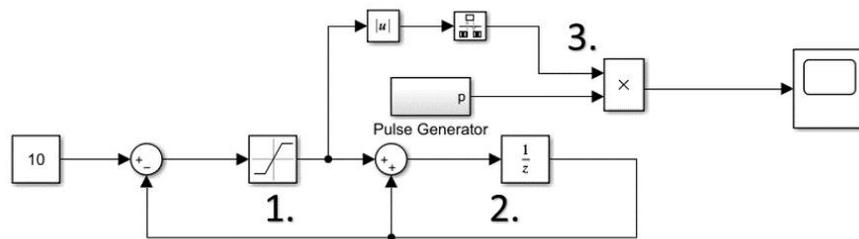
- Arduino PORT 1: Mediante este bloque se lee el puerto serial 1 del arduino MEGA para adquirir los datos de posición en la masa 2 transmitidos por el arduino UNO.
- Arduino PIN 2: Este bloque permite controlar el PIN digital 2 del arduino MEGA para generar la señal de salida que define el avance del motor a partir del sistema de control de pulsos.

- Arduino PIN 3: Mediante este bloque se configura el PIN digital 3 del arduino MEGA como salida para definir el sentido de giro del actuador.
- Arduino PIN 4: Este bloque activa el PIN digital 4 del arduino MEGA como salida para habilitar o inhabilitar el funcionamiento del motor.

### Sistema de control de pulsos:

El avance del motor paso a paso implementando el driver TB6600 está definido por la cantidad de pulsos que se aplican, este parámetro es fácilmente controlado a nivel de software si se programa directamente alguna tarjeta de desarrollo, sin embargo en el entorno de simulink no se cuenta con un bloque que permita limitar el número de pulsos digitales aplicados al ARDUINO PIN 2. Para cumplir con el requerimiento fue necesario implementar un sistema de control de pulsos a partir de la operación entre señales; el esquema utilizado fue encontrado en la documentación de Matlab, sección de ejemplos.

**Figura 22.** Sistema de control de pulsos



<https://la.mathworks.com/help/physmod/sps/examples/stepper-motor-with-control.html>

El sistema de control de pulsos tiene como entrada la cantidad de pulsos que se desean generar y su salida es el tren de pulsos correspondiente, su funcionamiento se compone de 3 partes principales:

**Etapa 1:** Control de la cantidad de pulsos que ha sido generada a partir de la comparación entre el valor de referencia y la etapa que cuenta los pulsos. Mediante un sumador restador se obtiene la diferencia entre estos 2 valores, obteniendo un error que es corregido hasta llegar a cero. Adicionalmente el valor de error es insertado en un bloque que satura hacia 1 o -1 de acuerdo a su magnitud, permitiendo establecer una señal constante de valor 1 o -1 con duración igual al valor de referencia multiplicado por el periodo del pulso digital que se desea generar, pasado este tiempo la salida del saturador se torna cero.

**Etapa 2:** Conteo de la cantidad de pulsos que han sido generados utilizando un delay unitario discreto con duración igual al periodo de 1 pulso digital, utilizando un sumador se va incrementando de 1 en 1 el valor en amplitud del delay hasta llegar al valor de referencia (pulsos deseados), el resultado es una señal escalonada.

**Etapa 3:** Etapa de salida en la cual se multiplica la señal constante resultado de la etapa 1 con el tren de pulsos digitales generados a partir del bloque “pulse generator”, encontrado en las herramientas de Simulink. También se adiciona la operación de valor absoluto para garantizar que el resultado de la multiplicación no sea negativa, seguido de un bloque “rate transition” para ajustar los datos a la misma tasa y poder ser operados.

En el prototipo SDMRA se trabaja con pulsos de periodo 2 ms, equivalente a una velocidad de 37 RPM para el motor.

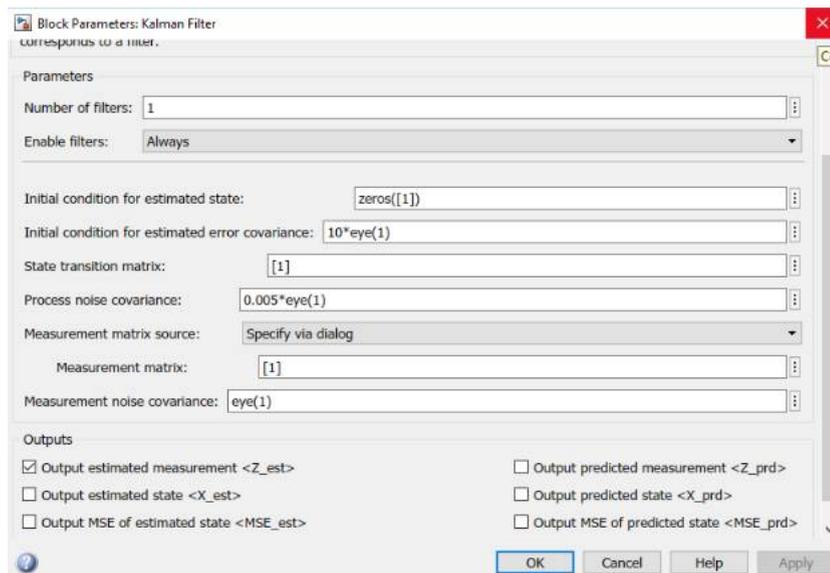
## Posición de la masa 2

Los datos de posición son registrados mediante el sensor VL53L0X ubicado en la masa 2 y posteriormente a través del protocolo I2C leídos por el ARDUINO UNO dispuesto para las tareas de sensorica, por tanto fue necesario establecer comunicación vía serial con el ARDUINO MEGA 2560, permitiendo enviar dichos datos al entorno de Simulink.

Implementando el bloque ARDUINO PORT 1 se importan los datos de posición en Simulink para luego ser filtrados mediante el algoritmo de Kalman, obteniendo una señal de posición con menor ruido, antes de ello los datos son convertidos a tipo DOUBLE como requerimiento de entrada para el bloque “Kalman Filter”.

El filtro de kalman para este caso particular permite estimar el estado del sistema dinámico a partir de una serie de datos incompletos y/o mediciones ruidosas.

**Figura 23.** Parámetros de ajuste filtro Kalman



Los datos de posición originales no presentan ruido excesivo, pero sí es necesario corregirlo un poco para mejor visualización de la información, por tanto en el bloque de Simulink se configura el filtro Kalman para funcionar con 1 solo filtro habilitado en todo momento, seguidamente es sintonizada la ganancia del filtro con la opción “process noise covariance” a

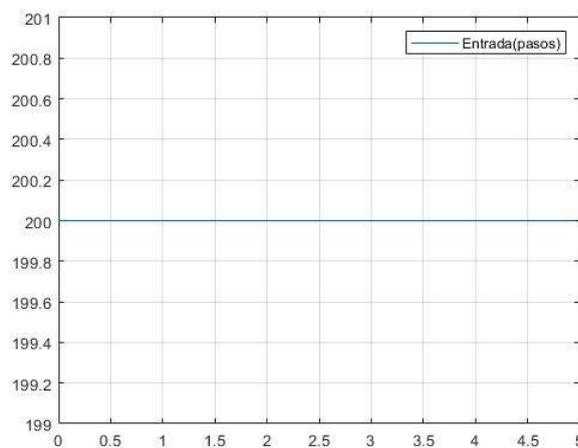
partir de la visualización grafica de datos para encontrar la mejor estimación (reducción del ruido) con el menor retardo posible, adicionalmente los parámetros restantes son ajustados a un solo filtro, la condición inicial para estados estimados previamente se configura en cero, la condición inicial para el error se deja por defecto y finalmente se activa como salida la estimación de medidas.

Seguidamente con el fin de establecer el ajuste a cero en los valores de posición filtrados, es restado el valor de posición inicial en la masa 2, equivalente a 80mm; finalmente el resultado se multiplica por -1 para invertir el sentido de los datos y hacerlos concordar con la dirección del movimiento debido a la posición en que el sensor fue ubicado para sensar la masa 2.

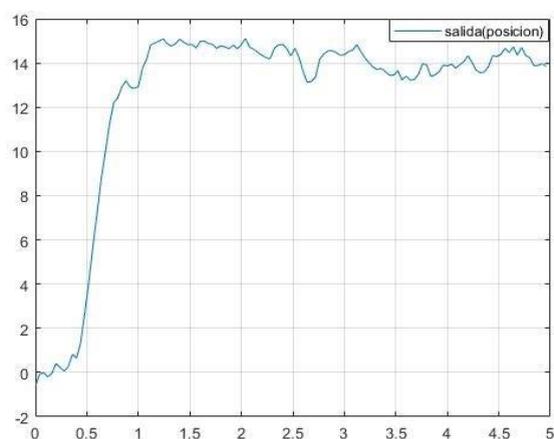
### Función de transferencia

Finalizado el diseño de la plantilla en simulink para adquisición de datos, se establece como variable de entrada del sistema el número de pasos aplicados al motor, y variable de salida posición en milímetros masa 2, los datos obtenidos son exportados en forma de vectores a Matlab para posteriormente mediante la herramienta IDENT encontrar una función de transferencia que describa la planta.

