



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 26 de enero de 2022

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Jherson Julián Velásquez Leal, con C.C. No. 1.075.290.169 de Neiva Huila,

Niber Rojas Cano, con C.C. No. 1.080.935.781 de Timana Huila,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado: **Articulación y Diversificación del Plan de Estudios de Matemáticas Mediante Redes Complejas,**

presentado y aprobado en el año 2022 como requisito para optar al título de **Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad;**

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

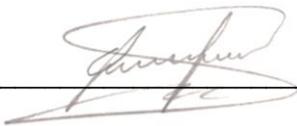
- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE: Niber Rojas Cano

EL AUTOR/ESTUDIANTE: Jherson Julián Velásquez Leal

Firma: 

Firma: 

Vigilada Mineducación



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: ARTICULACIÓN Y DIVERSIFICACIÓN DEL PLAN DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS MEDIANTE REDES COMPLEJAS

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Rojas Cano	Niber
Velásquez Leal	Jherson Julián

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Montealegre Cárdenas	Mauro

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

FACULTAD: Ciencias Exactas y Naturales

PROGRAMA O POSGRADO: Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

CIUDAD: Neiva - Huila

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2022

NÚMERO DE PÁGINAS:135

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas Fotografías Grabaciones en discos Ilustraciones en general Grabados
Láminas Litografías Mapas Música impresa Planos Retratos Sin ilustraciones Tablas
o Cuadros

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: Microsoft Word

MATERIAL ANEXO: formatos AP-BIB-06 y AP- BIB-07

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. <u>Complejidad</u>	<u>Complexity</u>	6. <u>Redes de mundo pequeño</u>	<u>Small-word Networks</u>
2. <u>Sistemas complejos</u>	<u>Systems complex</u>	7. <u>Educación</u>	<u>Education</u>
3. <u>Redes Complejas</u>	<u>Complex networks</u>	8. <u>Articulación</u>	<u>Joint</u>
4. <u>Plan de estudios</u>	<u>Curriculum</u>	9. <u>Diversificación</u>	<u>Diversification</u>
5. <u>Emergencias</u>	<u>Emergencies</u>	10. <u>Grados de Libertad</u>	<u>Degrees of freedom</u>

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Esta investigación, tiene como propósito elaborar una propuesta metodológica para articular y diversificar el plan de estudios de matemáticas en el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano. Para ello, dicha propuesta se consolida a través del paradigma de la complejidad, ya que, lo que aquí se propone, es la concepción del plan de estudios de matemáticas como sistema complejo, es decir, como un ente vivo, articulado, no lineal, irreversible y dinámico. A partir de allí, se consideran 119 contenidos y 2183 relaciones de “tipo prerrequisito” generando una red de tamaño y orden considerable. Para la codificación y tratamiento de esta información, se ha utilizado el software especializado en el análisis y visualización de redes, Gephi en su versión 0.9.2. Este software, junto con el paquete de plugins estadísticos preestablecidos en él, permitieron identificar los contenidos más relevantes dentro del conjunto de contenidos, categorizados en complicados y básicos, según el número de relaciones que poseen, de la misma manera, en cuanto a la estructura de la red, ésta exhibe características de redes de mundo pequeño.

Las ciencias de la complejidad, y en particular las redes complejas como herramienta metodológica, demostraron ser un instrumento útil y adecuado en el diseño y elaboración de un plan de estudios articulado y diversificado, ya que, a partir de una estructuración en forma de red, fue posible modelizar las relaciones entre los contenidos involucrados en él, otorgando una nueva perspectiva sobre la comprensión del plan de estudios como estructura no lineal.



ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The purpose of this study is to elaborate a methodological proposal to articulate and diversify the Math curriculum in the third cycle of education (sixth and seventh grades) in the Colombian context. To do so, this proposal is consolidated through the paradigm of complexity, since here, the conception of the Math curriculum is proposed as a complex system; that is, a living entity, articulated, non-linear, irreversible and dynamic. From there, 119 contents and 2183 relationships of "pre-requisite type" are considered, generating a network of considerable size and order. For the coding and treatment of this information, the software specialized in the analysis and visualization of networks, Gephi 0.9.2, has been used. This software, together with the package of statistical plugins pre-established in it, made it possible to identify the most relevant contents within the set of contents, categorized into complicated and basic, according to the number of relationships they have. Likewise, regarding the structure of the network, it exhibits characteristics of small-world networks.

The science of complexity, and, in particular, complex networks as a methodological tool, proved to be a useful and appropriate instrument in the design and development of an articulated and diversified curriculum, since, based on a network structure, it was possible to model the relationships between the contents involved in it, giving a new perspective on the understanding of the curriculum as a non-linear structure.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Jasmidt Vera Cuenca

Firma: *Jasmidt Vera C*

Nombre Jurado: Carlos Javier Martinez

Firma: *Carlos Javier M.*

Nombre Jurado: Jasmidt Vera Cuenca

Firma: *Jasmidt Vera C*

ARTICULACIÓN Y DIVERSIFICACIÓN DEL PLAN DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS MEDIANTE REDES COMPLEJAS

Jherson Julian Velasquez Leal

Niber Rojas Cano

Universidad Surcolombiana
Facultad De Ciencias Exactas Y Naturales
Maestría En Estudios Interdisciplinarios De La Complejidad
Neiva, Colombia
2020

ARTICULACIÓN Y DIVERSIFICACIÓN DEL PLAN DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS
MEDIANTE REDES COMPLEJAS

MAURO MONTEALEGRE CÁRDENAS
Director de tesis

Jherson Julian Velasquez Leal
Niber Rojas Cano

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
MAGÍSTER EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

Línea de investigación:
Ciencias de la complejidad en educación, ciencias sociales y humanas, y ciencias naturales y matemáticas

Grupo de investigación:
DINUSCO

Universidad Surcolombiana
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad
Neiva, Colombia
2020

Resumen

Esta investigación, tiene como propósito elaborar una propuesta metodológica para articular y diversificar el plan de estudios de matemáticas en el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano. Para ello, dicha propuesta se consolida a través del paradigma de la complejidad, ya que, lo que aquí se propone, es la concepción del plan de estudios de matemáticas como sistema complejo, es decir, como un ente vivo, articulado, no lineal, irreversible y dinámico. A partir de allí, se consideran 119 contenidos y 2183 relaciones de “tipo prerrequisito” generando una red de tamaño y orden considerable. Para la codificación y tratamiento de esta información, se ha utilizado el software especializado en el análisis y visualización de redes, Gephi en su versión 0.9.2. Este software, junto con el paquete de plugins estadísticos preestablecidos en él, permitieron identificar los contenidos más relevantes dentro del conjunto de contenidos, categorizados en complicados y básicos, según el número de relaciones que poseen, de la misma manera, en cuanto a la estructura de la red, ésta exhibe características de redes de mundo pequeño.

Las ciencias de la complejidad, y en particular las redes complejas como herramienta metodológica, demostraron ser un instrumento útil y adecuado en el diseño y elaboración de un plan de estudios articulado y diversificado, ya que, a partir de una estructuración en forma de red, fue posible modelizar las relaciones entre los contenidos involucrados en él, otorgando una nueva perspectiva sobre la comprensión del plan de estudios como estructura no lineal.

Palabras claves: Complejidad, sistemas complejos, redes complejas, plan de estudios, emergencias, redes de mundo pequeño.

ABSTRACT

The purpose of this study is to elaborate a methodological proposal to articulate and diversify the Math curriculum in the third cycle of education (sixth and seventh grades) in the Colombian context. To do so, this proposal is consolidated through the paradigm of complexity, since here, the conception of the Math curriculum is proposed as a complex system; that is, a living entity, articulated, non-linear, irreversible and dynamic. From there, 119 contents and 2183 relationships of "pre-requisite type" are considered, generating a network of considerable size and order. For the coding and treatment of this information, the software specialized in the analysis and visualization of networks, Gephi 0.9.2, has been used. This software, together with the package of statistical plugins pre-established in it, made it possible to identify the most relevant contents within the set of contents, categorized into complicated and basic, according to the number of relationships they have. Likewise, regarding the structure of the network, it exhibits characteristics of small-world networks.

The science of complexity, and, in particular, complex networks as a methodological tool, proved to be a useful and appropriate instrument in the design and development of an articulated and diversified curriculum, since, based on a network structure, it was possible to model the relationships between the contents involved in it, giving a new perspective on the understanding of the curriculum as a non-linear structure.

Keywords: complexity, complex systems, complex networks, curriculum, emergencies, small-world networks.

TABLA DE CONTENIDO

Resumen	3
Índice de figuras	7
Índice de Tablas	8
Introducción	9
Planteamiento del Problema de Investigación	12
Descripción del Problema	12
Sistematización del Problema	18
Enunciación del Problema	19
Antecedentes y Justificación	19
Antecedentes	19
Ámbito Internacional.	19
Ámbito Nacional.	23
Ámbito Regional.	27
Justificación	31
Fundamentos Teóricos	32
Referente Legal	32
Lineamientos Curriculares en Matemáticas	34
Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas	35
Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas	39
Referentes Teóricos	40
El Plan de Estudios de Matemáticas como sistema complejo	40
Educación y Ciencias de la Complejidad	42
La Nueva Ciencia de las Redes: Redes Complejas	43
Redes Complejas.	43
Tipos de Redes.	46
Redes de información.	47
Estructura de las Redes Complejas: Fenómeno del mundo pequeño	47



El fenómeno del mundo pequeño.	48
Software para Visualización y Análisis de Información con Estructura de Red	52
Objetivos de la Investigación	54
Objetivo General	54
Objetivos Específicos	54
Metodología de la Investigación	55
Tipo y Enfoque de la Investigación	55
Universo de Estudio Población y Muestra	56
Población	57
Muestra	57
Estrategias Metodológicas	60
Diseño y elaboración del plan de estudio en forma de red	60
Importación de nodos y arcos desde Gephi	63
Técnicas e Instrumentos de Investigación	63
Técnicas.	63
Instrumentos.	64
Análisis y discusión de resultados	65
Análisis de Resultados	65
Visualización Inicial del plan de estudios en forma de red.	65
Detección y análisis de comunidades en la red del plan de estudios.	67
Análisis de grado en la red del plan de estudios.	76
Análisis de grado para la comunidad 0	77
Análisis de grado para la comunidad 1	81
Emergencias en la red del plan de estudios.	93
Discusión de resultados	99
Bibliografía	101
Anexos	105
Anexo 1: Matriz del Problema	105
Anexo 2: Plan de estudio de editoriales tenidas en cuenta en esta investigación	108
Anexo 3. Nodos de la red del plan de estudios	111
Anexo 4: Aristas de la red de plan de estudios	114
Anexo 5: Contenidos pertenecientes a cada clusters emergente de la red	133
Anexo 7: Otras emergencias del plan de estudios en forma de red.	135

Índice de figuras

Figura 1	45
Figura 2	50
Figura 3	53
Figura 4	56
Figura 5	61
Figura 6	62
Figura 7	63
Figura 8	66
Figura 9	67
Figura 10	68
Figura 11	69
Figura 12	69
Figura 13	69
Figura 14	70
Figura 15	71
Figura 16	72
Figura 17	73
Figura 18	75
Figura 19	75
Figura 20	76
Figura 21	78
Figura 22	79
Figura 23	79
Figura 24	80
Figura 25	81
Figura 26	82
Figura 27	83
Figura 28	84
Figura 29	85
Figura 30	86
Figura 31	86
Figura 32	87
Figura 33	89
Figura 34	91
Figura 35	94
Figura 36	95
Figura 37	96
Figura 38	97
Figura 39	98



Índice de Tablas

Tabla 1	58
Tabla 2	74
Tabla 3	90
Tabla 4	92
Tabla 5	105
Tabla 6	108
Tabla 7	109
Tabla 8	111
Tabla 9	114
Tabla 10	133
Tabla 11	134
Tabla 12	134

Introducción

Año tras año, al final de cada ciclo escolar, las instituciones educativas del país inician la etapa de actualización y renovación del plan de estudios. Un proceso que determina la organización de los contenidos objetos de aprendizaje, que repercutirán sobre los procesos de planificación y enseñanza del siguiente año. Es claro que, este proceso es liderado por el Ministerio de Educación Nacional, a través de las orientaciones curriculares vigentes, no obstante, en la práctica el resultado de este decisivo proceso se remite a la incorporación de nuevos contenidos o la supresión de los ya existentes, y en el peor de los casos, el cambio de los textos que delimitan y establecen la estructura del plan de estudios. Ahora bien, a pesar de que la Ley General de Educación y la propia normativa educativa advierte que la estructuración que ella establece es simplemente orientativa, la mayoría de los libros de textos escolares tienden a reproducirla, generando, de esta manera, prácticamente una única forma de organización, este hecho conduce a una planificación de la enseñanza en la que el aprendizaje de los contenidos es principalmente lineal.