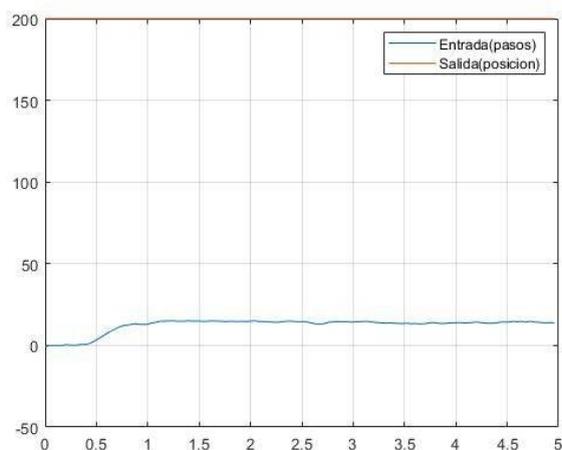
**Figura 24.** Entrada aplicada al sistema



**Figura 25.** Salida del sistema – posición masa 2(mm)



**Figura 26.** Salida Vs Entrada



Los sistemas mecánicos son modelados matemáticamente a partir de la segunda ley de Newton, teniendo en cuenta que el sistema implementado tiene 2 masas, se configura la herramienta IDENT para estimar una función de transferencia de 4to orden a partir de los datos obtenidos anteriormente. El modelo encontrado con un ajuste del 88 % fue el siguiente:

**Ecuación 15.** Modelo encontrado para el sistema

$$TF = \frac{0.0008008}{1 - 2.454 Z^{-1} + 2.085 Z^{-2} - 0.6714 Z^{-3} + 0.05214 Z^{-4}}$$

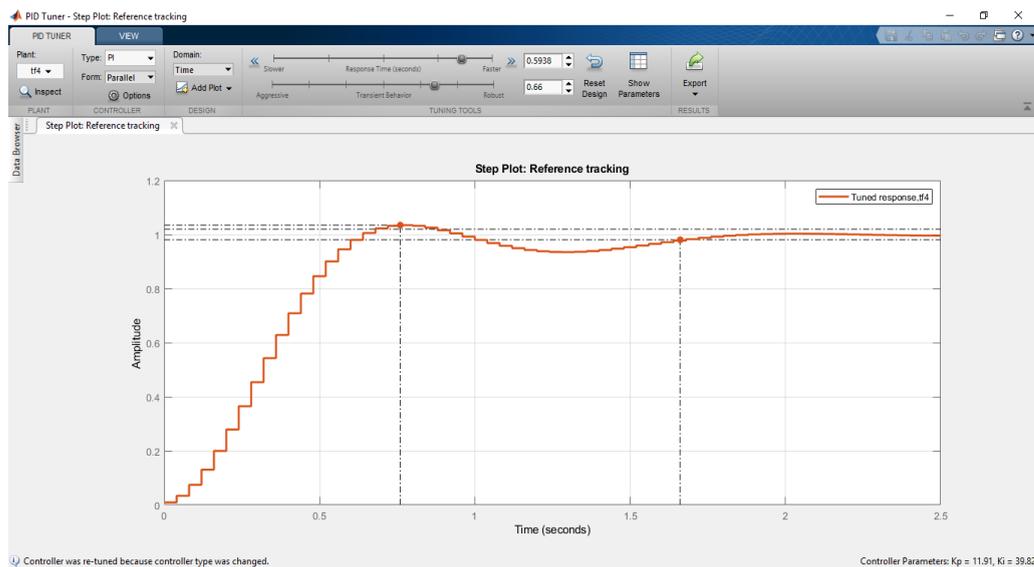
El proceso de identificación se realizó en el dominio de la transformada Z con un periodo de muestreo igual a 40 ms, porque la acción de control aplicada al sistema de acuerdo al entorno y configuraciones en la plantilla de simulink debe ser del tipo digital.

## Controlador del sistema

Analizando la función de transferencia y los datos obtenidos anteriormente al aplicar un step de 200, se determina que el principal problema presentado en el sistema es su error en estado estacionario. De acuerdo a esto y al hecho de contar con un modelo para describir dinámicamente la planta, se opta por implementar un controlador digital clásico PI, debido a la eliminación del error de posición como característica principal en una acción integral.

Utilizando la herramienta PID tuner de Matlab se encuentran los parámetros iniciales que definen el controlador digital

**Figura 27.** Ajuste de parámetros PI



Los coeficientes obtenidos son 11.91 para  $K_p$  (acción proporcional) y  $K_i = 39.82$  (acción integral).

Realizando pruebas de control con estos valores para  $K_p$  y  $K_i$  se observa que el sistema oscila con amplitud constante alrededor del set point, siendo necesario disminuir progresivamente el valor en la acción proporcional hasta atenuar completamente las oscilaciones, adicionalmente el valor de  $K_i$  es disminuido para evitar que el sobre impulso se aumente demasiado y supere el 10 %.

El controlador que ajusta correctamente la respuesta del sistema corresponde a:

**Ecuación 16.** Controlador que se ajusta a la respuesta del sistema

$$K_p + K_i * T_s \frac{1}{z - 1}$$

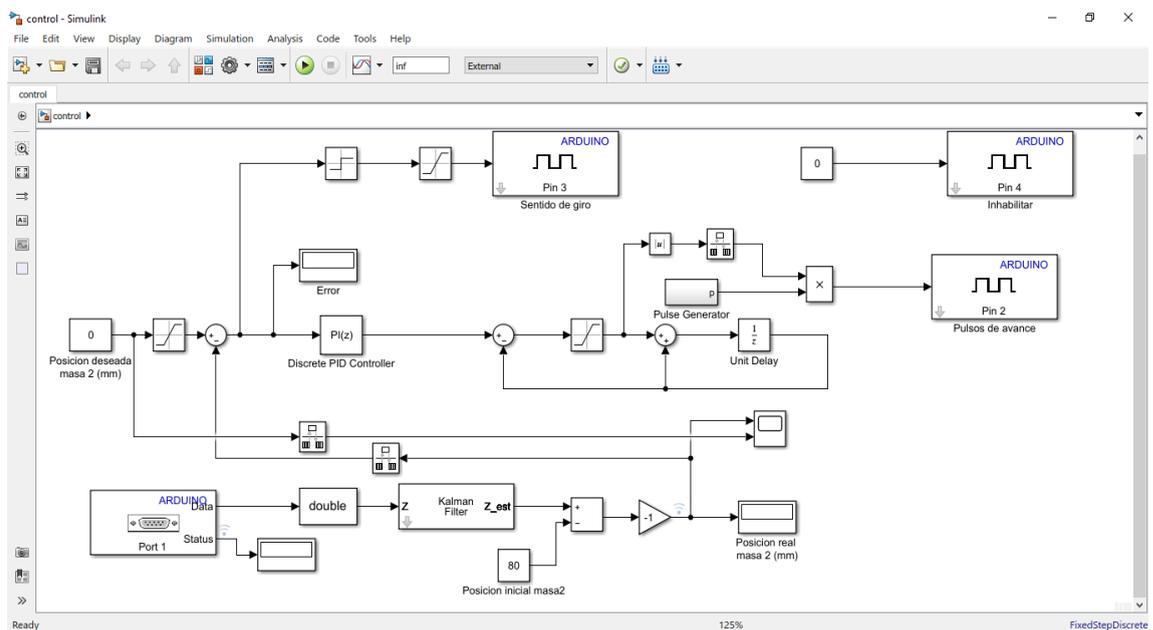
Siendo  $K_p = 7$ ,  $K_i = 35$  y  $T_s = 40\text{ms}$ , la función de transferencia del controlador digital PI es:

**Ecuación 17.** Funcion de transferencia del controlador digital PI

$$C = \frac{7z - 5.6}{z - 1}$$

Añadiendo el controlador en la plantilla de simulink usada para adquirir los datos de identificación y estableciendo un sistema de control en lazo cerrado, se obtiene una interfaz de control que permite monitorear la respuesta de la planta en tiempo casi real, así como realizar futuros ajustes de la manera más eficiente.

**Figura 28.** Interfaz de control – lazo cerrado



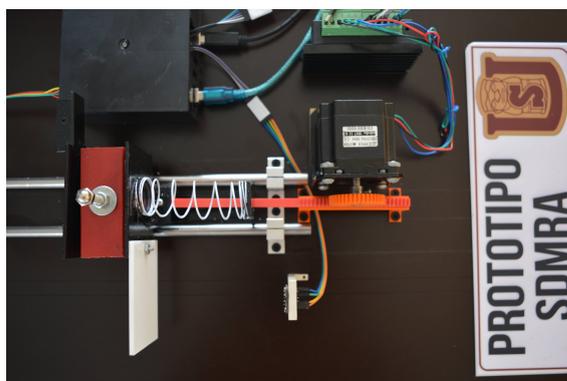
El sentido de giro del actuador es controlado de acuerdo al signo del error, si es positivo significa que la masa aún no ha llegado a su posición final, por tanto el motor debe girar hacia la derecha (avance), de otro modo si el error es negativo, el actuador girará hacia la izquierda (retroceso) debido a la superación en el valor de la posición final. Esta tarea es implementada utilizando el bloque de función signo seguido de un saturador que asigna el valor de uno o cero para luego ser interpretado en ARDUINO PIN 3, haciendo girar el motor en cualquiera de los 2 sentidos de acuerdo al resultado del error. En última instancia se agrega un saturador en la entrada del sistema para garantizar que se mantenga el rango de control físicamente permitido por el mecanismo piñón cremallera que compone el prototipo.

## 4. RESULTADOS

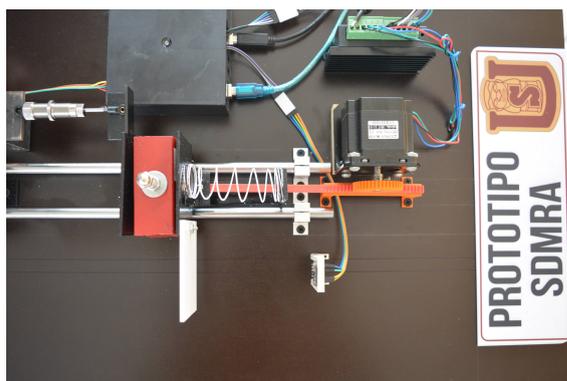
### 4.1 MODELOS FISICOS

Para la realización de este proyecto, al proponerse como configurable, se hizo imprescindible tener variedad de opciones para el usuario tal que este tenga un abanico de oportunidades a la hora de montarlo y manipularlo. Dicho esto, se logró diseñar y establecer un prototipo con un total de hasta diez posibles modelos completamente funcionales de fácil manejo y armado, siendo los que se muestran y enumeran a continuación:

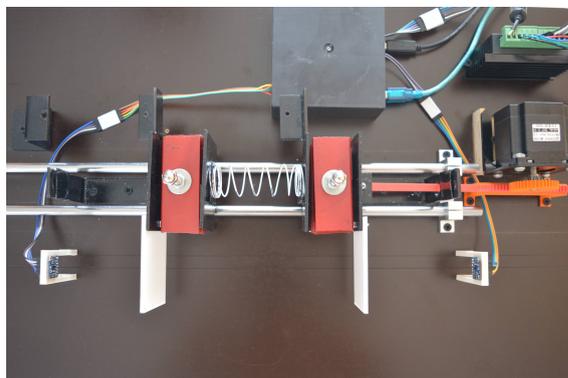
**Figura 29.** Modelo 1 del prototipo SDRMA



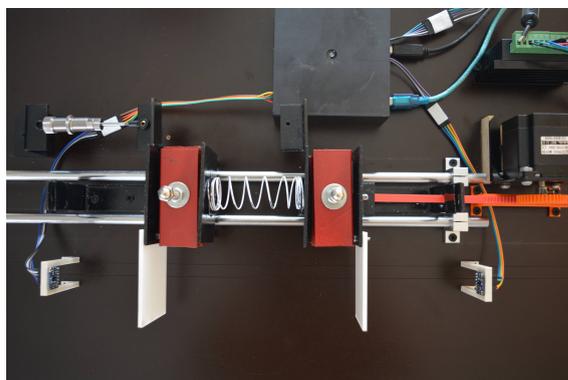
**Figura 30.** Modelo 2 del prototipo SDRMA



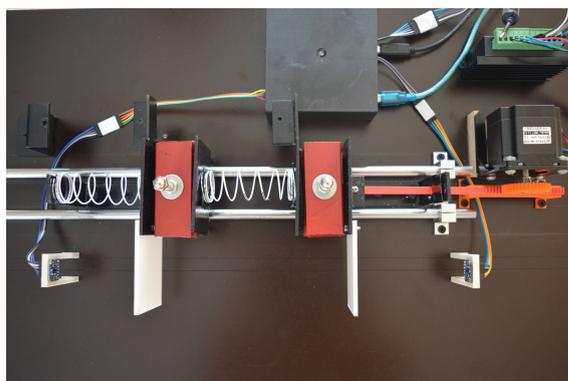
**Figura 31.** Modelo 3 del prototipo SDRMA



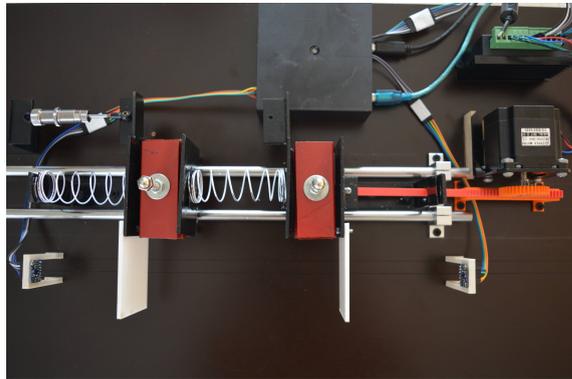
**Figura 32.** Modelo 4 del prototipo SDRMA



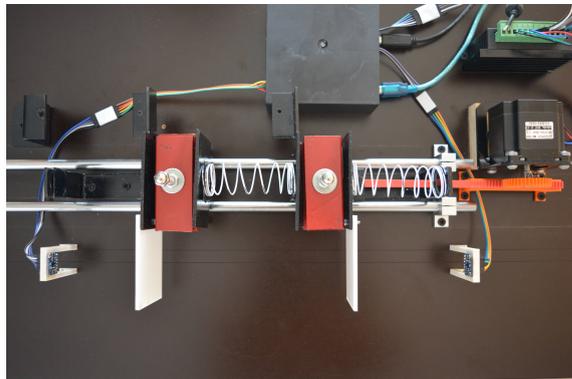
**Figura 33.** Modelo 5 del prototipo SDRMA



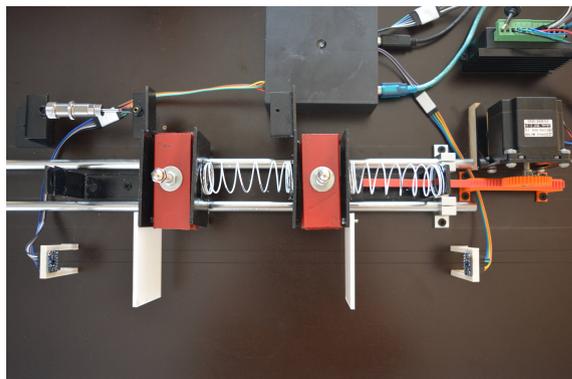
**Figura 34.** Modelo 6 del prototipo SDRMA



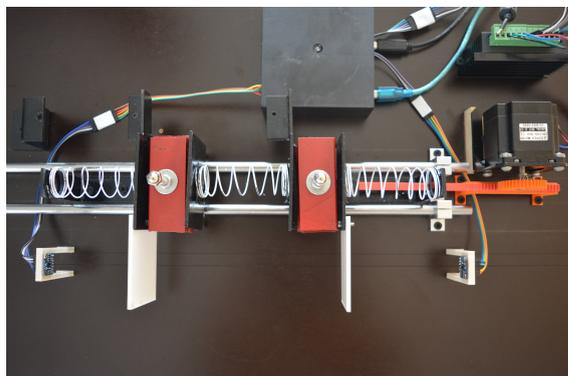
**Figura 35.** Modelo 7 del prototipo SDRMA



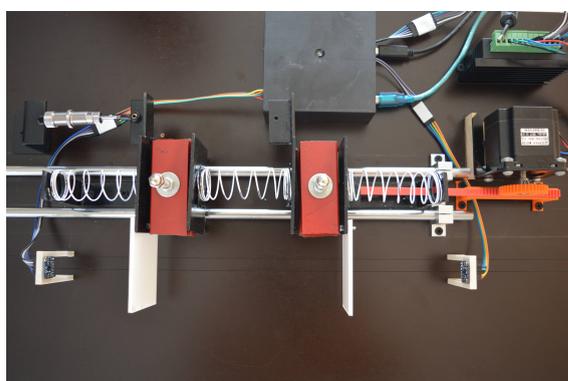
**Figura 36.** Modelo 8 del prototipo SDRMA



**Figura 37.** Modelo 9 del prototipo SDRMA



**Figura 38.** Modelo 10 del prototipo SDRMA



Cada uno de estos modelos fue considerado para su montaje en el prototipo debido tanto a su practicidad a la hora de implementarlos como por su importancia a la hora del estudio de sistemas dinámicos. Todos estos modelos funcionan satisfactoriamente de forma independiente unos de los otros y están considerados dentro de los límites impuestos a nivel de software para que no presenten inconvenientes de ningún tipo en la fase de ejecución. La variedad de modelos posible dentro de este prototipo hace que este sea, a nivel de configurabilidad, robusto y versátil de cara a la observación y análisis de este tipo de sistemas.

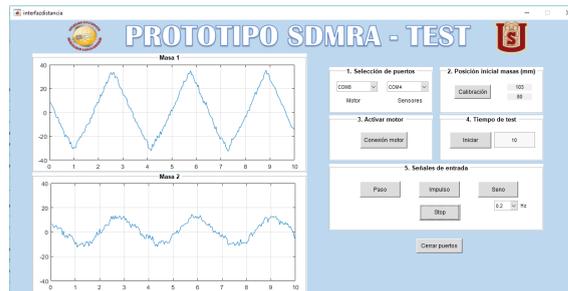
## 4.2 PRUEBAS EN LA INTERFAZ GRAFICA

Para demostrar el funcionamiento del prototipo, se escogió realizar pruebas en dos de los modelos más complejos que se pueden armar: el que consiste en dos masas, tres resortes y amortiguador (Modelo 10, Figura 38) y el que tiene también dos masas y los tres resortes, sin amortiguador (Modelo 9, Figura 37).

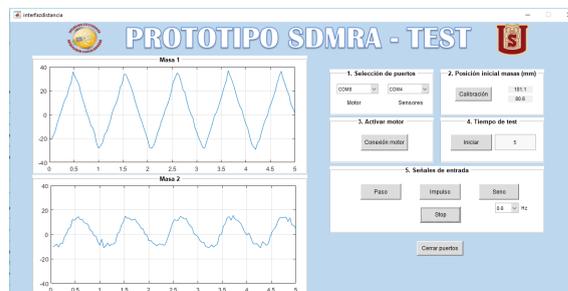
Para las pruebas con los dos modelos previamente mencionados se procedió en primera instancia a inyectarles la señal seno a diferentes frecuencias (0.2 Hz, 0.6 Hz, 0.9 Hz, 1.3 Hz y 1.4 Hz), luego a inyectar una señal step (paso) y finalmente se indujo una señal impulso.

El comportamiento del modelo 10 (Figura 38) ante las señales seno se muestra a continuación para las dos masas. Cabe recalcar que la masa 1 corresponde a la masa de la derecha según las figuras, es decir, el vagón que se encuentra más cerca al motor.

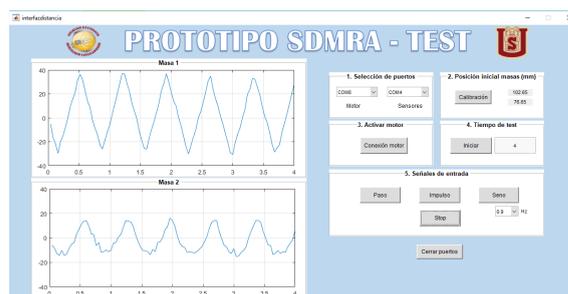
**Figura 39.** Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 0.2 Hz



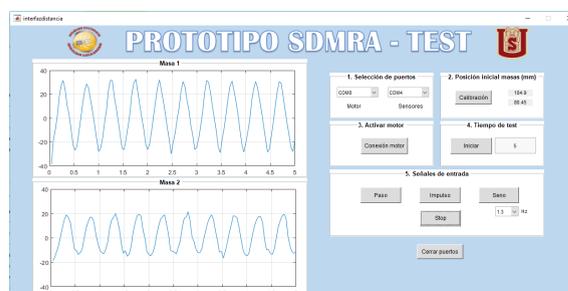
**Figura 40.** Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 0.6 Hz



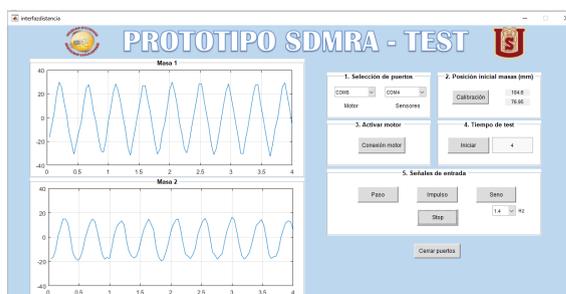
**Figura 41.** Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 0.9 Hz



**Figura 42.** Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 1.3 Hz



**Figura 43.** Comportamiento del modelo 10 ante señal seno de 1.4 Hz



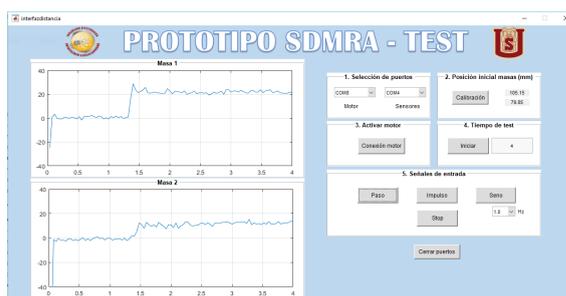
Seguido se muestra el comportamiento a la señal impulso:

**Figura 44.** Comportamiento del modelo 10 ante señal impulso



Finalmente se muestra el comportamiento ante la señal step (paso):