Este panorama, nos lleva a reflexionar sobre si existe otra forma de concebir, diseñar y estructurar el plan de estudios, alejado del habitual modelo lineal, rígido, fragmentado y descontextualizado. Con este fin, la imperiosa necesidad de abordar el plan de estudios como un sistema complejo, pensando en redes, tal como lo indica Maldonado (2015) comprendiendo el fenómeno de manera nodal o en términos de relaciones y clases de relaciones permite establecer el siguiente interrogante: ¿Cómo emplear la teoría de redes complejas como herramienta metodológica, para articular y diversificar el plan de estudios de matemáticas en el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano?

Por otro lado, en cuanto a los fundamentos teóricos que soportan esta investigación, se destaca inicialmente el enfoque sistémico, como marco general para la estructuración del plan



de estudios, planteado por Carlos Eduardo Vasco (1985); en segundo lugar, se recurre a los conceptos y métodos sobre sistemas complejos, propuestos por Rolando García (2006); en tercer lugar, se emplean las orientaciones epistemológicas sobre complejidad, ciencias de la complejidad y su relación con la educación, presentadas por Maldonado (2016, 2019, 2020), Davis & Sumara (2006) y Morin (1995, 1999) ; y por último, pero no menos importante, se subraya la contribución de Martínez (2015) quien propone una metodología basada en la aplicación de la teoría de grafos y el uso de software para el estudio de nuevas posibles formas de selección, organización y secuenciación del conocimiento matemático que contribuyan al enriquecimiento de los procesos de enseñanza. (p. 18)

En ese sentido, se propone como objetivo general: elaborar una propuesta metodológica para articular y diversificar el plan de estudios de matemáticas en el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano. Para el logro de este objetivo general, se han establecido los siguientes objetivos específicos.

- Identificar los contenidos del plan de estudios de matemáticas para el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en Colombia.
- Diseñar un modelo de plan de estudios de matemáticas, para el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo), fundamentado en el paradigma de la complejidad como herramienta para la articulación de contenidos.
- Analizar e interpretar los resultados que emergen del modelo.

Para el cumplimiento de los objetivos específicos listados arriba, y en consecuencia el objetivo general, se plantean dos etapas concretas. La primera, en la cual se estructuran los fundamentos teóricos esenciales para llevar a cabo la propuesta metodológica enmarcada dentro de las ciencias de la complejidad, en particular, redes complejas y la segunda, donde se desarrolla la aplicación de la propuesta para el conjunto de contenidos matemáticos propios del



tercer ciclo de educación escolar colombiano. Es preciso señalar que, la propuesta aquí descrita es de carácter no lineal, ya que se ha estructurado bajo un modelo de red, donde sus nodos representan actividades concretas y las relaciones entre estos equivalen a la incidencia que tiene una sobre otras.

En definitiva, esta investigación pretende contribuir al enriquecimiento de procesos fuertemente relacionados con las formas de enseñanza, particularmente, en la manera como se estructuran los contenidos propios del saber matemático, de cara a una inminente e indispensable reconceptualización de las matemáticas escolares. Es así, como en esta investigación se presentan algunos acercamientos a las posibles respuestas que embargan estos interrogantes:

- ¿Cómo reconceptualizar la asignatura de matemáticas?
- ¿Cómo concebir el plan de estudios de matemáticas en el ciclo tres de educación como un sistema complejo?

Planteamiento del Problema de Investigación

Descripción del Problema

Actualmente, las instituciones educativas del país gozan de autonomía curricular, esto es, libertad para adoptar métodos pedagógicos; modificar e introducir programas según las necesidades y características locales. No obstante, estas alteraciones deben ceñirse al Proyecto Educativo Institucional (PEI) adoptado por el centro educativo y, a los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Concretamente, en Colombia, la autonomía curricular es producto del proceso de descentralización educativa promovido por el Movimiento Pedagógico Nacional y decretado en la Ley General de Educación (Congreso de República de Colombia, 1994). El argumento principal de la norma es que: un sistema educativo descentralizado resulta ser más sensible a las demandas educativas y a condiciones funcionales locales, ya que, “el Estado es demasiado pequeño para abarcar todas las funciones administrativas y pedagógicas que requiere la implementación del proyecto educativo nacional, y demasiado grande para atender las peculiaridades locales” (Ferrer, 2004, p. 19)

En un país pluricultural y multiétnico como Colombia, esta tesis es indiscutible, sin embargo, su escasa materialización cultivó lo que Vasco (2018) decidió llamar “caos curricular” (pág. 228), pues la mayoría de los centros educativos, a excepción de algunos colegios privados de élite, no disponían de tiempo, ni capacitaciones, mucho menos de materiales didácticos para liderar el proceso. Así que, los profesores continuaron haciendo lo que venían haciendo, es decir, tomaron de los textos que preferían el programa o plan de estudios que para ellos era el mejor, y en caso de que saliera un texto mejor de otra editorial, lo cambiaban (Molano Camargo, 2011, pp. 185–186). Este hecho ha generado una marcada dependencia sobre las editoriales de textos escolares, ya que, el Estado abandonó su rol de diseñador y este fue rápidamente ocupado por las editoriales, de tal forma que, la malla curricular del país a partir de ese suceso y hasta el momento, ha sido fijada por ellas. De este modo, la mayoría de



las instituciones educativas han consolidado por lo menos tres tipos de programas. Inicialmente florecen los “*program-driven curricular*”: los programas orientados por los planes de estudio anteriores a la Ley 115, en segundo lugar, tenemos los “*text-driven curricula*”: los programas orientados por los libros de texto y finalmente, los “*test-driven curricular*”: los programas orientados por las pruebas Saber. Siendo el último de ellos, el vertedero de las normativas ministeriales (Vasco, 2018, pp. 228–229).

Por otra parte, la OCDE(2017), a través del “Manual para Entornos de Aprendizaje Innovadores”, concluye que la autonomía curricular puede ser contraproducente, ya que promueve la atomización de los centros educativos y podría afectar negativamente el rendimiento académico de los estudiantes. Esto se debe a la pésima, pero generalizada interpretación de la autonomía curricular, en la que esta, funciona de forma aislada, es decir, no hay una cultura de aprendizaje cooperativa entre iguales y, además, la rendición de cuentas es escasa (Schleicher, 2018, p. 118). Este panorama refleja en gran medida lo que ocurre con la autonomía curricular en Colombia; cuando en su lugar debería ser epicentro de libertad y flexibilidad para trabajar con muchos socios y así favorecer el rendimiento académico de los educandos, se ha convertido en la mayor de las cargas que deben soportar las instituciones educativas del país.

Es oportuno ahora preguntar por qué la autonomía curricular no ha alcanzado sus grandes objetivos, más claramente, cuáles son los factores que han incidido en su incipiente aplicación. Acéptase o no, el punto de quiebre en la implementación está en la poca o nula planificación del ministerio, ya que, una vez promulgada la autonomía curricular, el Estado tardó un poco más de cuatro años en introducir nuevos elementos teóricos y metodológicos que permitieran la articulación de los centros educativos y el trabajo cooperativo entre los mismos, a saber: Lineamientos Curriculares(1998), Estándares Básicos en Competencias(2006), Orientaciones Pedagógicas (2008), Derechos Básicos de



Aprendizaje(2015) y Matriz de Referencia (2015). De manera que, los centros educativos emprendieron una dirección independiente y aislada. Por lo cual, el Estado no consiguió promover esa cultura de aprendizaje cooperativo que requiere la autonomía curricular. A propósito, dentro de las actualizaciones teóricas y metodológicas presentadas por el MEN. Concretamente a través de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas(1998), el pensamiento matemático fue subdivido (organizado) en cinco piezas (el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico, y el variacional) de un rompecabezas del que nadie sabe cómo será la imagen final, también es claro que el MEN (2006) no tiene intención en profundizar dicha fractura, por el contrario, asevera que:

Los cinco tipos de pensamiento tienen elementos conceptuales comunes que permiten el diseño de situaciones de aprendizaje –y en particular de situaciones problema– que integren los diferentes pensamientos y que, a la vez, posibilitan que los procesos de aprendizaje de las matemáticas se den a partir de la construcción de formas generales y articuladas de esos mismos tipos de pensamiento matemático. (p. 69)

Así las cosas, es evidente que, todos estos contenidos forman parte de un todo integrado, sin embargo, las orientaciones estatales no establecen cuál es la manera de articular dicha información. Esta falta de claridad genera ambigüedad en su interpretación. Asimismo, su desconocimiento, junto con la dependencia sobre los planes de estudio fijados por las editoriales de textos escolares, promueven la desarticulación de los contenidos, ya que, auspician la presentación de las matemáticas como un ente frío, fragmentado y acabado, donde imperan los bloques de contenidos temáticos llamados unidades. Todo esto es el resultado de la mezcla entre: una “educación que nos ha enseñado a separar, compartimentar, aislar y no a ligar los conocimientos”(Morin, 1999, p. 16) y, la ausencia de metodologías destinadas a la articulación de los contenidos.

Como se indicó, el plan de estudios consolidado por las editoriales conforma islotes de conocimiento que son abordados en tiempos distintos, es decir, se presenta una lista de contenidos desarticulados y cohesionados según el tipo de pensamiento. No obstante, esta estructura ignora las múltiples conexiones entre dichos contenidos y, en consecuencia, olvida la naturaleza del sistema como un todo integrado.

Adicionalmente, es indiscutible que “las matemáticas son más abstractas que otras asignaturas y, por tanto, menos accesibles”(Frenkel, 2015, p. 9), también lo es el hecho de que, “lo que estudiamos en la escuela es tan solo una diminuta parte de las matemáticas, en general establecida hace más de un milenio”(Frenkel, 2015, p. 10), y que a su vez son presentados mediante una excesiva descontextualización y destemporalización que dificulta al educando potenciar su capacidad autónoma de proponer, desarrollar y solucionar situaciones problemas del contexto y la vida. Precisamente, en el fondo, es indispensable volver a la historia del desarrollo de los conceptos para reconocer en ella las preguntas que les dieron origen, lo mismo que las dificultades y los errores que tuvieron que superarse antes de ser aceptados y reconocidos como tales por la comunidad científica. Esta búsqueda asumida como actitud del docente y de los estudiantes libera las matemáticas del carácter lineal, rígido y acabado que a veces se les asigna y le devuelve su condición de ciencia eminentemente humana, no lineal en su desarrollo y que, en algunos casos, surgió de problemas provenientes de otras ciencias y en otros de las matemáticas mismas.(Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 22).

Desde esta perspectiva, el tratamiento de los estudiantes como máquinas destinadas a la realización de cálculos, tiene origen en la acumulación de temas y contenidos, así como también, en la limitación de la curiosidad, la actitud crítica y la participación de los alumnos en los procesos pedagógicos, junto con la homogenización del pensamiento, que resulta del rol dictatorial ocupado por el docente, la aplicación de una pedagogía tradicional y planes de estudios poco pertinentes. De la misma manera, esos sucesos son producto del



desconocimiento del paradigma del pensamiento complejo en la formulación, estructuración y articulación de los contenidos curriculares.

En tal sentido, el escenario académico descrito arriba, promueve el escaso interés de los jóvenes en la educación, ya que, el sistema educativo tal como ha sido concebido, no ha sido capaz de ofrecer respuestas convincentes a sus interrogantes, con lo cual, ensancha la promoción de ciudadanos incapaces de analizar críticamente la sociedad que les ha sido impuesta. Posiblemente, esa incapacidad para afrontar los retos impuestos por la globalización recae sobre la débil formación matemática, dado que “las matemáticas son una manera de romper las barreras de lo convencional, una expresión de imaginación desatada en la búsqueda de la verdad”(Frenkel, 2015, p. 14). En definitiva, la actual y nuevas generaciones demandan una educación para la vida, pertinente, donde la formulación, elaboración y ejecución proyectos y actividades de práctica social y compromiso comunitario permitan la construcción de verdaderas comunidades de aprendizaje. Tal como Zubiría lo indicó, “El día que la educación se articule con la vida, los jóvenes querrán ir al colegio”(Entrevista USCO, 2020,42m24s)., y esto permitiría concretar la idea de una educación modo complejo, que “consiste, específicamente, en una indisciplinización del conocimiento, de la sociedad y de las instituciones”(Maldonado, 2016, p. 249)., otorgando libertad al sistema, promoviendo de tantas maneras como quepa imaginarlo, grados de libertad, procesos de autonomía y dinámicas de independencia, responsables de la reconceptualización del sistema educativo.