**Figura 45.** Comportamiento del modelo 10 ante señal step (paso)



Ahora se procede a realizar las mismas pruebas para el modelo 9 (Figura 37). El comportamiento de dicho modelo ante las señales seno se muestra a continuación para las dos masas:

Figura 46. Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 0.2 Hz

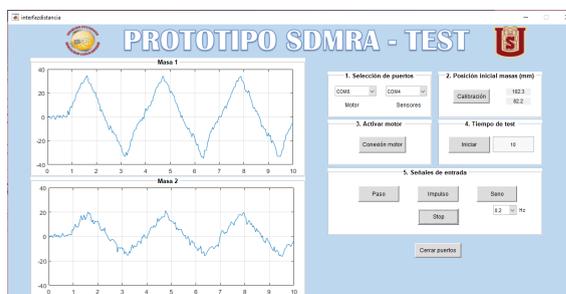


Figura 47. Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 0.6 Hz

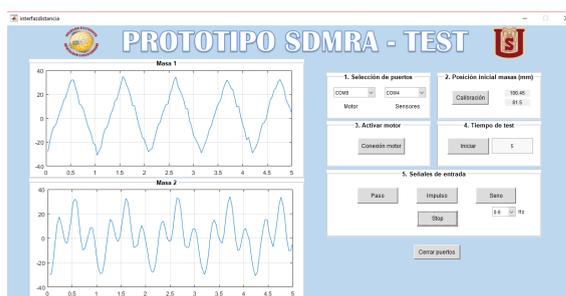


Figura 48. Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 0.9 Hz

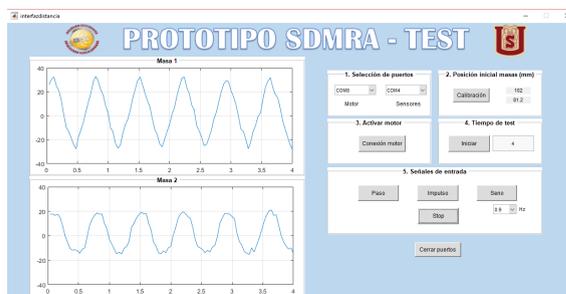
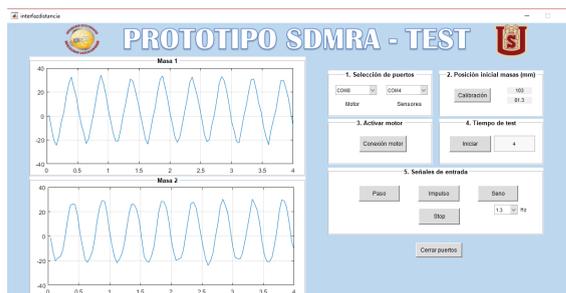
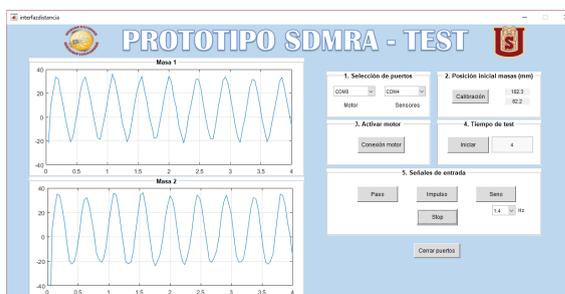


Figura 49. Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 1.3 Hz



**Figura 50.** Comportamiento del modelo 9 ante señal seno de 1.4 Hz



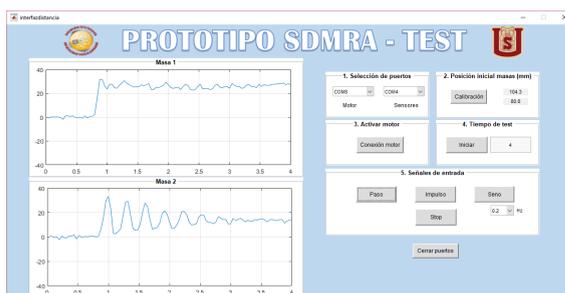
A continuación se muestra el comportamiento ante la señal impulso:

**Figura 51.** Comportamiento del modelo 9 ante señal impulso



Finalmente se muestra el comportamiento ante la señal step (paso):

**Figura 52.** Comportamiento del modelo 9 ante señal step (paso)



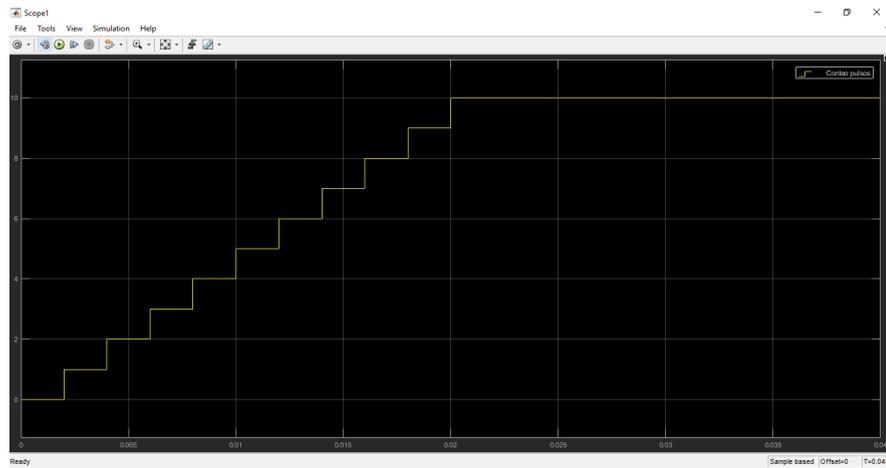
Con todos los resultados expuestos en esta subsección, se demuestra el funcionamiento correcto del prototipo en cuanto a generación de señales, adquisición de datos y funcionamiento de la interfaz tanto en el procesamiento como en la realización de cada uno de los gráficos anteriormente demostrados. Cada una de las funciones expuestas en la interfaz responde a una necesidad del prototipo y la cubre a cabalidad para entregar un resultado satisfactorio al usuario del prototipo.

### 4.3 CONTROL DE POSICION

## Sistema de control de pulsos

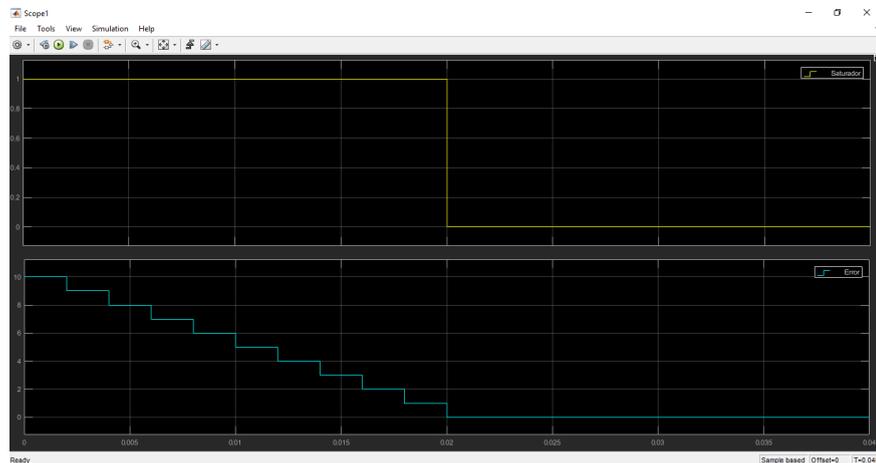
En el proceso de desarrollo para el control de posición se implementó un sistema de control de pulsos con el fin de limitar la cantidad generada y así poder establecer el avance del motor a partir de la plantilla de simulink. Luego de realizar distintas pruebas en lazo cerrado y lazo abierto, el actuador responde adecuadamente, la cantidad de pasos avanzados es igual a la cantidad de pulsos aplicados; estableciendo un valor de referencia, el sistema de control de pulsos genera, cuenta y limita pulsos digitales de la manera más eficiente a partir de la operación entre señales. Los movimientos obtenidos son suaves y cuentan con la fuerza suficiente para desplazar sin problemas las masas que componen el sistema.

**Figura 53.** Conteo de pulsos generados



Estableciendo un valor de referencia igual a 10 y tren de pulsos con periodo 2 ms, se observa que la etapa de conteo funciona adecuadamente generando una señal escalonada que avanza de 1 en 1 hasta alcanzar el set point configurado.

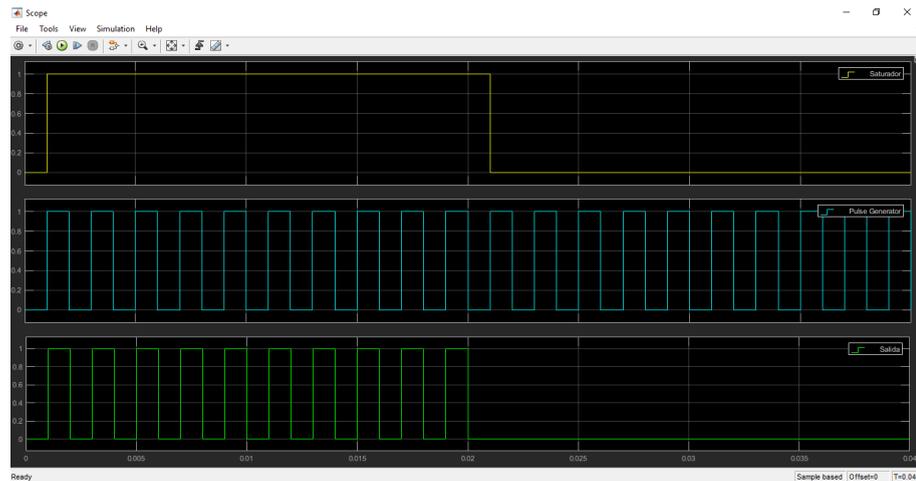
**Figura 54.** Pulso unitario y señal de error



De igual forma el error (señal azul) va disminuyendo progresivamente a cero a medida que se cuentan y crean los pulsos, adicionalmente en ese lapso de tiempo es generado un escalón

con magnitud 1 (señal amarilla) cuya duración es igual a la multiplicación entre el valor de referencia y el periodo del pulso configurado inicialmente; para este caso es igual a 0.02 segundos ( $10 * 2\text{ms}$ ).