A decir verdad, las limitaciones para llevar a cabo una educación en “modo complejo” están focalizadas en los siguientes hechos: inestabilidad laboral para directivos docentes y docentes, escasa actualización académica del talento humano, ausencia de asesorías para la apropiación y desarrollo del Proyecto Educativo Institucional, desconocimiento del paradigma de la complejidad, currículos poco pertinentes y nula vinculación de la comunidad educativa en el desarrollo de los procesos pedagógicos y académicos.

En síntesis, en el caso concreto de las matemáticas. Continuar aferrados a la idea de autonomía curricular como un proceso aislado, alejado de un aprendizaje cooperativo entre iguales, conducirá a la supeditación de los planes de estudio diseñados por las editoriales de textos escolares, y a su vez, impulsará el erróneo carácter lineal y mecánico de las matemáticas sobre su naturaleza eminentemente humana y no lineal.

Entonces, parece perfectamente claro que, la desarticulación de los conocimientos obstaculiza el diseño de situaciones problema que sean fuente integradora de los pensamientos, y, por ende, agudiza la débil formación matemática de los colombianos. Precisamente, según el más reciente informe del *Programme for International Student Assessment – PISA (2019)* afirma que en el 2018, tan solo el 35% de los estudiantes colombianos, como mínimo, son capaces de interpretar y reconocer, sin instrucciones directas, cómo representar matemáticamente una situación (simple), es decir, alcanzaron el Nivel 2 o superior en matemáticas. Sin embargo, el país se encuentra muy por debajo de la media de la OCDE, cuyo valor es del 76%. Es más, de acuerdo con el Informe Nacional de Resultados Saber 11 2020 (2021), el desempeño de la prueba de Matemáticas para el Calendario A, continúa estable a lo largo del tiempo, con 52 puntos entre 100 posibles. Por otro lado, en cuanto al Calendario B, durante los últimos cuatro años, el desempeño ha tenido diferencias leves y moderadas, registrando un promedio aproximado de 64 puntos.

Así que, en conclusión, los colombianos no son matemáticamente competentes. Este hecho impide contribuir eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual, y en consecuencia posterga el desarrollo del país, ya que, la educación se reconoce como la causa principal del progreso y de los avances que conocemos como desarrollo.

Específicamente la contribución de las Matemáticas en este papel no se pone en duda en ninguna parte del mundo, puesto que su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, y cuyos resultados corresponden en gran medida con aquello que conocemos como innovación.



Después de todo, en términos de innovación, Colombia no es una nación competitiva, pues de acuerdo con el *Global Innovation Index*(2020), el país ocupa el quinto lugar entre los 19 países de la región en términos de innovación, luego de totalizar 30.84 puntos en un índice cuyo máximo valor posible son 100, además el país ocupa la casilla 68 entre las 131 naciones participantes, con lo cual, hace parte del 50% de los países con menor índice de innovación. Ante este panorama, es evidente que de no intervenir ahora. Nuestra sociedad y las siguientes estarán cargadas de conocimientos parcelados, separados y aislados. Sus ciudadanos dispondrán de una inteligencia miope que rápidamente terminará por encegucerse(Morin, 1999, p. 16)., serán incapaces de ordenar e interpretar la abrumadora cantidad de información, fruto de la globalización y, entonces, se convertirán en individuos rezagados ante los avances científicos y tecnológicos que trae consigo una adecuada articulación del contexto con la formación matemática, y por supuesto, continuaremos implementando currículos poco pertinentes, que poco o nada responden a las necesidades locales. Hasta que rápidamente el Estado colombiano se encargue de suprimir la autonomía curricular, ó, como esperamos que ocurra, alguien se encargue de reconceptualizar la educación matemática, junto con todo lo que ello implica.

Sistematización del Problema

El principal problema está en proponer una metodología que permita materializar la articulación del plan de estudios de matemáticas en el ciclo tres de educación, utilizando los sistemas complejos como enfoque metodológico y la ciencia de redes como herramienta para abordar el problema.

¿Cómo reconceptualizar la asignatura de matemáticas?

¿Cómo está estructurado el plan de estudios de matemáticas en el contexto colombiano?

¿Cómo concebir el plan de estudios de matemáticas en el ciclo tres de educación como un sistema complejo?

¿Cómo diseñar una propuesta metodológica para articular el plan de estudios de matemáticas en el ciclo tres de educación?

¿Cuáles criterios permiten relacionar adecuadamente todos los contenidos propios del plan de estudios de matemáticas en el ciclo tres de educación?

¿El resultado de este trabajo podría llegar a ser el eje central de un plan de mejoramiento educativo?

Enunciación del Problema

¿Cómo emplear la teoría de redes complejas como herramienta metodológica, para articular y diversificar el plan de estudios de matemáticas en el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano?

Antecedentes y Justificación

Antecedentes

Una vez formulado el problema de investigación, se presenta a modo de reseña, una breve descripción crítica, de algunos de los trabajos más relevantes respecto a la propuesta aquí abordada. Dicho eso, el análisis inicia con la exposición de los problemas, luego se desplaza por los objetivos, avanza sobre las metodologías aplicadas, las conclusiones esenciales y, culmina con los respectivos balances críticos que otorgan experiencia y elementos valiosos para esta iniciativa. Estos antecedentes fueron hallados en los ámbitos internacional, nacional y local, tal como son listados a continuación.

Ámbito Internacional.

Martínez Zarzuelo (2015) a través de la investigación titulada: “Selección, organización y secuenciación del conocimiento matemático mediante teoría de grafos”, aborda la apremiante necesidad de encontrar nuevas formas de organizar y articular el conocimiento matemático, en el sistema educativo español mediante una estructura de carácter no lineal. Para ello, elige el



currículo de matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria y establece como fundamentos científico y teórico la teoría de grafos y el aprendizaje significativo. Así, en base en lo anterior, el proyecto gira en torno al siguiente objetivo general:

Proponer una metodología basada en la aplicación de técnicas propias de la teoría de grafos y el uso de software para el estudio de nuevas posibles formas de selección, organización y secuenciación del conocimiento matemático que contribuyan al enriquecimiento de los procesos de enseñanza para lograr un aprendizaje significativo y aplicar esta metodología a una parte del conocimiento matemático contemplado en el sistema educativo español. (Martínez Zarzuelo, 2015, p. 18).

En cuanto a la metodología aplicada, se trata de una auténtica innovación, ya que además de proporcionar elementos teóricos para la selección, organización y secuenciación del conocimiento, consigue al mismo tiempo alejarse de la tradición teórica y llevar a cabo la propuesta. Adicionalmente incorpora un factor computacional, dado que, emplea un software especializado en la visualización y análisis de información con estructura de red (Pajek y Gephi), que permite el tratamiento de una basta cantidad de información y, a su vez, facilita la ejecución de un enfoque con carácter epistemológico, encargado de preservar la estructura interna de las matemáticas a la que pertenecen los contenidos objeto de enseñanza, junto con la lógica de la misma.

Como resultados producto del proceso investigativo, se establecen algunas categorías conceptuales:

- En cuanto a la normativa educativa española, referente al currículo de matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria, se comprobó que el proceso de selección de contenidos se realiza mediante la determinación que aquellos

que se consideran mínimos. Por otra parte, en torno a la organización, se evidencia una clara subdivisión del conocimiento en bloques de contenido, finalmente, en lo que respecta a la secuenciación del mismo, esta se orienta sobre el orden de aparición de los tópicos en los bloques de contenido.

- En cuanto a las concreciones curriculares del currículo de matemáticas adoptada por las editoriales de textos escolares elegidas para el estudio, se pudo constatar que el proceso de selección de contenidos reproduce literalmente la normativa establecida por el Estado y en adición amplía y refina la base de contenidos. Por otra parte, en torno a la organización y secuenciación, no se evidencian cambios sustanciales respecto a las orientaciones curriculares de las que derivan. Por consiguiente, esta práctica continuista se convierte en la única forma de secuenciación, limitando el desarrollo de propuestas metodológicas encargadas de establecer nuevas formas de estructuración de contenidos.
- En cuanto a las teorías para la estructuración del conocimiento contempladas en el estudio, esto es: la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la teoría del aprendizaje acumulativo de Gagné, la teoría instruccional y del aprendizaje en espiral de Bruner y la teoría de la elaboración de Reigeluth, se confirmó que todas ellas hacen referencia a procesos de jerarquización del conocimiento, de modo que, este estudio, desarrolló una base sólida para la estructuración del conocimiento a través de criterios epistemológicos que promueven la creación de secuencias lógicas de contenidos, y que a su vez representen una alternativa válida a una secuenciación meramente lineal.
- En cuanto a la estructura curricular generada en base a la teoría de grafos, se verificó que la estructura es idónea para la modelización de este tipo de información, por ende, admite una estructura en forma de red. Asimismo,

favorece el análisis de tipo visual y de carácter exploratorio, que son complementarios a las propiedades y técnicas numéricas de dicha teoría. Por otro lado, la elección de un dígrafo como generador de la red, permitió definir con exactitud la relación entre el conjunto de contenidos matemáticos considerados, confirmando que la organización del conocimiento matemático para Educación Secundaria Obligatoria se organiza en forma de espiral, tal como lo respalda Bruner.

- En cuanto a la selección de conocimientos, se identificaron “contenidos matemáticos caracterizados como de suma importancia para la comprensión de otros contenidos, así como aquellos considerados más complejos, en el sentido de necesitar de un elevado número de contenidos para su conocimiento” (Martínez Zarzuelo, 2015, p. 312), sin embargo, también se demostró la existencia de contenidos que no son prerrequisito de ninguno de los contenidos. Por otra parte, se logró la identificación de los contenidos que pueden considerarse previos a la Educación Secundaria Obligatoria. En concreto, el resultado del análisis, consigna una metodología dinámica, que asigna a cada contenido aquellos que son necesarios para su conocimiento.
- En cuanto a las nuevas formas de organización, se demuestra la existencia de nuevas formas de organización, diferentes a las consagradas en la mayoría de los libros de texto, y por consiguiente a las normativas de las que derivan. Específicamente se ha validado la clasificación de los contenidos en cinco *clusters*, sin embargo, su composición difiere de presentada en las normativas y, además concibe conexiones fuertes y visibles entre bloques de contenido, que permiten, por consiguiente, establece las bases de unificación y articulación entre bloques de contenido, tal como se concibe en las normativas ministeriales.



- En cuanto a la secuenciación de contenidos, se establecen métodos de secuenciación dinámicos y no lineales, convirtiendo la metodología propuesta en “una herramienta viva con la posibilidad de llevar a cabo continuos y diversos análisis exploratorios sobre la estructuración del conocimiento matemático” (Martínez Zarzuelo, 2015, p. 314).
- Respecto a otras posibilidades de aplicación de la metodología propuesta, se ha concluido que existe una gran variedad de opciones, puesto que, por un lado, los contenidos matemáticos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria aquí empleados pueden sustituirse por contenidos de otras etapas educativas, así como de otras áreas de conocimiento, y por otro lado, el criterio de carácter epistemológico aquí definido, puede reemplazarse por otro tipo de criterio que se considere adecuado para la estructuración del conocimiento. Con ello, se ha concluido que, además de emplear esta metodología para procesos de planificación de la enseñanza, puede utilizarse para otros fines tales como la creación de diseños curriculares o el desarrollo de materiales educativos.(Martínez Zarzuelo, 2015, p. 315).

Ámbito Nacional.

Un primer antecedente nacional, es el trabajo realizado por Ramírez (2019), el cual se denomina “El currículo integrado desde la transdisciplinariedad como alternativa para abordar la situación ambiental de la minería en Colombia”, en él exponen la manera en la que se puede trabajar problemas ambientales desde la educación básica, esto, a través de la articulación del currículo con enfoque transdisciplinar, en el que se deja a un lado el trabajo disciplinar e incluso la integración de disciplinas que tienen las instituciones educativas del país. En este sentido, el estudio gira en torno a la solución del siguiente objetivo general: “analizar las características de



un currículo integrado desde el enfoque transdisciplinar, para abordar la situación ambiental de la minería en Colombia”. Así mismo, se tiene en cuenta la labor del docente en la construcción de un currículo integrado y transdisciplinar, es por esto, que plantean los siguientes objetivos específicos:

- Identificar los elementos curriculares presentes en los documentos institucionales que incluyan la dimensión ambiental al ámbito escolar.
- Describir los aspectos relacionados con el conocimiento profesional del docente que apuntan al currículo integrado orientado hacia la situación ambiental de la minería en Colombia.
- Identificar los aportes del enfoque transdisciplinar desde la perspectiva de los docentes, para la consolidación de una propuesta de currículo integrado sobre la minería.

En cuanto a la ruta metodológica, presentan cuatro fases: planeación, acción, observación y reflexión. Dichas fases centradas en un tipo de investigación acción educativa, la cual les permitió crear grupos de trabajo colaborativo entre docentes, en el que después de una reflexión acerca de su práctica educativa, se centraron en el análisis de situaciones de contexto (La minería) que les permitiera trascender de un currículo por competencias hacia un currículo integrado y con enfoque transdisciplinar. Con ese fin, programaron cinco sesiones de trabajo las cuales estaban enfocadas al desarrollo de talleres, apoyos audiovisuales, lectura de marco conceptual legal, lectura del estado actual de la minería en Colombia y discusión entre pares. En adición, y con el fin de afrontar la etapa de reflexión de cada una de las sesiones, contaban con cinco docentes de Metodología para la Enseñanza de la Química del Instituto de Química de la Universidad de Antioquia, que hacían las veces de pares evaluadores.

Referente a los resultados, los despliegan en tres grandes grupos:



- Elementos curriculares en relación con las concepciones de la educación ambiental. En este grupo, Ramírez (2019) expone la dificultad que se presenta para incluir la educación ambiental al currículo escolar, debido a que en los derechos básicos de aprendizaje (DBA)

No se hace alusión a la educación ambiental como un eje temático importante a trabajar en el aula, sino que, estos se centran en el desarrollo de aprendizajes estructurantes que han de asimilar los estudiantes en cada uno de sus niveles de escolaridad para mejorar las habilidades propias de las áreas del conocimiento. (Ramírez, 2019)

Del mismo modo, hacen alusión a los lineamientos curriculares, los estándares básicos en competencias de ciencias sociales y a las políticas nacionales sobre educación ambiental, en el que encontraron un gran apoyo, sin embargo, el grupo de docentes afirma que “este es un enfoque desarrollista de corte mercantil que prioriza el crecimiento económico por encima del equilibrio y la protección ambiental”.

- Aspectos del conocimiento profesional del docente en relación con el currículo integrado.
- Aportes de la transdisciplinariedad al currículo integrado.

Castiblanco Arenas (2015) en su trabajo de grado de maestría, denominado: “Cómo se ve la educación desde las ciencias de la complejidad en América Latina (Estado del arte)” describe los fundamentos teóricos relacionados con ciencias de la complejidad, pensamiento complejo y conectivismo. Elementos teóricos, que, según él, son necesarios para estimular la reflexión sobre la manera en la que enseñamos, de cara a un mundo globalizado mediado por la tecnología, cohesionado y diverso. Donde el carácter multidimensional de la educación exige el desarrollo de un sistema educativo globalizador, capaz de responder a los interrogantes de



los jóvenes, donde predomine el aprendizaje significativo y la potencialización de sus habilidades. En ese sentido, el autor plantea el siguiente objetivo general: “Elaborar un estado del arte sobre la educación en América Latina sustentada en los principios del pensamiento complejo y el conectivismo, mediante una revisión sistemática de la literatura publicada en los últimos diez años”(Castelblanco, 2015, p. 19).

Respecto a las características metodológicas seguidas en la investigación, se identificaron dos fases. En la primera, se lleva a cabo una recopilación bibliográfica, sobre la educación mediada por el pensamiento complejo y el conectivismo en América Latina durante el periodo comprendido entre 2004 y 2014 y la segunda, en la cual se adelantó un análisis crítico de la selección documental, donde se contrastaron los datos y opiniones “sobre cómo se están entendiendo e implementando modelos en educación teniendo en cuenta los cambios de la sociedad en un actual mundo mediado por la tecnología” (Castelblanco, 2015)

De ahí que, Castelblanco Arenas (2015) concluya con la presentación de dos reflexiones sobre la urgente necesidad de reconceptualizar el sistema educativo a través del pensamiento complejo y la utilización de herramientas tecnológicas y didácticas. Abordando dos retos que, según él, impiden superar la crisis del sistema educativo, a saber:

1. La reorganización de los modelos educativos, pedagógicos, metodológicos y didácticos, condicionados por el desarrollo e innovación tecnológica.
2. La resistencia de los profesionales de la educación a romper paradigmas en las formas tradicionales de cómo se está enseñando.

Finalmente, esta investigación proporciona y compara algunos de los elementos teóricos más relevantes sobre la necesidad de reconceptualizar el sistema educativo a través del pensamiento complejo y la utilización de herramientas tecnológicas y didácticas. Por



consiguiente, este trabajo tan solo proporciona herramientas conceptuales para potenciar y justificar la revolución educativa que requiere un mundo globalizado y en constante cambio. Haciendo aún más evidente, la carencia de herramientas metodológicas que impulsen la transformación del sistema y la ruptura de paradigmas educativos. En ese sentido, Castiblanco Arenas (2015) aporta a este trabajo, algunos de los elementos teóricos que sustentan la propuesta.

Ámbito Regional.

El estudio realizado por Hernández y Vidal (2019) denominado “Fractalidad, caos y el lenguaje NetLogo como agentes integradores del currículo de las matemáticas escolares”, emprende uno de los caminos para la articulación de los contenidos del plan de estudios de matemáticas (grado noveno) y otras áreas del conocimiento. Para ello, dicha investigación propone como objetivo principal:

Plantear un diseño curricular que posibilite la introducción de la fractalidad y el caos, como ejes integradores del currículo de matemáticas del grado 9° de Educación Básica Secundaria, de la Institución Educativa Claretiano Gustavo Torres Parra, a partir de una metodología apoyada en el uso de la tecnología y la Modelación Basada en Agentes (lenguaje de programación computacional NetLogo® (Wilensky, 2020)) y que permita concebir el currículo de matemáticas como un sistema complejo, interconectado con otras áreas del conocimiento.(Hernández & Vidal, 2019)

Adicional a esto, la investigación se desarrolla a través de cuatro objetivos específicos, los cuales giran en torno al análisis del currículo oficial, al diseño de secuencias didácticas que permitan introducir la teoría del caos y la Fractalidad al plan de estudios de matemáticas (grado noveno), al uso de herramientas digitales como propuesta metodológica y a la implementación de la modelación basada en agentes como eje integrador de contenidos con otras áreas del conocimiento.



En cuanto a la metodología, se crean secuencias didácticas con un *plus* adicional que se caracteriza por el uso de plataformas digitales. Dichas secuencias fueron aplicadas a un grupo conformado por 107 estudiantes del grado noveno y permitieron la interacción entre educadores, educandos y padres de familia. Añadido a esto, trabajaron el software NetLogo como el instrumento responsable de la visualización interdisciplinar de la teoría del caos, la Fractalidad y el modelado basado en agentes con otras áreas del conocimiento, ya que este software cuenta con lenguaje de programación accesible para los estudiantes en mención y, adicionalmente, posee una biblioteca de modelos preestablecidos que le permitieron a los educandos interactuar libremente con los agentes.

Referente a los resultados obtenidos, se destaca la posibilidad de integrar la fractalidad y el caos al currículo del grado noveno, dado que las secuencias didácticas, muestran una alta conectividad con el pensamiento matemático, concretamente con los estándares de matemáticas y, además, permitió potenciar la competencia de formulación y resolución de problemas. Así mismo, se incide en el uso de la herramienta NetLogo, ya que concedió a los estudiantes interactuar con modelos dinámicos de la fractalidad y el caos, específicamente visualizar el comportamiento de los agentes en un contexto.

Aun cuando, este trabajo se centra en incluir la fractalidad y el caos al currículo del grado noveno, es pertinente aclarar que el estudio gira en torno al currículo explícito que “es aquel que a menudo se confunde con el plan de estudios”. Dicho esto, es preciso afirmar, que la educación matemática necesita una articulación en el currículo explícito, y debido a esto, las investigaciones que circundan el pensamiento matemático están orientadas en establecer los caminos que permitan conectar la mayor cantidad de contenidos. A manera de ejemplo, la fractalidad y la teoría del caos es uno de los caminos que permiten articular en gran medida los contenidos del plan de estudios de matemáticas (grado noveno) e incluso para hacer interdisciplina; y esto, es precisamente lo que buscamos en este ejercicio de investigación,



poder establecer a través de las redes los caminos con mayor interacción, lo cual permitiría establecer las rutas más concretas para realizar investigación interdisciplinaria.

Puentes y García (2019) a través de su trabajo de grado de maestría titulado: “La secuencia didáctica, estrategia que facilita la implementación de los proyectos de aula, un acercamiento a la complejidad”, proponen una ruta metodológica para superar las dificultades relacionadas con la articulación del plan de estudios en los proyectos pedagógicos de aula, ya que, de no ser así, “no se puede generar ambientes adecuados, ni producir en los niños conocimientos, ni fortalecer valores ni producir actividades positivas hacia el aprendizaje” (Puentes & García, 2019, p. 10). En ese sentido, la investigación en mención, persigue el siguiente objetivo general:

Aportar elementos teóricos/prácticos de carácter interdisciplinario a través de la implementación de una estrategia metodológica para el desarrollo de proyectos pedagógicos de aula, que contribuyan a cualificar las prácticas educativas en el nivel de preescolar en la IE María Cristina Arango, sede Mi Pequeño Mundo.(Puentes & García, 2019, p. 73).

Por otro lado, la metodología aplicada en la investigación se enmarca en el tipo cualitativo, y a su vez, sigue un enfoque descriptivo y explicativo, dado que el proceso se lleva a cabo a través de un trabajo de campo que consiste en la aplicación de entrevistas, observación de los procesos pedagógicos de la práctica de los maestros en el nivel de preescolar, junto con el análisis y evaluación del instrumento utilizado para planeación diaria.

En ese sentido, Puentes & García (2019, p. 160) lograron concluir que:

1. El PEI es la estructura básica para la construcción de planes de estudio pertinentes, al igual que el reconocimiento y caracterización de los agentes que

intervienen en él. De ahí que, las prácticas pedagógicas que se desarrollan en la I.E Mi Pequeño Mundo, deben ser replantadas desde el contexto, y así, a través de ellas integrar y desarrollar competencias, logrando entonces el fortalecimiento del aprendizaje significativo.

2. La secuencia didáctica es una herramienta metodológica idónea para el desarrollo de Proyectos Pedagógicos de Aula, ya que, “resulta pertinente para el desarrollo de actividades concebidas desde la no linealidad, integrales y transformadoras de las prácticas educativas” (Puentes & García, 2019, p. 160).
3. El pensamiento complejo, a través de sus orientaciones educativas y más precisamente, desde la concepción de currículos no lineales y la implementación de Proyectos Pedagógicos de Aula, facilitan la interdisciplinariedad y permiten visualizar el proceso educativo como un evento diferente a la simple imposición de contenidos aislados. En su lugar, presenta la educación como una red que busca la formación de niños y niñas en las competencias necesarias para solucionar problemas de su entorno.

Así que, Puentes & García (2019) mediante la reestructuración de los Proyectos Pedagógicos de Aula (P.P.A.), presentan elementos teóricos y metodológicos necesarios para llevar a cabo la articulación real entre los contenidos del plan de estudios y el contexto, en el nivel educativo inicial (preescolar). Sin embargo, el enfoque metodológico utilizado tan solo aborda la secuenciación de los P.P.A. con el contexto, de manera que, deja a un lado la articulación natural del plan de aula con el contexto. En ese sentido, Puentes & García (2019) aportan a este trabajo, elementos teóricos y metodológicos para el desarrollo eficaz de los P.P.A., y a su vez intensifica la necesidad de articular los contenidos del plan de estudios, a fin de que los P.P.A propuestos sean pertinentes y faciliten la concreción del plan de estudios, junto con el desarrollo del aprendizaje significativo.