**Figura 55.** Etapa de salida de pulsos

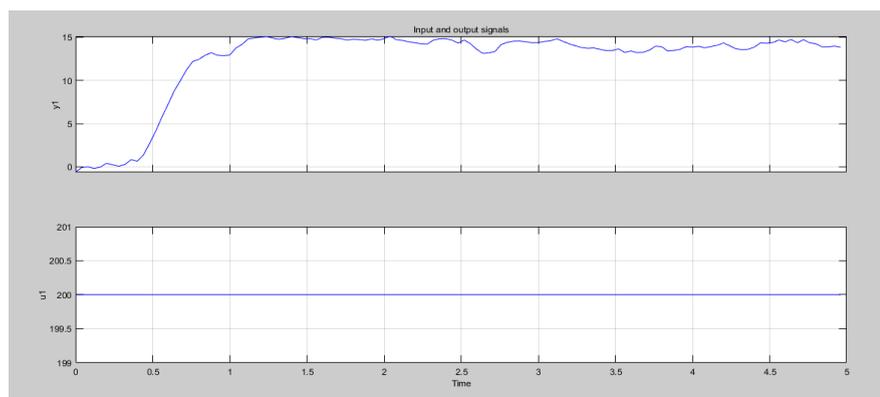


El grafico anterior corresponde a la etapa de salida en el proceso de generación de pulsos con cantidad controlada, observando que se realiza adecuadamente la operación entre el tren de pulsos (Señal de color azul) y el escalón unitario (Señal de color amarillo), conteniendo exactamente 10 pulsos para descartar el resto; el resultado corresponde en el grafico a la señal de color verde, posteriormente aplicada al bloque ARDUINO PIN 2 para desplazar el motor 10 pasos.

## Identificación

El resultado del proceso de identificación para encontrar un modelo que describa el sistema implementado fue bastante bueno, el porcentaje de ajuste estableciendo 4 polos, ningún cero y una función de transferencia en el dominio discreto con  $T_s = 0.04$  fue del 88 %.

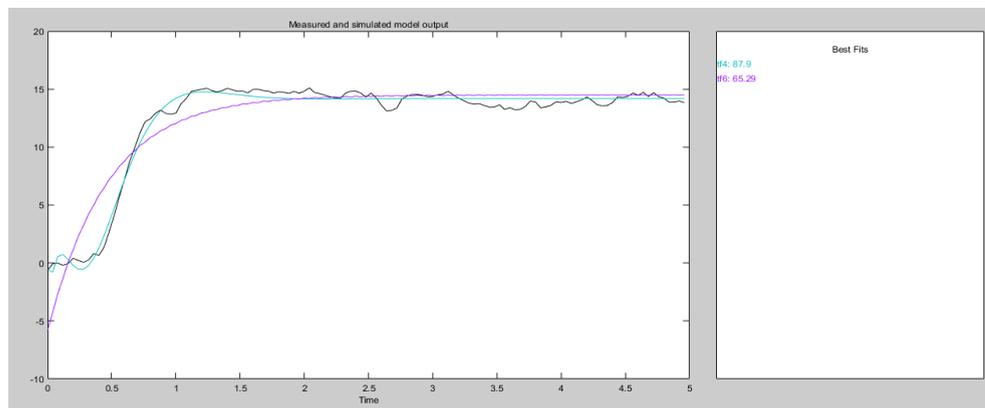
**Figura 56.** Datos de estimación



U1 corresponde al step de 200 pasos aplicados en la plantilla de simulink, lo cual produce que el actuador se desplace 1/4 de vuelta (90 grados) equivalente a 34mm en la cremallera; el sentido de giro elegido fue horario para realizar una fuerza de empuje en el sentido positivo de los datos de distancia.

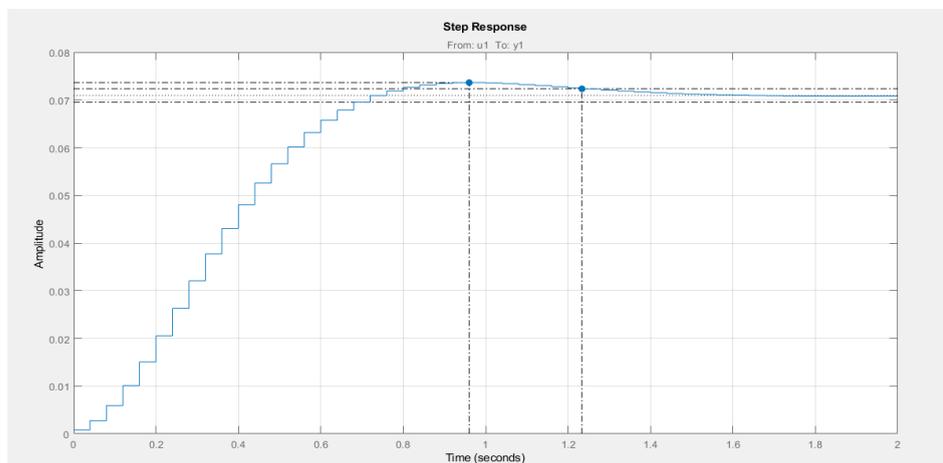
Y1 representa la respuesta del sistema luego de aplicar la entrada U1, generando datos de posición en unidades de mm.

**Figura 57.** Resultados de estimación



Inicialmente el proceso de identificación se realizó para una función de transferencia con 2 polos y ningún cero, arrojando un porcentaje de estimación igual a 65.29 % (señal de color morado); al cambiar la configuración a 4 polos sin ceros se obtuvo el resultado esperado, un ajuste del 87.9 % que confirma la teoría de modelamiento para sistemas mecánicos del tipo masa – resorte – amortiguador, porque de acuerdo a la segunda ley de Newton cada masa aporta un segundo orden en la función de transferencia; para este caso se contaban con 2 masas, por tanto lo esperado era encontrar un modelo de 4 orden.

**Figura 58.** Respuesta Step – Modelo identificado



**Ecuación 18.** Función de transferencia del sistema identificado

$$TF = \frac{0.0008008}{1 - 2.454 Z^{-1} + 2.085 Z^{-2} - 0.6714 Z^{-3} + 0.05214 Z^{-4}}$$

Aplicando una entrada escalón, se obtuvo como resultado las siguientes características principales para la respuesta transitoria:

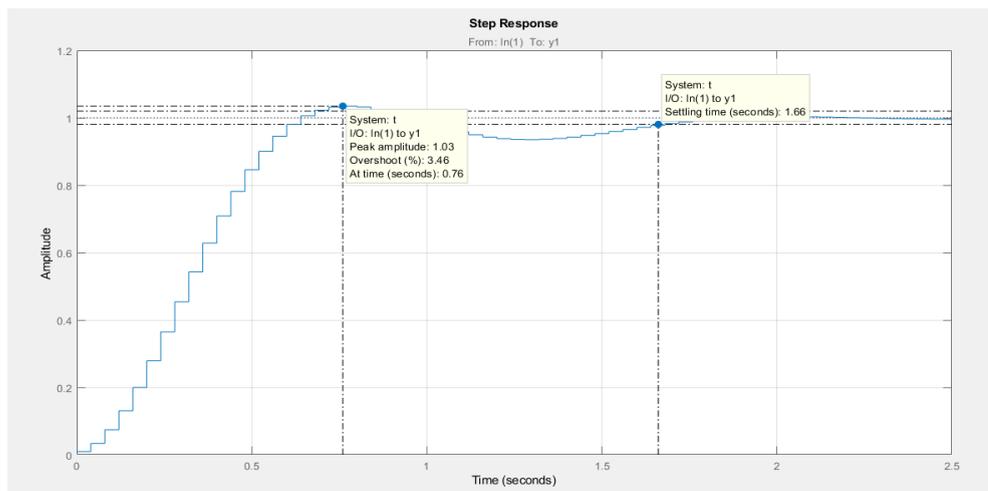
- Sobre impulso = 4 %
- Tiempo de establecimiento = 1.23 Seg
- Error en estado estacionario = 93 %

### Controlador PI

A partir de las características obtenidas en la respuesta transitoria se identifica que el error en estacionario es el parámetro más importante por corregir, 93 % de error es un valor muy crítico teniendo en cuenta que se desea controlar posición.

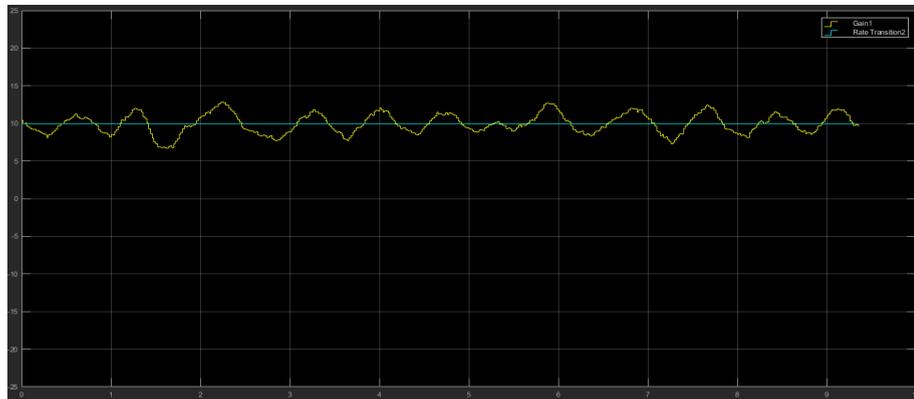
Añadiendo inicialmente una acción de control proporcional – integral con los valores obtenidos en la herramienta PID Tuner ( $K_p = 11.91$   $K_i = 39.82$ ) el resultado es muy bueno a nivel de simulación, logrando eliminar por completo el error en estado estacionario, adicionalmente el sobreimpulso es igual a 3.46 % y el tiempo de establecimiento a 1.66 Seg.

**Figura 59.** Respuesta simulada del sistema con controlador PI



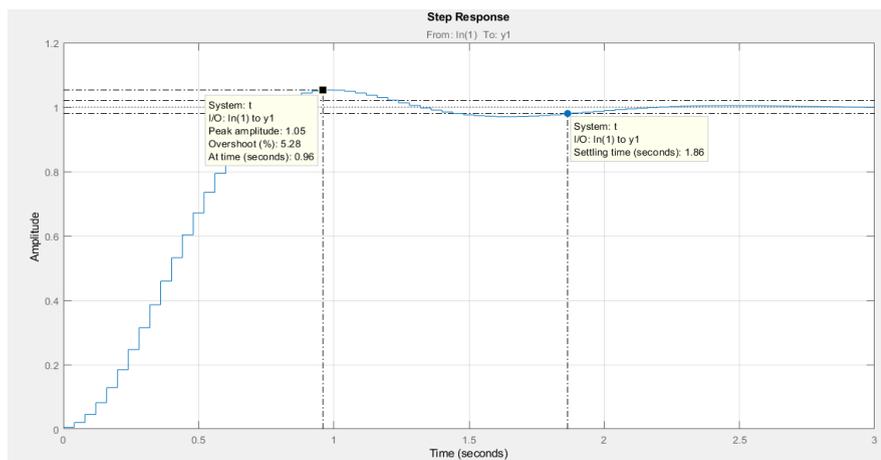
Sin embargo la respuesta obtenida para el sistema real aplicando el controlador PI varía con respecto al simulado, debido a que el actuador a pesar de alcanzar su referencia y seguirla cuando existen cambios en su valor, comienza a oscilar alrededor de ese punto con una magnitud considerable.