A escasos treinta años de la Ley General de Educación. El plan de estudios de matemáticas resguarda los vestigios de los programas de 1974. Tal como el profesor Vasco lo narra:

El currículo prescrito de 1974 se volvió el currículo enseñado y evaluado en los grados sexto a undécimo, hasta el punto de que –a pesar de haber perdido su obligatoriedad en 1994 con la Ley General de Educación– hasta el día de hoy puede decirse que persiste grabado en la memoria de los docentes: aritmética en sexto y séptimo, álgebra en octavo y noveno (con la casi total desaparición de la geometría euclidiana), geometría analítica y trigonometría en décimo, y cálculo diferencial en undécimo. Como lo expresó un conocido educador, psicólogo y lingüista, Juan Carlos Negret, ya bien entrado el siglo XXI: “el programa de 1974 no existe, pero sí insiste.”(Vasco, 2018, pp. 224–225)

En tal sentido, esta investigación se construye bajo el claro propósito de propiciar la reconceptualización de las matemáticas escolares, a través de la concepción del plan de estudios como un ente vivo, dinámico, y no lineal. Retomando la visión sistémica propuesta por el profesor Vasco, e incorporando en ella, grados de libertad y autonomía, desembocando en una estructura en forma de red compleja, que posibilita el acercamiento a una nueva perspectiva de carácter general sobre el plan de estudios.

Esta investigación resulta relevante debido a la inexistencia de un plan de estudios en forma de red, articulado y de carácter global, dado que, en la mayoría de los contextos educativos colombianos prevalecen los planes de estudio secuenciales y lineales. Además, resulta ser promotor de la indisciplinarización del conocimiento, planteando nuevas formas de abordar los contenidos y, en consecuencia, adaptando la normativa educativa al contexto y necesidades locales, en el sentido de que materializa la autonomía curricular promulgada en la Ley General de Educación (1994) y a su vez favorece el aprendizaje significativo de los estudiantes.

Fundamentos Teóricos

Referente Legal

Conforme al marco jurídico colombiano y concretamente de acuerdo con la Ley General de Educación (Ley 115, de 1994), capítulo 2: Currículo y Planes de Estudio, artículo 77, las instituciones de educación formal del país tienen la facultad para modificar los planes de estudio de las áreas obligatorias. No obstante, estas alteraciones deben ceñirse al Proyecto Educativo Institucional (PEI) adoptado por el centro educativo y, a los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Específicamente, el mencionado artículo establece que:

Dentro de los límites fijados por la presente ley y el proyecto educativo institucional, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional. (Congreso de República de Colombia, 1994, p. 17)

Por consiguiente, es necesario aclarar el concepto de “educación formal”, empleada en esta norma, el artículo 10 precisa este concepto, de la siguiente manera: Se entiende por educación formal aquella que se imparte en establecimientos educativos aprobados, en una secuencia regular de ciclos lectivos, con sujeción a pautas curriculares progresivas, y conducente a grados y títulos. (Congreso de República de Colombia, 1994, pp. 3–4)

A partir de aquí, se establecen los niveles de educación formal, ofertados en el país y consignados en el **artículo 10**. (Congreso de República de Colombia, 1994):

La educación formal a que se refiere la presente Ley se organizará en tres (3) niveles:



- a) El preescolar que comprenderá mínimo un grado obligatorio;
- b) La educación básica con una duración de nueve (9) grados que se desarrollará en dos ciclos: La educación básica primaria de cinco (5) grados y la educación básica secundaria de cuatro (4) grados.
- c) La educación media con una duración de dos (2) grados. (1994, p. 3)

La educación formal en sus distintos niveles tiene por objeto desarrollar en el educando conocimientos, habilidades, aptitudes y valores mediante los cuales las personas puedan fundamentar su desarrollo en forma permanente.

Por otro lado, respecto a las áreas obligatorias y fundamentales, el artículo 23 de esta ley, señala lo siguiente:

Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:

1. Ciencias naturales y educación ambiental.
2. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.
3. Educación artística.
4. Educación ética y en valores humanos.
5. Educación física, recreación y deportes.
6. Educación religiosa.
7. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.
8. Matemáticas.
9. Tecnología e informática.

En adición a lo anterior, una vez vigente la Ley General de Educación, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) “abandona el rol de diseñador de un currículo nacional para asumir



el de orientador y facilitador de ambientes de participación en los cuales las comunidades educativas despliegan su creatividad y ejercen la autonomía como condición necesaria para que haya un compromiso personal e institucional con lo que se hace y se vive en las aulas”.(Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 3)

Dicho de otra manera, a partir de ese momento, el Ministerio de Educación Nacional propone paulatinamente nuevos elementos teóricos y metodológicos que pretenden actualizar la estructura curricular de la educación en el país, algunos ejemplos de este proceso lo son: Lineamientos Curriculares (1998), Estándares Básicos en Competencias (2006), Orientaciones Pedagógicas (2008), Derechos Básicos de Aprendizaje (2015) y Matriz de Referencia (2015).

Lineamientos Curriculares en Matemáticas

En pocas palabras, estas orientaciones tienen que ver con “la reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones pedagógicas, sobre una nueva visión del conocimiento matemático escolar, sobre distintas posibilidades de organizar el currículo y sobre la evaluación”(Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 4)

El punto de partida de estos referentes tiene su fundamento en los avances logrados en la Renovación Curricular, principalmente sobre el Enfoque de Sistemas y el papel que juega su conocimiento en la didáctica. En ese sentido, “el enfoque de estos lineamientos está orientado a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana”.(Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 7).

Bajo este enfoque, junto con un contexto de descentralización educativa y ejercicio de la autonomía curricular,

se puede inferir la diferencia entre el currículo nacional que ofrecía el MEN hasta cuatro años y los lineamientos actuales. Los programas por áreas señalaban las temáticas, las metodologías recomendadas y las evaluaciones más viables. Ahora los lineamientos buscan incrementar la formación de quienes hacen currículo y de quienes asesoran a las instituciones educativas para que lleven a cabo sus procesos curriculares dentro del Proyecto Educativo Institucional. Deben servir de orientación, pero no reemplazan a los docentes en las decisiones que les corresponde tomar en asuntos como contenidos, metodologías y estrategias para la participación. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 7).

Por consiguiente, se establecen cuatro referentes para tomar decisiones relacionadas con la elaboración, el desarrollo y la evaluación del currículo, a saber: Una reflexión sobre diferentes concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas; Elementos que inciden en una reconceptualización de la educación matemática hoy; Una nueva visión del conocimiento matemático en la escuela y Hacia una estructura curricular.

Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas

Como preámbulo, entendamos la concepción de estándares básicos de competencias empleada por el Ministerio de Educación Nacional, el cual precisa que:

“los estándares básicos de competencias constituyen uno de los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo y la evaluación externa e interna es el instrumento por excelencia para saber qué tan lejos o tan cerca se está de alcanzar la calidad establecida con los estándares”. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 9).

En este orden de ideas, es necesario puntualizar a qué hace referencia el concepto calidad educativa, empleado por el MEN (Ministerio de Educación Nacional, 2006), desde este



punto de vista, “se trata de un concepto complejo, dada la naturaleza de la tarea educativa, la diversidad de actores involucrados y la multiplicidad de factores que la afectan”(2006, p. 8). No obstante, la noción de calidad aquí empleada se desarrolla a través de la identificación de los “distintos factores asociados con la calidad: el currículo y la evaluación, los recursos y prácticas pedagógicas, la organización de las escuelas y la cualificación docente” (2006, p. 9), alejándose de esa visión limitante y exclusiva, en la cual el eje central es el rendimiento académico de los estudiantes.

Análogamente al papel desempeñado por los lineamientos curriculares, los estándares básicos en competencias establecen

unos referentes comunes que, al precisar los niveles de calidad a los que tienen derecho todos los niños, niñas y jóvenes de nuestro país –independientemente de la región a la cual pertenezcan–, orienten la búsqueda de la calidad de la educación por parte de todo el sistema educativo (Ministerio de Educación, Secretarías, instituciones, actores escolares)(Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 19).

Así pues, el Ministerio de Educación Nacional (2006) define un estándar como:

Un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media, especificando por grupos de grados (1 a 3, 4 a 5, 6 a 7, 8 a 9, y 10 a 11) el nivel de calidad que se aspira alcanzar. (p. 11)

En este orden de ideas, los estándares básicos de competencias se constituyen en una guía para:

- El diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula;



- la producción de los textos escolares, materiales y demás apoyos educativos, así como la toma de decisión por parte de instituciones y docentes respecto a cuáles utilizar;
- el diseño de las prácticas evaluativas adelantadas dentro de la institución;
- la formulación de programas y proyectos, tanto de la formación inicial del profesorado, como de la cualificación de docentes en ejercicio.

Igualmente, los estándares se constituyen en unos criterios comunes para las evaluaciones externas. Los resultados de estas, a su vez, posibilitan monitorear los avances en el tiempo y diseñar estrategias focalizadas de mejoramiento acordes con las necesidades de las regiones e, incluso, de las instituciones educativas. (2006, p. 11)

En cuanto a su estructura, como ya se indicó arriba, “Los estándares están formulados de forma que sea posible orientar a las instituciones educativas a definir los planes de estudio por área y por grado, buscando el desarrollo de las competencias en el tiempo”. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 14). Lo anterior,

Con el fin de permitir un desarrollo integrado y gradual a lo largo de los diversos niveles de la educación, los estándares de cada área se expresan en una secuencia de complejidad creciente y se agrupan en grupos de grados, estableciendo lo que los estudiantes deben saber y saber hacer al finalizar su paso por ese grupo de grados, así: de primero a tercero, de cuarto a quinto, de sexto a séptimo, de octavo a noveno, y de décimo a undécimo.

Ello no significa que no se puedan superar. Es tarea de todas las instituciones educativas velar por que sus planes de estudio y las estrategias que se empleen contemplen, como mínimo, el logro de estos estándares en dichos grupos de grados y ojalá los superen conforme a las particularidades de sus proyectos educativos institucionales y sus orientaciones pedagógicas. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pp. 14–15)



Por último, continuando con la incorporación de la visión pragmática e instrumental del conocimiento matemático, en la cual se utilizaban los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas como herramienta eficaz mediante el cual se llevan a la práctica determinados tipos de pensamiento lógico y matemático dentro y fuera de la institución educativa. Se anexa la terminología actual de las competencias, junto con “la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Gowin, y la de la enseñanza para la comprensión de Perkins, Gardner, Wiske y otros”(Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49).

Esta reinterpretación de los lineamientos curriculares, propician la significatividad del aprendizaje, ya que este no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se extiende a su inserción en prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia. De la misma manera, la comprensión del aprendizaje se entiende explícitamente como relacionada con los desempeños de comprensión, que son actuaciones, actividades, tareas y proyectos en los cuales se muestra la comprensión adquirida y se consolida y profundiza la misma.

Así que, la renovada noción de competencia establece el aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo, ya que, define como competencia, al conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49).

De modo que,

en la enseñanza enfocada a lograr este tipo de aprendizaje no se puede valorar apropiadamente el progreso en los niveles de una competencia si se piensa en ella en un sentido dicotómico (se tiene o no se tiene), sino que tal valoración debe entenderse como la posibilidad de determinar el nivel de desarrollo de cada competencia, en progresivo crecimiento y en forma relativa a los contextos institucionales en donde se desarrolla. Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea,

sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 49).

Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas

Continuando con la actualización curricular, se presentan los Derechos Básicos de Aprendizaje (2015) como “un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once” (2015, p. 1). Concretamente, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), en su conjunto, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo.

Por otro lado,

los DBA se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para construir rutas de enseñanza que promueven la consecución de aprendizajes año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados. Sin embargo, es importante tener en cuenta que los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular y estos deben ser articulados con los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) materializados en los planes de área y de aula. Los DBA también constituyen un conjunto de conocimientos y habilidades que se pueden movilizar de un grado a otro, en función de los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Si bien los

DBA se formulan para cada grado, el maestro puede trasladarlos de uno a otro en función de las especificidades de los procesos de aprendizaje de los estudiantes. De esta manera, los DBA son una estrategia para promover la flexibilidad curricular puesto que definen aprendizajes amplios que requieren de procesos a lo largo del año y no son alcanzables con una o unas actividades.(Ministerio de Educación Nacional, 2015, p. 46)

Referentes Teóricos

El Plan de Estudios de Matemáticas como sistema complejo

A partir del año 1978, Carlos Eduardo Vasco Uribe como asesor del Ministerio de Educación Nacional, empezó a darle un marco más general a los planes de estudio de matemáticas desde la teoría general de sistemas (TGS)(Molano Camargo, 2011, p. 178), presentando una construcción general para el plan de estudios, desde primero hasta once, consiguiendo la agrupación de contenidos por sistemas matemáticos, con su estructura y su dinámica, de modo que la habitual ruptura conceptual en el paso de un grado a otro fuese suprimida. Desde esta perspectiva, el profesor Vasco dio origen a la comprensión del programa de matemáticas bajo la visión sistémica.