**Figura 60.** Respuesta real del sistema con controlador PI



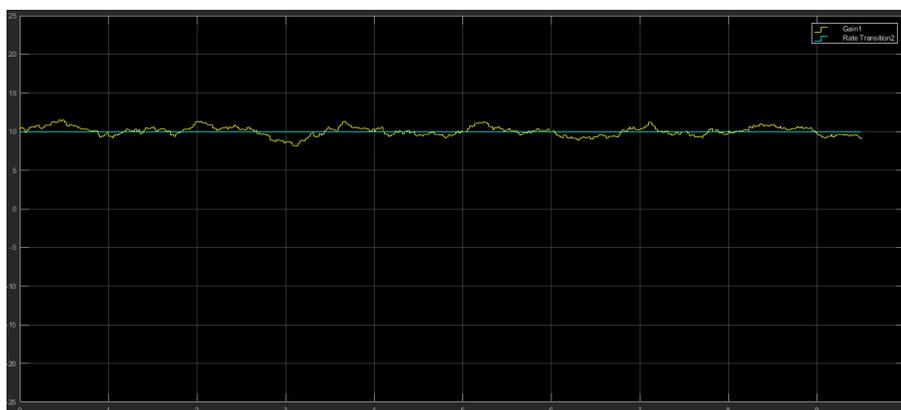
Al ajustar nuevamente los coeficientes  $K_p$  y  $K_i$  a un valor de 7 y 35 respectivamente, la respuesta obtenida en el entorno de simulación fue muy buena, logrando mantener a cero el error en estado estacionario y estableciendo un sobreimpulso igual a 5.28 % con tiempo de establecimiento 1.86 segundos.

**Figura 61.** Respuesta simulada del sistema con controlador PI y reajuste de parámetros



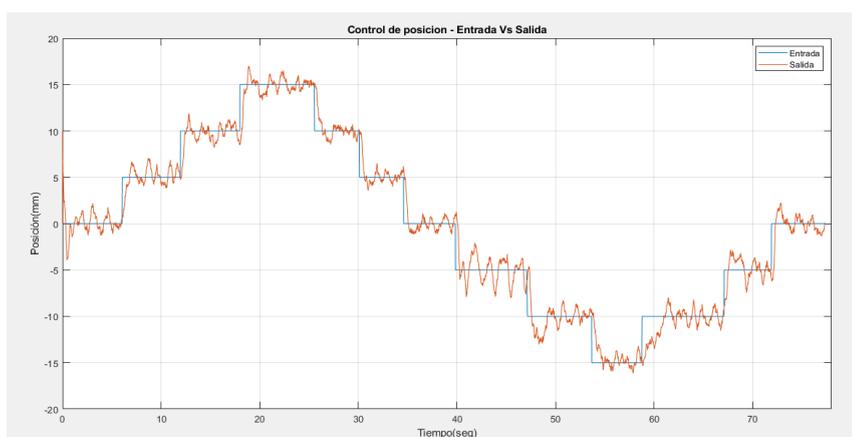
A pesar de aumentar el porcentaje de sobreimpulso, aún se mantiene en el margen del 10 %, lo cual es bastante bueno, de igual forma el incremento en el tiempo de establecimiento a 1.86 s no resulta muy crítico, sigue correspondiendo a una respuesta rápida de acuerdo al tipo de sistema.

**Figura 62.** Respuesta real del sistema con controlador PI y reajuste de parámetros



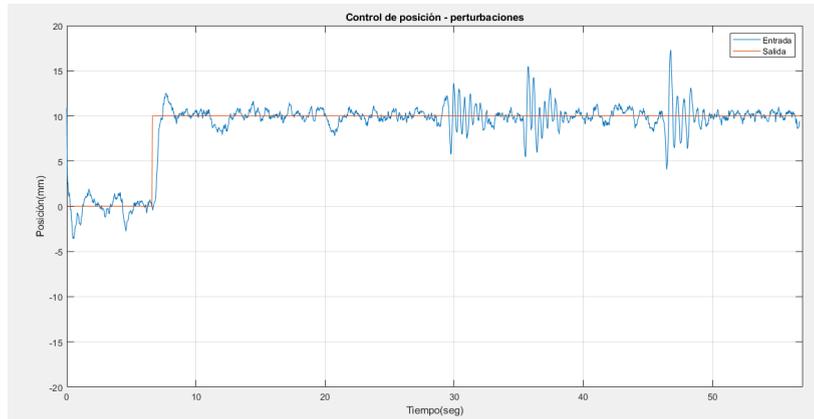
El gráfico anterior muestra la respuesta del sistema real al aplicar los cambios en el controlador, observando que las oscilaciones producidas por el actuador alrededor del valor de referencia se han reducido considerablemente.

**Figura 63.** Desempeño del controlador con cambios en el valor de referencia



El controlador PI responde adecuadamente cuando la señal de referencia varía entre los valores permitidos para el rango de control físicamente posible, logrando que la variable de salida siga los cambios producidos en la entrada del sistema.

**Figura 64.** Respuesta del sistema a perturbaciones externas



Cuando se aplican perturbaciones externas al sistema, como por ejemplo mover manualmente la posición de la masa 2 o empujarla para generar oscilaciones, el controlador logra corregir el error presentado y retornar el sistema a su posición de referencia de manera adecuada, sin embargo se puede implementar un esquema de control más robusto que incluya también el efecto de perturbaciones acopladas, logrando un amortiguamiento mayor y más rápido en vibraciones no deseadas.

#### 4.4 RESULTADO MODELO TEÓRICO Y MODELO REAL

Para validar los datos experimentales de posición obtenidos en la interfaz gráfica de test, se realiza la comparación entre las respuestas al paso (step) de la función de transferencia encontrada a partir del modelamiento matemático ideal para sistemas masa - resorte - amortiguador y la función de transferencia resultado del proceso de identificación de datos usando el toolbox System Identification de Matlab.

El sistema de estudio elegido es el correspondiente al modelo compuesto por una masa de 1.5Kg y un resorte con constante de elasticidad ( $K$ ) igual a 105 N/m (Figura 29)

##### Modelamiento matemático

El comportamiento ideal del sistema masa - resorte es descrito por una función de transferencia de segundo orden hallada mediante la aplicación de la segunda ley de Newton y la ley de Hooke como se describe a continuación:

**Ecuación 19.** Función de transferencia mediante ley de Hooke

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= M \cdot \vec{a} \\ u(t) - K \cdot x(t) &= M \cdot \ddot{x}(t) \\ u(t) &= M \cdot \ddot{x}(t) + K \cdot x(t) \\ U(s) &= M \cdot s^2 \cdot X(s) + K \cdot X(s) \\ \frac{X(s)}{U(s)} &= \frac{1}{Ms^2 + K} = \frac{\frac{1}{M}}{s^2 + \frac{K}{M}}\end{aligned}$$

Donde:

- $u(t)$  es la función de entrada del sistema en el dominio del tiempo, equivalente a la fuerza aplicada en el cuerpo con masa “M” dada en Kilogramos (Kg).
- $x(t)$  es la función de salida del sistema en el dominio del tiempo, correspondiente a la posición en metros (m) del cuerpo en desplazamiento producto de la fuerza aplicada.
- K es la constante de elasticidad del resorte en N/m

Reemplazando los valores reales para M y K se obtiene la función de transferencia ideal para el sistema masa - resorte:

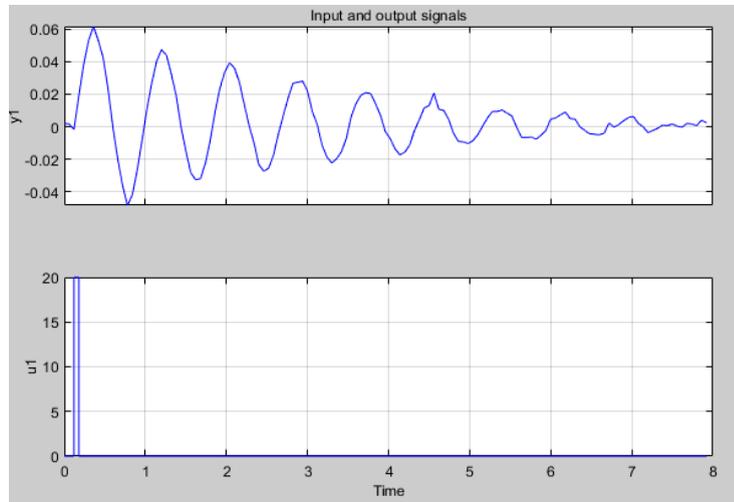
**Ecuación 20.** Función de transferencia ideal

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{1.5 \cdot s^2 + 105} = \frac{0.666}{s^2 + 70}$$

### Identificación del sistema

Utilizando la interfaz gráfica de test para el prototipo SDMRA se obtuvieron los datos de posición para el sistema masa – resorte al aplicar como señal de entrada un impulso con fuerza igual a 20 Newton aproximadamente, valor obtenido al consultar la hoja de datos para el motor paso a paso utilizado.

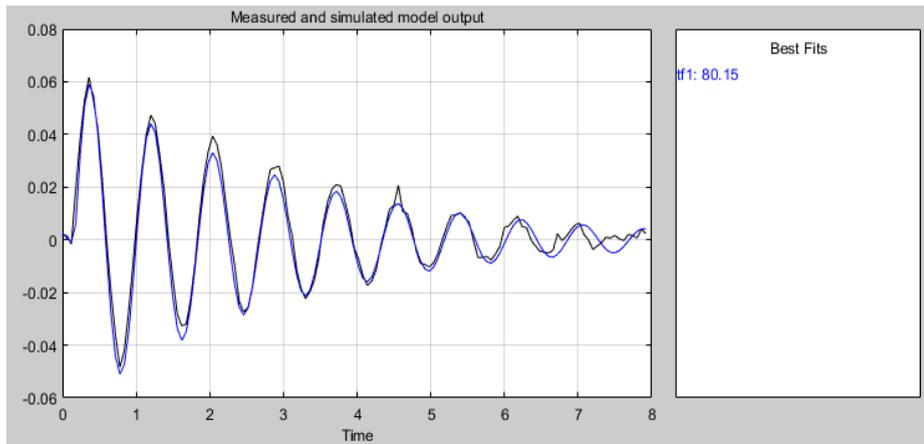
**Figura 65.** Datos de entrada y salida prototipo SDMRA – Sistema masa resorte



Los valores de posición hallados originalmente tienen como unidad el milímetro, sin embargo fueron convertidos a unidades de metro de acuerdo al sistema internacional para no tener inconvenientes al momento de comparar con la respuesta producto del modelamiento teórico.

Utilizando el toolbox de Matlab para identificación de sistemas se obtuvo la siguiente función de transferencia con un porcentaje de ajuste igual al 80.15 %:

**Figura 66.** Modelo de salida medido y simulado



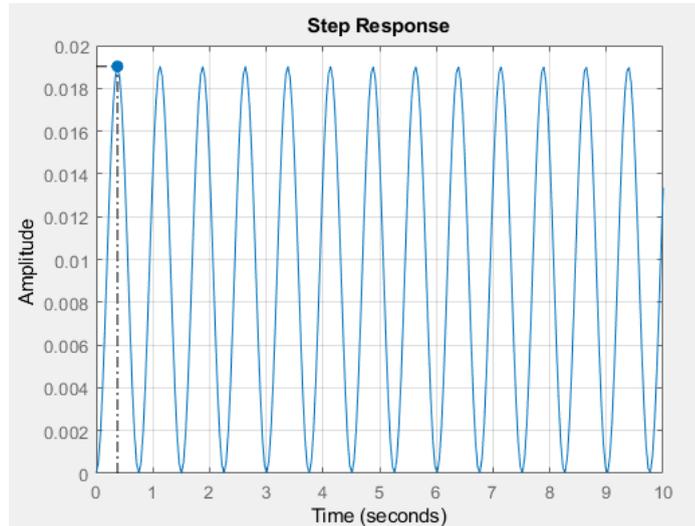
**Ecuación 21.** Función de transferencia real

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{-0.005264 s + 0.4208}{s^2 + 0.6963 s + 56.57}$$

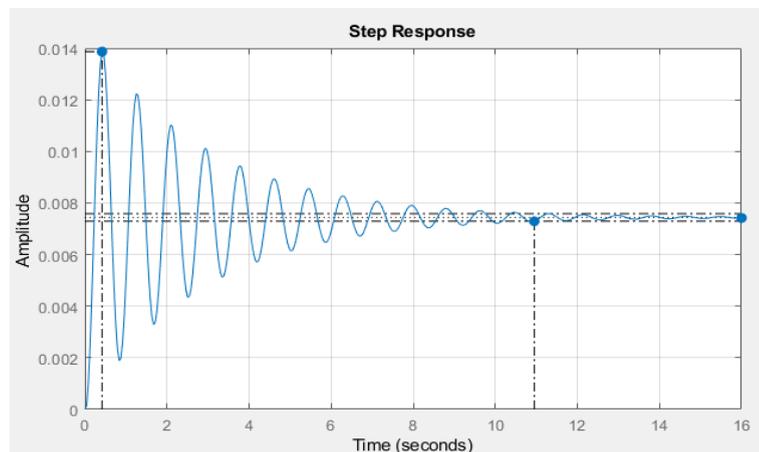
### Comparación modelo teórico y modelo real

Comparando la estructura de la función de transferencia real con la ideal, se observa que son distintas, mientras la real posee 1 cero y 2 polos, la ideal solo tiene 2 polos con ausencia del término “S”; sin embargo a partir del software Matlab se obtienen las respuestas al paso para comprobar si efectivamente son totalmente diferentes o existe cierta similitud.

**Figura 67.** Respuesta al Step – Modelamiento Ideal



**Figura 68.** Respuesta al Step – Modelamiento Real



Los anteriores resultados permiten establecer que los 2 modelos encontrados son completamente distintos y desde el punto de vista físico real tiene su explicación, debido a que el modelamiento ideal considera que no existen fuerzas de fricción que disipen la energía mecánica producida por el cuerpo en movimiento, logrando así oscilaciones periódicas con amplitud constante y duración infinita, obedeciendo al comportamiento ideal de un M.A.S (movimiento armónico simple).

Si se considera para el modelo ideal la presencia de fuerzas de amortiguamiento presentes en el contacto entre las varillas de acero plata y los rodamientos lineales, agregándole el efecto de rozamiento producido por el viento y otros factores que pueden afectar el movimiento libre de la masa, se obtiene un modelo ideal que se aproxima al real.

El proceso para modelar la fricción en sistemas mecánicos no resulta tan sencilla por su comportamiento no lineal, aunque bajo ciertas condiciones existe una región lineal conocida como fricción viscosa en la que se puede trabajar, sin embargo encontrar este parámetro a partir de fundamentos matemáticos requiere tener en cuenta múltiples factores como la naturaleza de los materiales en contacto, lubricación, temperatura, velocidad de desplazamiento, fuerza aplicada, etc. Actualmente existen diferentes técnicas para lograrlo, como por ejemplo la expuesta en “A new model for control of systems with friction” Lischinsky, *A new model for control of systems with friction* o en “The generalized Maxwell – slip model: a novel model for friction simulation and compensation” Swevers, *The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation*

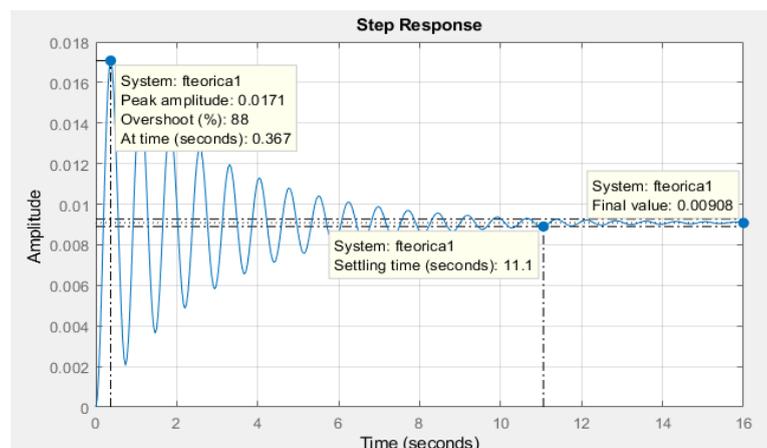
Por tal motivo se ajustó la función de transferencia ideal encontrada en un principio a partir del modelo real en lo que respecta a las fuerzas de fricción, esto se realizó añadiendo en el denominador de la función de transferencia ideal el término “s” presente en el denominador de la función de transferencia real, debido a su correspondencia con el grado de amortiguamiento para el sistema.

**Ecuación 22.** Función de transferencia ideal con amortiguamiento

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{0.666}{s^2 + 0.6963s + 70}$$

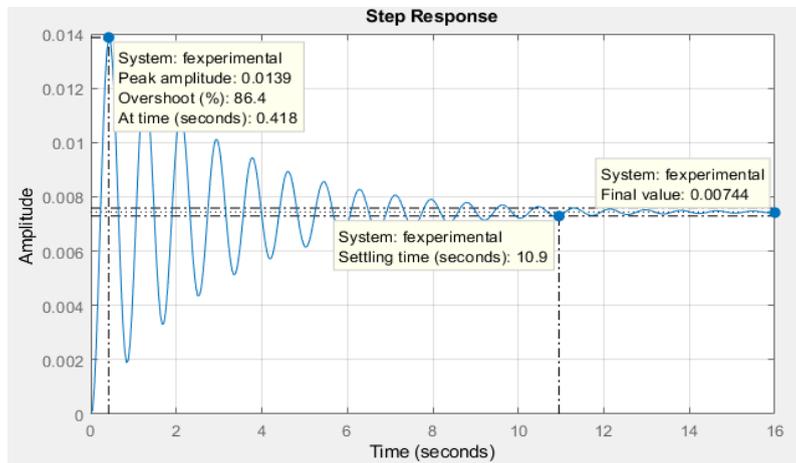
La nueva respuesta al paso obtenida con la función de transferencia ideal es:

**Figura 69.** Respuesta al Step – Modelamiento ideal con amortiguamiento



La Figura 69 permite comprobar que la respuesta del modelo ideal para el sistema masa-resorte considerando la presencia de fuerzas de fricción es similar a la respuesta del modelo real configurado en el prototipo SDMRA, lo cual valida los datos obtenidos por los sensores de posición.

**Figura 70.** Respuesta al Step – Modelamiento Real



Realizando la comparación entre las características más importantes para la respuesta transitoria del modelo ideal y real se consiguen valores muy parecidos resumidos en la siguiente figura:

**Tabla 3.** Comparación de características entre modelo ideal y modelo real

Característica	Modelo Ideal	Modelo Real
Sobreimpulso	88 %	86.4 %
Tiempo de establecimiento	11.1 segundos	10.9 segundos
Valor final de establecimiento	0.00908 metros	0.00744 metros

Finalmente a partir de la función de transferencia real se calculó los valores de K (N/m) y b (Kg/s):

**Ecuación 23.** Cálculo coeficiente fricción viscosa aproximado - modelo real

$$\begin{aligned} \frac{b}{M} &= 0.6963 \left[ \frac{1}{seg} \right] \\ b &= 0.6963 * 1.5 \text{ Kg} \\ b &= 1.044 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Este parámetro calculado a partir de los datos experimentales permite tener un valor tentativo de la fricción viscosa presente en el prototipo SDMRA para la configuración masa-resorte, producto del rozamiento en las varillas, acoples y demás piezas.

**Ecuación 24.** Cálculo constante resorte – modelo real

$$\frac{K}{M} = 56.57 \left[ \frac{N}{Kg \cdot m} \right]$$

$$K = 56.57 \left[ \frac{N}{Kg \cdot m} \right] * 1.5Kg$$

$$K = 85 \frac{N}{m}$$

En el modelo ideal el valor de K es igual a 105 N/m, mientras el obtenido con el modelo real es igual a 85 N/m, encontrando un resultado bastante aproximado, cabe mencionar que la diferencia presente en el modelo real es producto de factores como por ejemplo el porcentaje de ajuste de datos conseguido con el proceso de identificación, condiciones mecánicas reales propias del prototipo no tenidas en cuenta, y el uso de la magnitud de fuerza teórica brindada por el datasheet del motor paso a paso, para mayor exactitud lo ideal es agregar un sensor de fuerza que estime el valor real al momento de realizar las pruebas.