Después, cuando transcurría el año de 1998, el Ministerio de Educación Nacional, en su rol de orientador curricular, propuso por medio de los Lineamientos Curriculares, amplificar la visión sistémica de Vasco, otorgando mayor relevancia sobre los procesos, siempre que los sistemas fueran concebidos como herramientas conceptuales subordinadas al desarrollo del pensamiento matemático(Molano Camargo, 2011). En este punto, se vinculó el desarrollo de cada tipo de pensamiento (numérico, espacial, métrico, aleatorio, variacional) a un único sistema.

Explícitamente, el enfoque sistémico de Vasco (1985) plantea el acercamiento a las distintas regiones de las matemáticas, los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, la misma lógica y los conjuntos, mediante la comprensión de totalidades



estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones (1985, p. 49). De la misma manera, concluye con la superposición de sistemas, ya que, la interacción conjunta entre estos posibilita el desarrollo e integración de pensamientos.

De acuerdo con la Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia (2005),

Al introducir el concepto de pensamiento matemático como un eje central sobre el cual estructurar el currículo de matemáticas, se trata de mostrar la importancia del desarrollo de un currículo centrado en los procesos de conceptualización de los alumnos que los lleven a la construcción de un pensamiento ágil flexible con sentido y significado para su vida cotidiana integrada unidades complejas que le brindan autonomía intelectual, y sobre todo que se logre la formación de un ciudadano con la cultura matemática mínima que le permita mejorar su calidad de vida (2005, p. 11)

Por lo anterior, la filosofía de la matemática se ha decantado hacia el estudio cuasiempírico de la actividad matemática (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de las matemáticas en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder), considerando la matemática como un subsistema cultural (Guzmán, 2007, p. 25).

Hecha esta precisión, y en concordancia con la definición de sistema complejo empleada por García (2006), donde se establece que un “sistema complejo es una representación de un recorte de esa realidad conceptualizado como una totalidad organizada (de ahí la denominación de sistema) en la cual los elementos no son separables y por tanto no pueden ser estudiados aisladamente”(2006, p. 21)

Así que, iniciando con la visión sistémica del plan de estudios propuesta por Vasco y adoptada por el Ministerio de Educación Nacional, y potenciada a través de los procesos de conceptualización inherentes al pensamiento matemático, junto con la concepción de la matemática como un subsistema cultural, esto conlleva a realizar cambios estructurales del



aprendizaje como la transformación del mundo, esto es, “complejizar la educación”(Maldonado, 2019).

Educación y Ciencias de la Complejidad

De acuerdo con Maldonado (2019), “la complejidad de la educación consiste exactamente en complejizar el sistema educativo”(2019, p. 46). Desde este punto de vista, equivale a cambiar las estructuras de aprendizaje, concretamente, se refiere a la supresión de los programas y currículos, habitualmente secuenciales y lineales, que no permiten ni admiten sorpresas, es decir, obstaculizan el aprendizaje. Ya Davis y Sumara (2006) exponían de manera explícita la necesidad de transformar la educación, y no simplemente de mejorarla o hacerla más eficiente. Por el contrario, exhortan al cambio a través de la reflexión y profundización sobre las contribuciones que las ciencias de la complejidad permiten en contextos de crisis y en tiempos de fluctuaciones.

Precisamente, la matemática es fuente de luz en la oscuridad, ya que, ella “misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante: de manera dinámica y hasta turbulenta en sus propios contenidos y aun en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento”(Guzmán, 2007, p. 21), esta característica le confiere libertad sobre la actividad matemática, convirtiéndola en una actividad que no puede ser de abordaje sencillo. De hecho, la existencia de grados de libertad exige una educación “modo complejo” para su conocimiento(Maldonado, 2020).

En síntesis, este acto de liberación es producto de la indisciplina y autonomía del conocimiento, en el sentido que destroza la división y jerarquización de los conocimientos, permitiendo observar sin dificultad alguna, capacidades de adaptación, emergencias y características no lineales, conduciendo a la educación hacia un fenómeno de complejidad creciente(Maldonado, 2017).



En la presente sección, continuamos con una breve descripción sobre algunos de los puntos cruciales que forjaron el origen de la ciencia de las redes, poniendo en contexto y justificando su importancia, al mismo tiempo que concluye con una síntesis a manera de definición lo que es una red compleja, aun cuando no hay definición concreta y que obedece a un gran trabajo investigativo. Luego, se describe detalladamente las particularidades que poseen las redes de información. Seguidamente se dispone de algunas de las propiedades estructurales más relevantes y usadas en el estudio y caracterización de las redes complejas. Y finalmente terminamos exponiendo dos de las propiedades topológicas de mayor trayectoria e interés científico: el fenómeno del mundo pequeño y las redes libres de escala.

Redes Complejas.

El estudio de las redes se remonta a los orígenes de la Teoría de Grafos, cuando como por arte de magia Leonhard Euler resolvió el mítico problema de los siete puentes de Königsberg en 1736, ya que hablar de redes es simplemente hablar de grafos, pues “un grafo es una de las representaciones que admite una red; y a la inversa una red es a su vez una clase, una interpretación o una instancia empírica de un grafo”(Reynoso, 2011, p. 26). En cualquier caso, fuese cual fuera su origen lo realmente importante es, cuándo se transformó en una ciencia y qué la hace tan interesante, pues bien, esta parte se la debemos a la reciente adición de los físicos a un campo conocido como análisis de redes sociales o ARS en los auspicios del siglo XXI, que poco a poco atrajo a profesionales de diversas áreas, haciendo de ella una ciencia interdisciplinaria que permite ver el mundo de manera distinta, al igual que faculta el replanteamiento de cuestiones pasadas, ya que, las redes nos rodean y particularmente

somos nosotros, como individuos, las unidades de una red de relaciones sociales de diferentes tipos y, como sistemas biológicos, el resultado delicado de una red de



reacciones bioquímicas. Las redes pueden ser objetos tangibles en el espacio euclidiano, como redes eléctricas, internet, autopistas o sistemas de metro y redes neuronales. O pueden ser entidades definidas en un espacio abstracto, como redes de conocidos o colaboraciones entre individuos (Boccaletti et al., 2006, p. 175).

En definitiva, mapear nuestra la realidad y descubrir lo que ocultan esa maraña de conexiones no resulta ser una labor tan descabellada; así pues, tenemos ante nosotros, una de las mejores herramientas para el análisis de sistemas complejos.

Dicho lo anterior, la nueva ciencia de las redes hace parte de las denominadas ciencias de la complejidad, donde la conjugación entre grafos y complejidad llegan a ser mucho más que la suma de sus partes, siendo el estudio de redes “uno de esos métodos analíticos, una especie de modelado *down to top* que permite pasar de los niveles individuales a las agrupaciones colectivas menos conflictivamente que otros formalismos”(Reynoso, 2008, p. 3), debido a que

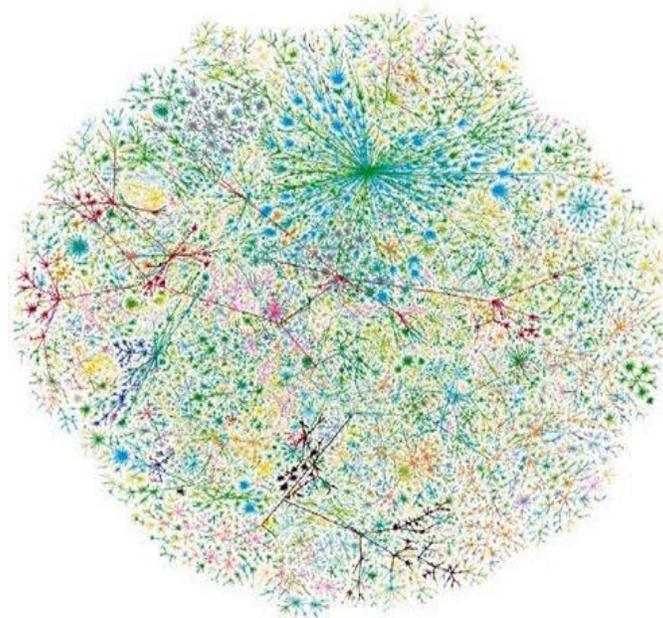
selecciona ciertos aspectos de la realidad y deja de lado otros, pero en esto no hay diferencia entre un tratamiento modelado y otro discursivo; en estas y otras técnicas de modelado la idea no es reproducir el fenómeno complejo hasta los últimos detalles, sino proporcionar resultados acordes con las suposiciones realizadas, permitiéndonos tratar reflexivamente con las implicancias de nuestras opiniones (Reynoso, 2008, p. 3) es decir, representaciones sencillas pueden llegar a explicar perfectamente el funcionamiento del sistema, llegados a este punto surge un nuevo interrogante, cuándo una red es compleja o mejor, qué hace que una red se torne compleja.

Partamos, pues, una vez más, en busca de respuestas, empezaré por decir que en el pasado, antes de que surgiera todo el revuelo que he relatado, el estudio de las redes, principalmente sociales fue de alguna manera “estático y limitado”, debido a que únicamente se analizaban estructuras invariantes, al mismo tiempo que reducidas, pues la disponibilidad y procesamiento de la información a la que tenemos acceso en la actualidad escaseaba

enormemente durante siglo XX, principalmente como consecuencia de la ausencia de los ordenadores y demás mecanismos de la era digital; aun así hubo grandes avances, pero no los suficientes como para continuar únicamente por ese camino, dado que gran parte de las redes que abundan en todo el mundo están compuestas por miles y miles de elementos ver **Figura 1**, sin contar la diversidad y atributos que posee cada componente de la red, en cualquier caso, además del énfasis estructural del pasado se anexó a él un componente dinámico, cuya función es descifrar la evolución de las redes en el tiempo, y por consiguiente del sistema mismo, este enfoque es precisamente la novedad que permite considerar a las redes como “una parte integrante del sistema constituyente que se haya en evolución” (Duncan, 2006), por lo tanto, las cualidades descritas hasta el momento junto con la posibilidad de predecir comportamientos colectivos a partir de su estructura permiten resaltar los atributos que hacen de las redes, redes complejas. Finalmente, a continuación, veamos una primera definición que sintetice los argumentos expuestos hasta el momento.

Figura 1

Una visualización de la estructura de internet a nivel de "sistemas autónomos".



Nota. Imagen de Hal Burch y Bill Cheswick, cortesía de Lumeta Corporation. Adaptado de (Newman, 2003)

Definición: (Redes Complejas). Una red compleja R por lo general consiste en una gran colección de objetos relacionados de un cierto modo entre sí (condición suficiente, pero no necesaria), es decir, un grafo compuesto por un número significativamente grande de vértices que representa la diversidad de componentes presentes en el sistema particularmente complejo, al igual que una enorme cantidad de aristas encargadas de representar las múltiples relaciones entre dichos vértices, en otras palabras es un mapa capaz de materializar la estructura de conectividad de los elementos del sistema, con la particularidad de borrar o crear nuevos vértices o aristas según sea el caso, esto es, conexiones y elementos variables que surgen a partir de la retroalimentación del sistema con su entorno, en ese sentido hablamos de una red con el poder de evolucionar a través del tiempo, compuesta de múltiples relaciones dinámicas y no lineales entre elementos heterogéneos.

Tipos de Redes.

Queda todavía un hilo del que aún no tiramos lo suficiente, para colmo, lo que se halla al final de él, explica concretamente el uso recurrente de las redes en el desciframiento del mundo real, específicamente se trata de la definición de grafo, pues su generalidad representa quizás la mayor fortaleza del estudio de las redes, debido a que topológicamente dos sistemas completamente distintos pueden poseer estructuras similares que a su vez permiten encontrar características aparentemente universales en la mayoría de las redes, como por ejemplo el fenómeno del mundo pequeño y la distribución de grados libres de escala, por citar algunos, lo cual posibilita la segmentación de las redes a partir de propiedades comunes. Del mismo modo conviene mostrar la popular categorización de las redes sugerida por Mark E. J. Newman en (2003), la cual reúne y agrupa la mayoría de las investigaciones realizadas hasta ese momento desde diferentes áreas del conocimiento en cuatro grupos, redes sociales, redes de



interés para nuestros objetivos.

Redes de información.

Las redes de información o redes de conocimiento como suelen llamarse son obtenidas mediante bases de datos formales, uno de los ejemplos clásicos de redes de información es la red de citas entre artículos científicos, donde los artículos más recientes siempre citan artículos anteriores y nunca ocurre lo contrario, es decir, poseen una orientación que restringe la creación de ciclos, en ese sentido cada vértice representa un artículo y cada arista se convierte en un arco, pues la estructura que refleja la información almacenada en los vértices representa un digrafo acíclico, por consiguiente, la idea de almacenar información es la responsable del renombramiento de la red como una red de conocimiento, un último ejemplo es la Word Wide Web, en cuyo caso los vértices representan páginas web y los arcos son los hipervínculos entre cada página, ahora el resultado es un digrafo con presencia de ciclos, ya que a medida que evoluciona la red, es muy probable que algunos nuevos sitios establezcan conexiones con algunos que disponían de alguna conexión entre ellos.

Estructura de las Redes Complejas: Fenómeno del mundo pequeño

Recordemos que hasta el momento el culmen en el desarrollo de la nueva ciencia de las redes está en el hallazgo de propiedades aparentemente universales, fruto del esfuerzo desmedido empleado en la caracterización topológica de redes reales, específicamente porque fue ese su primer enfoque, ya que,

la estructura de una red real es el resultado de la evolución continua de las fuerzas que la forman, y ciertamente afecta la función del sistema. De modo que esta etapa de investigación estuvo motivada por la expectativa de que la comprensión y el modelado de la estructura de una red compleja conducirán a un mejor conocimiento de sus



mecanismos evolutivos y a un mejor aprovechamiento de su comportamiento dinámico y funcional (Boccaletti et al., 2006, p. 178).

En todo caso, aunque el camino ha sido arduo y complicado como se esperaba que fuese y aunque no ha sido posible corroborar formalmente algunos de esos supuestos, los hallazgos hechos hasta el momento no dejan de sorprender. Una vez hecha esta precisión, debo agregar que “el estudio de las redes complejas puede ser dividido en dos grupos, estructura y dinámica” (Aldana, 2006, p. 9), siendo particularmente el primero de ellos, la orientación que sigue esta revisión, pues como se ha mencionado en reiteradas ocasiones, se trata de una nueva ciencia, y como podría esperarse, gran parte de los avances presentados hasta el momento aún continúan en discusión, es por ello que hemos decidido centrar nuestra atención en el componente estructural. Dicho lo anterior, se presentan a continuación algunas de las propiedades o conceptos necesarios para la comprensión del fenómeno unificador bajo el cual se ha enmarcado esta investigación, el fenómeno del mundo pequeño.

El fenómeno del mundo pequeño.

Es una característica inherente a una inmensa cantidad de sistemas. Significa que a pesar de que una red esté compuesta por un gran número de vértices, la distancia media de la red alcanza valores pequeños y el coeficiente medio de agrupamiento obtiene valores altos. Por otro lado, su nombre obedece a una serie de circunstancias que me permitiré narrar a continuación.

Durante el siglo XX, específicamente en el seno de la comunidad sociológica de aquella época se rumoreaba que “el mundo, considerado como una red enorme de relaciones, era en cierto sentido pequeño, es decir, se podía llegar a establecer contacto con cualquier persona del mundo, a través de una red de amigos realizando solo unos pocos pasos” (Duncan, 2006, p. 39), afirmación que tiene su origen en la literatura, particularmente por el cuento titulado, *Láncszemek* (Cadenas) incluido en la colección *Minden másképpen Van* (Todo es diferente)



publicados en 1929 por el escritor húngaro *Frigyes Karinthy* (1887 – 1938), donde al parecer, se afirma la veracidad de la tesis que he mencionado, denominada el problema del mundo pequeño, “según se cuenta por aquella divertida historia de un cóctel en que dos personas que no se conocían de nada descubren que tienen un conocido en común y acaban exclamando: ¡Parece mentira lo pequeño que es el mundo!”(Duncan, 2006, p. 39).

Dentro de este contexto, estoy seguro de que todos alguna vez escuchamos la frase que he citado o en su lugar “El mundo es un pañuelo”, sin embargo, aunque la historia sobre el origen del nombre es amena, limita la esencia del problema, pues establece una conexión directa entre algún par de desconocidos, hecho que se deslinda de la idea inicial, debido a que se quiere probar que aun cuando “yo no conozca a nadie que le conoce a usted, aún conozco a alguien que conoce a otro alguien que conoce a alguien más que si le conoce a usted”(Duncan, 2006, p. 40). La diferencia está entonces en que estamos ante un problema global y no local, ya que nos enfrentamos a un comportamiento social que no puede ser descrito únicamente desde la perspectiva del individuo y al que Stanley Milgram (1933 – 1984) se acercó demasiado.

Milgram, un controversial psicólogo social que tuvo dos grandes ideas en su trayectoria profesional, a partir de las cuales se ganó el respeto y el odio de muchos. No digo, pues que solo hubiese tenido dos ideas en toda su vida, de hecho “es uno de los investigadores más creativos que ha dado la psicología social” (Maya, 2003, p. 1), pero solo dos de ellas alcanzaron un gran eco y tuvieron el suficiente revuelo. Una de ellas, el método del mundo pequeño como se suele nombrar en la mayor parte de los artículos científicos, publicado en 1967 en la revista *Psychology Today*, en el cual se expone un experimento muy curioso (Milgram, 2003). El ensayo consistió en repartir una serie de cartas a un grupo de 160 individuos en Estados Unidos, seleccionados al “azar” en las poblaciones de Boston y Omaha (Nebraska). Estos 160 individuos debían hacer llegar esas cartas a un único destinatario, un corredor de bolsa con domicilio en Sharon, Massachusetts y que trabaja en Boston. Sin

embargo, existía una única regla, los participantes solo podían enviar las cartas a alguien con quien se tutearan. No obstante, si conocían directamente al destinatario, podían enviársela directamente. Para cumplir con el objetivo, Milgram les proporcionó a los participantes información básica del destinatario: su nombre, dirección, estudios realizados, trabajo, etc. En últimas si no le conocían, debían enviarla a alguien que si conocieran y creyeran que de un modo u otro podían conocerlo o estar más cerca de él. Finalmente, solo 44 de las 160 personas que participaron completaron la tarea y se estimó una distancia promedio de 5,5 intermediarios antes de llegar al objetivo, resultado que sorprendentemente fue redondeado a seis.

Figura 2

Experimento de mundo pequeño



Nota. 44 cartas llegaron hasta el destinatario en Boston a través de una cadena de intermediarios. Algunas de ellas mostraban un progresivo acercamiento geográfico, mientras otras realizaban un salto directo desde el estado inicial hasta Massachusetts. La distancia promedio fue de 5,5 intermediarios. *Fuente:* (Beiró, 2013)

En definitiva, con el experimento de Milgram se obtuvieron dos asombrosas conclusiones. La primera, solo fueron necesarios un pequeño número de intermediarios para poner en contacto dos personas, es decir, se requiere de una distancia geodésica media muy pequeña. Y la segunda, un poco más de la mitad de las cartas que llegaron al destinatario, lo



hicieron a través de los mismos tres intermediarios, en otras palabras, existe un tejido social estrechamente conectado, que no es elegido al azar, por el contrario, presume la existencia de una comunidad preferencial que dependen de la identidad social del individuo.

Parece increíble, pero Milgram no fue quien acuñó la frase “Seis grados de separación” en su lugar fue Jhon Guare (1938–), un dramaturgo estadounidense que decidió escogerla como nombre para su obra estrenada en 1990, a quien se le adjudica esta odisea, no obstante, tres años después, llegó a las taquillas del cine una película bajo el mismo nombre, esta vez dirigida por el prestigioso director Fred Schepisi (1939–). Tal y como vemos, ambas son tan solo algunas de las evidencias del furor desencadenado con el experimento de Milgram, consideradas partes importantes de los antecedentes de la nueva ciencia de las redes.

Un corolario más es la contribución de Duncan J. Watts (1971–) y Steven Strogatz (1959–), un tropiezo fortuito que concluyó en uno de los dos artículos seminales de esta ciencia y motivó el siguiente. En principio ellos estaban interesados en la sincronía de osciladores biológicos, específicamente en el estudio de una especie particular de grillos, la *Oecantbus fultoni*, sin embargo, luego de unos años de arduo trabajo fueron arrojados en picado a una nueva investigación, el problema del mundo pequeño, con la esperanza de que pudiera asistirlos en su afán por taponar el agujero que habían descubierto. La aseveración hecha por Milgram les resultó muy utópica, pues la experiencia les decía todo lo contrario. Que dos personas cualesquiera estén conectados por medio de un puñado de intermediarios es difícil de creer y aún más de verificar, debido a que, por norma general, los amigos de alguien también son amigos entre sí, hecho que resulta redundante e impide un rápido flujo de información en la red, claro está, desde un panorama local del que ninguno de nosotros puede escapar. Y ese resultaba ser el problema, romper con esa localidad a la que la sociedad nos ha sometido a través de los contextos en los que nos desenvolvemos, no es nada fácil. En vista de ello, el mundo pequeño que Milgram había imaginado no resultó ser tan obvio como se preveía, pero



logró que ambos se preguntasen, “¿Qué llevaría a un mundo cualquiera, no solo al nuestro, a ser pequeño?” (Duncan, 2006, p. 44).

El modelo matemático elaborado por Watts y Strogatz no pretendía medir el mundo con extrema rigurosidad, tampoco intentaba construir una única red social, en su lugar la idea fue crear un tipo de red con espíritu de universalidad donde los detalles dejaran de importar y el objetivo central fuese someterla al yugo de la exactitud matemática y el cálculo mediante ordenadores, al mismo tiempo que incluyera cuatro elementos fundamentales.

El primero era que las redes sociales constan de muchos grupos que se solapan, imbrican coinciden o en parte, en cuyo interior están densamente conexiones y que se solapan en virtud de individuos que tienen múltiples relaciones de afiliación. El segundo era que las redes sociales no son objetos estáticos, sino que en ellas se forjan continuamente nuevas relaciones y las antiguas se abandonan. En tercer lugar, no todas las relaciones son igualmente probables. A quién conoceré mañana depende al menos en cierta medida de a quién conozco hoy. Pero el elemento era que a veces hacemos cosas que provienen por entero de nuestras preferencias y características intrínsecas, y que estas acciones, estos actos, pueden llevarnos a conocer nuevas personas que no tienen relación alguna con nuestras anteriores amistades (Duncan, 2006).

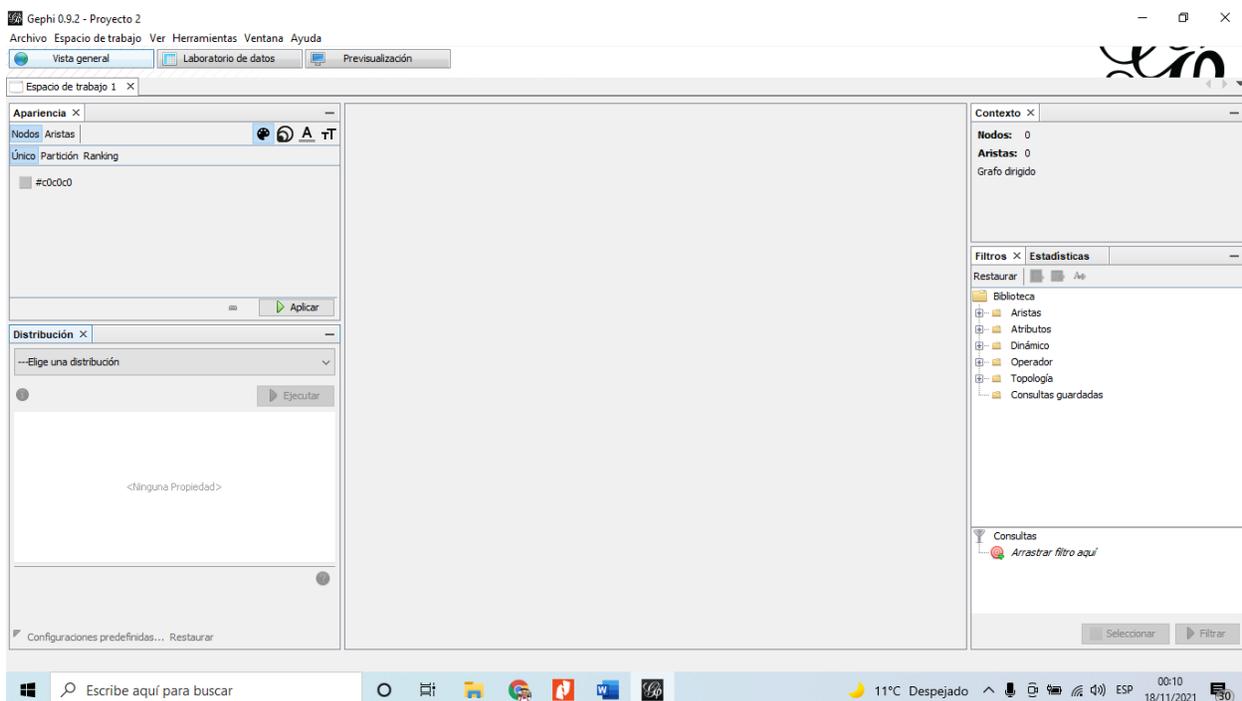
Software para Visualización y Análisis de Información con Estructura de Red

Gephi (Bastian, Heymann y Jacomy, 2009; Cherven, 2013; Heymann, 2014; Cherven, 2015) es un software de libre acceso y funciona en Windows, Mac OS y Linux. Fue presentado el 31 de Julio de 2008 como una plataforma para la visualización interactiva y la exploración dinámica de todo tipo de redes, sistemas complejos y grafos dinámicos y jerárquicos, cuyo objetivo principal es importar, explorar, manipular, analizar, filtrar, detectar comunidades y exportar grandes grafos y redes.