## 4.5 COSTOS

A continuación se muestra la relación de costos asumidos en el prototipo:

**Tabla 4.** Relación de costos del prototipo SDMRA

CUADRO DE COSTOS PROTOTIPO SDMRA	
Elemento	Costo
Masas	100000
Resortes	35000
Amortiguador	58000
Vagones	60000
Varillas y soportes	40000
Rodamientos lineales	72000
Motor	98000
Driver motor	60000
Impresiones 3D	70770
Arduino UNO	29500
Arduino MEGA	53000
Base del prototipo (tabla)	14500
Sensores	105000
Soportes y acoples de acero	60000
TOTAL	855770

Con la relación de costos expuesta se demostró que se cumple a cabalidad el objetivo de realizar la construcción del prototipo con bajo presupuesto respecto a las plantas de características similares al prototipo SDMRA que se encuentran en el mercado, cuyos precios superan los 53 millones de pesos.

## 5. CONCLUSIONES

Se diseñó e implementó de manera exitosa un prototipo consistente en un sistema masa, resorte, amortiguador de bajo costo completamente funcional desde su estructura física, pasando por la adquisición de datos hasta la implementación de un sistema de control óptimo para su correcto funcionamiento. Dicho prototipo da la oportunidad a sus usuarios de armar hasta diez modelos para realizar diferentes tipos de practicas y estudios. Contiene dos masas, tres resortes y un amortiguador que dan paso a la construcción de sistemas tanto de segundo orden como de cuarto orden, dando así un abanico de posibilidades a la hora de la práctica.

La construcción física del prototipo implica una toma de decisiones completamente consciente de todos los aspectos que van a ser manejados. Dicho esto, para la realización de un prototipo de estos alcances, es necesario pensar en un mecanismo cuya fricción a la hora del desplazamiento de sus masas sea el mínimo posible, pues de esto depende significativamente tanto la respuesta como el modelado y los datos adquiridos del sistema. Así mismo, el montaje físico de cada una de las partes y su fabricación deben ser muy precisos y con un acabado de la mejor calidad, pues el mínimo detalle puede ser la diferencia entre la realización de un dispositivo robusto y confiable, y el fracaso absoluto en la construcción del mismo.

La elección del hardware para la adquisición de los datos es parte fundamental del prototipo. Se requiere pensar en el procesamiento de datos que tendrá que hacer dicho hardware con relación tanto a la sensorica como a las expectativas que se tengan de este a la hora de tratar la información recibida, además de trasmitirla. De ahí que para este prototipo se haya elegido utilizar tanto un Arduino UNO como un arduino MEGA. Esta elección no es casualidad, pues la tarjeta MEGA responde a necesidades mucho más robustas que una tarjeta común, necesidades que se veían reflejadas en la construcción de este proyecto y se lograron satisfacer a cabalidad gracias a la adquisición de la misma.

La adquisición de datos en este prototipo jugaba un papel fundamental en las dinámicas y necesidades del mismo, pues una perdida de datos por pequeña que fuera podría significar que los resultados entregados al usuario fueran poco confiables y dieran lugar a vacíos y dificultades mayores. Recalcada la conveniencia de evitar perdida de información, se destaca la relevancia de un sensor que tome la mayor cantidad de datos posible en un lapso de tiempo predeterminado y se logró satisfacer esta problematica a cabalidad, de donde el prototipo se muestra robusto y confiable.

Se creó también de manera satisfactoria una interfaz de usuario intuitiva y de fácil manejo para los operarios del prototipo, que cubre todas las posibilidades de configuración del dispositivo. Como siempre se buscan facilidades para los usuarios, se enumeró el orden de ejecucion de las diferentes partes de la interfaz con el fin de hacer más cómodo su manejo.

El controlador implementado para uno de los modelos configurables en el prototipo SDRMA permitió comprobar que el sistema es perfectamente controlable para la magnitud física de

posición, este procedimiento fue realizado aplicando como entrada el número de pasos avanzados por el motor paso a paso, desplazando las masas mediante una cremallera acoplada a un piñón que transmite el movimiento en el eje del actuador con velocidad de 37 RPM; la fuerza aplicada en el proceso de control se mantiene aproximadamente constante en todo momento y su magnitud es la suficiente para mover sin problemas la masa 2 a través del rango de control, por tanto se trabaja en base a desplazamiento del motor. Desde el punto de vista físico los sistemas mecánicos traslacionales deberían ser controlados directamente con la fuerza aplicada, pero esto implica agregar al actuador un sistema que permita controlar el torque aplicado; dejando este apartado como trabajo futuro por realizar.

La acción de control proporcional – integral utilizada para corregir principalmente el error en estado estacionario se desempeña óptimamente, logrando disminuir su valor de un 93 % a 0 %, estableciendo el sobreimpulso en 5.28 % y el tiempo de establecimiento en 1.86 segundos, permitiendo mejorar notablemente la respuesta obtenida sin controlador para el sistema masa – resorte configurado.

Los sistemas de control de movimiento donde se incluyen elementos como resortes y amortiguadores son caracterizados por tener comportamientos dinámicos no lineales producto de fricciones, vibraciones en el actuador, restricciones de posición y perturbaciones acopladas que resultan ser difíciles de modelar, ocasionando que controladores clásicos PID no sean capaces de responder o rechazar adecuadamente la totalidad de perturbaciones que pueden ser presentadas en el sistema bajo ciertas condiciones, para mejorar este apartado es necesario agregar metodologías dedicadas a este tipo de situaciones, como por ejemplo el “control por modos deslizantes con  $H(\infty)$ ” Aguilar L. T., *Control robusto de posición para un sistema mecánico subactuado con fricción y holgura elástica*, o el “algoritmo Twisting” Isai Estrada Rodriguez, *Sistema de control Masa – Resorte – Amortiguador*, técnicas eficientes en la cancelación de perturbaciones.

Uno de los propósitos de la realización del prototipo fue demostrar que se podía construir una planta mecánica configurable a un bajo costo siendo robusta y confiable, lo cual quedó evidenciado en la relación de costos.

## 6. RECOMENDACIONES

Mantener constantemente aceitadas las varillas por las cuales se desplazan los rodamientos lineales, evitando la aparición de óxido y partículas de mugre que provocan problemas de fricción en el prototipo.

Evitar añadir más peso en las masas del sistema porque el motor no soporta mayores cargas a las ya establecidas, ocasionando problemas de desplazamiento e incluso fractura en las piezas fabricadas con material ABS.

Calibrar los sensores mediante la interfaz gráfica para que su ajuste inicial de medición siempre esté situado en cero antes de realizar cualquier test con el prototipo, estableciendo el valor de referencia a partir del cual variarían los datos de posición.

Las señales de posición obtenidas en el prototipo SDMRA permiten trabajar al usuario cómodamente en procesos de identificación y control, sin embargo se recomienda implementar en un futuro sensores laser de alta precisión para mejorar la exactitud y definición de las señales, también se pueden usar encoders de buena resolución o potenciómetros lineales (deslizantes), pero implica agregar un sistema de transmisión mecánica para acoplarlos a las masas con el menor efecto de fricción posible.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Rascón Álvarez Aguilar L. T. *Control robusto de posición para un sistema mecánico subactuado con fricción y holgura elástica*. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial, 2014.
- [2] Canudas de Wit Armstrong-Hélouvry Dupont. *A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction*. ScienceDirect, 1994.
- [3] *Block parameters: Kalman Filter – Simulink*.
- [4] P.S. Contreras Ortiz-B.R. Naula Dután-L.G. Torres Jaramillo-R.S. Ávila Campoverde-M. A. Carpió Aleman-J. C. Montesdeoca-Contreras-J. A. Morales-García. *Linearization of mass spring damper system for applying linear control PID techniques*. Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca-Ecuador, Carrera de Ingeniería Electrónica., 2014.
- [5] McPheron B.D.-Legris J.D.-Flynn C.P.-Bradley A.J.-Daniels E.T. *Development of a Low-cost, Two-Degree-of-Freedom Spring-Cart System and System Identification Exercises for Dynamic Modeling*. American Society for Engineering Education Annual Conference and Exposition, In Press, 2016.
- [6] Rolando Eduarte Cinformpri. *Onda Senoidal*. EcuRed, 2015.
- [7] Suggs C. W. Abrams C. F. Stikeleather L. F. *Application of a Damped Spring-Mass Human Vibration Simulator in Vibration Testing of Vehicle Seats*. Ergonomics, 12(1), 79-90., 1969.
- [8] Antonio Pérez González. *Ley de Coulomb del rozamiento*. Mecapedia, 2006.
- [9] Carlos Alberto Lopez Hernandez Isai Estrada Rodriguez. *Sistema de control Masa – Resorte – Amortiguador*. Instituto Politecnico Nacional – Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”.
- [10] Carlos Alberto Lopez Hernandez Isai Estrada Rodriguez. *Sistema de control masa-resorte-amortiguador*. Instituto Politecnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Profesional “ADOLFO LOPEZ MATEOS”, 2013.
- [11] Luis Eduardo García Jaimes. *Control Digital Teoría y Práctica*. 2012.
- [12] F. Hugo Ramirez Leyva. *Modelado de la fricción*. Universidad Popular Autónoma del estado de Puebla, 2006.
- [13] Z. Li Z.-Yin. *Position tracking control of mass spring damper system with time-varying coefficients*. In Control And Decision Conference (CCDC), 2017 29th Chinese (pp. 4994-4998). IEEE., 2017.
- [14] Wit Olsson Astrom Lischinsky. *A new model for control of systems with friction*. IEEE Transactions on automatic control, 1995.
- [15] MATLAB MathWorks. *the Mathworks*. Inc., Natick, MA, 1992.
- [16] *Matlab, understanding kalman filters*.
- [17] K Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación. 2003.

- [18] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de Control en Tiempo Discreto 2 Ed.* 1996.
- [19] Víctor Santibáñez Rafael Kelly. *Control de Movimiento de Robots Manipuladores.* Pearson Prentice Hall, 2003.
- [20] Staticboards. *Motores paso a paso.* <https://www.staticboards.es/blog/motores-paso-paso/>, 2016.
- [21] Bender Lampaert Swevers. *The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation.* IEEE Transactions on automatic control, 50(11), 1883-1887., 2005.
- [22] *Tienda Bricogeeek, Controlador de motores paso a paso 35a tb6600.*
- [23] Universitat Politecnica de Catalunya Departament de física. *Módulo 1: Oscilaciones.* Universitat Politecnica de Catalunya Departament de Física, 2012.
- [24] <https://la.mathworks.com/discovery/kalman-filter.html>.
- [25] <https://www.adafruit.com/product/3317>.