Por otro lado, la interfaz gráfica de Gephi es muy intuitiva y está compuesta por diferentes espacios de trabajo (Vista general, Laboratorio de datos, Previsualización, Panel de estadísticas, etc.) que interactúan entre sí, lo que permite una clara y sencilla vinculación entre la representación gráfica y la numérica del grafo con el que se trabaja. Una imagen de la interfaz se muestra en **Figura 3**.

Figura 3

Interfaz de Gephi versión 0.9.2



Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Elaborar una propuesta metodológica para articular y diversificar el plan de estudios de matemáticas en el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano.

Objetivos Específicos

- Identificar los contenidos del plan de estudios de matemáticas para el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en Colombia.
- Diseñar un modelo de plan de estudios de matemáticas, para el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo), fundamentado en el paradigma de la complejidad como herramienta para la articulación de contenidos.
- Analizar e interpretar los resultados obtenidos por el modelo.

Metodología de la Investigación

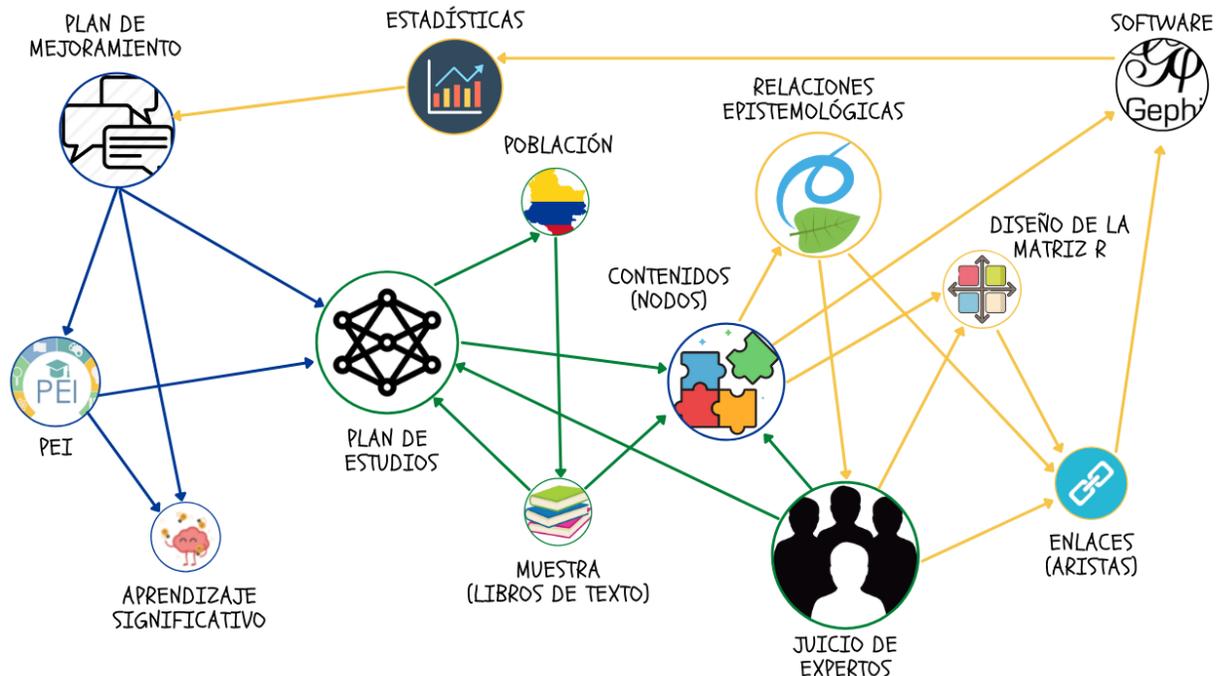
A partir de la concepción del plan de estudios como un sistema complejo y el significado del concepto interdisciplina adoptado por Rolando García, en el cual, la integración disciplinaria corresponde a un significado equívoco de este concepto y por el contrario corresponde a una “reconceptualización de las disciplinas” (García, 2006, p. 27). Se propone el paradigma de la complejidad como enfoque metodológico, ya que “la interdisciplina implica el estudio de problemáticas concebidas como sistemas complejos”(García, 2006, p. 33).

Tipo y Enfoque de la Investigación

Si bien es cierto que el enfoque dispuesto por los lineamientos curriculares en matemáticas es de tipo sistémico (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 6), el planteamiento propuesto para esta investigación complementa dicho enfoque a través del paradigma de la complejidad, ya que, lo que aquí se propone, es la concepción del plan de estudios como sistema complejo, es decir, como un ente vivo, articulado, no lineal, irreversible y dinámico. De ahí que, este fenómeno requiere de una metodología adecuada, de carácter interdisciplinario, que a su vez determine cuáles son las condiciones que debe reunir esta propuesta. En este sentido, esta metodología debe servir como instrumento de análisis de los procesos que tienen lugar en un sistema complejo y que explican su comportamiento y evolución como totalidad organizada (García, 2006, p. 67). Por lo anterior, esta investigación se desmarca de una investigación tradicional, ya que no puede ser categorizada como cualitativa o cuantitativa y, por el contrario, exige una propuesta metodológica acorde a la naturaleza del fenómeno. En la **Figura 4** se sintetiza la propuesta metodológica en mención.

Figura 4

Propuesta Metodológica para el diseño del plan de estudios en forma de red.



Universo de Estudio Población y Muestra

La presente investigación toma como punto de partida la educación básica del sistema educativo colombiano, concretamente el ciclo 3 (grados: sexto y séptimo) de educación y la asignatura de matemáticas. La elección de este nivel educativo frente a otros se debe, principalmente a dos factores. El primero, **adaptación**: corresponde a la transición entre niveles educativos, esto es, el ascenso de básica primaria a básica secundaria, y que, además, involucra los efectos producidos por la convergencia de estudiantes provenientes de contextos educativos diferentes; el segundo, **de abajo hacia arriba (perturbaciones iniciales)**: se trata de generar inversiones a futuro a través de perturbaciones sobre los estados iniciales del sistema educativo, particularmente en nuestro caso, sobre los grados sexto y séptimo, de manera que las intervenciones en dichos niveles permitan formar estudiantes con competencias básicas sólidas y permanentes.



En ese orden, los motivos de la elección del área de Matemáticas se deben, fundamentalmente, a la necesidad de convertir el plan de estudios en un ente vivo, dinámico y con capacidades de adaptación, de tal manera que los alumnos puedan aprender matemáticas según las necesidades que los atañen.

Población

Los objetos involucrados en este estudio corresponden a los contenidos matemáticos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional a través de los lineamientos curriculares para el ciclo tres (sexto y séptimo), a saber: Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje y Matriz de Referencia. Ciertamente, quienes han establecido la lista de contenidos que deben abordarse en estos niveles educativos, han sido las editoriales de textos escolares, ya que, de una u otra manera, precisaron y desplegaron la lista de los tópicos que se imparten día a día en las instituciones educativas del país.

Muestra

Así las cosas, se eligen doce (12) libros de textos correspondientes al ciclo 3, de los cuales cinco (5) son propios del grado sexto y cinco (5) son exclusivos del grado séptimo, los dos (2) restantes constituyen aquellos textos que involucran el ciclo completo, esto es, sexto y séptimo. Esta información puede verificarse en la **Tabla 1**.

En ese sentido, es preciso señalar que los libros de texto empleados para esta investigación pertenecen a seis (6) editoriales distintas y, además, hacen parte de ese conjunto de textos escolares denominados “populares” o de uso masivo, del mismo modo, es necesario aclarar que no se ha seguido ningún criterio específico para la elección de estos libros de texto, no obstante, se ha tratado de considerar una muestra representativa de las principales editoriales.

Libros de Texto Empleados en la Investigación.

Número	Grado	Nombre	Autor	Año	Editorial
1	Sexto	Postprimaria Matemáticas 6°	Ángela Duarte Pacheco; Eusebia Vega García;	2010	Ministerio de Educación Nacional
2	Séptimo	Postprimaria Matemáticas 6°	Juan Gabriel Duarte Pacheco; Yoana Carolina Martínez		
3	Sexto y Séptimo	Aritmética y Geometría Grados 6° y 7°	Carlos Prieto de Castro	2015	Gobernación de Antioquia
4	Sexto	Proyecto Saberes Matemáticas 6	Anneris del Rocío Joya Vega; Carlos David Sánchez; Ludwig Gustavo Ortiz Wilches; Marysol Ramírez Rincón; María Fernanda Dueñas Álvarez;	2016	Santillana Sistemas Educativos
5	Séptimo	Proyecto Saberes Matemáticas 7	Yamile Andrea Sabogal Reyes Anneris del Rocío Joya Vega; Óscar Javier Patiño; Lida Buitrago García; Yamile Andrea Sabogal Reyes; Ludwig Gustavo Ortiz Wilches; Marysol Ramírez Rincón; Carlos David Sánchez		
6	Sexto	Secuencias en Matemáticas 6	Janneth Carvajal Alvarado; Viviana Manrique Pérez;	2016	Editorial Libros y Libros
7	Séptimo	Secuencias en Matemáticas 7	Claudia Vargas Guerrero; Luis Alexander Castro		
8	Sexto	Taller Eureka Matemáticas 6	Alberto Suárez Olarte; Benjamín Plinio Rodríguez Sáenz;	2016	Ediciones Escolares Educativas
9	Séptimo	Taller Eureka Matemáticas 6	Luis Pompilio Beltrán Beltrán; Marco Antonio Rojas		
10	Sexto y Séptimo	Matemáticas para la Creatividad plus III	Mauro Montealegre Cárdenas	2018	Tiempos Ecológicos
11	sexto	Activamente 6	Carlos David Sanchez; Diana Lucia Dominguez Patiño;	2019	Santillana Sistemas Educativos

			Edwin Andrés Acero Gutierrez; José Omar Castaño León; Marysol Ramírez Rincón; Yamile Andrea Sabogal Reyes		
			Anneris Del Rocío Joya Vega Cristina Cruz Fonseca David Esteban Morales Suarez Diana Lucía Domínguez Patiño Jeinsson Giovanni Gamboa Sulvara		
12	Septimo	Activamente 7	Jeraldine Angulo Moreno Jhon Alexander Tami Buitrago José Omar Castaño León Martha Lucía Acosta de Guerrero Marysol Ramírez Rincón Oscar Javier Patiño Rincón Yamile Andrea Sabogal Reyes	2018	Santillana Sistemas Educativos

Obsérvese que esta muestra de libros de texto contempla diferentes editoriales y abarca un intervalo de fechas lo suficientemente amplio como para disponer de una muestra significativa de planes de estudio, ver **anexo 3**. Además, aunque es claro que, no existe diferencia notoria entre los planes de estudio propuestos por las distintas editoriales, si es evidente su correspondencia con los planes de estudio de 1974, ya que, tal como lo narra Vasco,

hasta el día de hoy, los programas de 1974 son los que siguen [como si estuvieran] vigentes, y desde el 94 no lo están [por la nueva Ley General de Educación]; pero son los que realmente se trabajan; es decir, hubo capacitación, los textos de las editoriales los adoptaron y mentalmente todavía la mayoría de los profesores de la secundaria los siguen; como dice Juan Carlos Negret: «Los programas del 74 ya no existen, pero sí insisten». Por ejemplo, en matemáticas, la gente sabe que se enseña aritmética en 6º y 7º, álgebra en 8º y 9º, y geometría analítica, trigonometría y cálculo en 10º y 11º. Desde el 94, o sea hace más de 15 años, no hay programas, pero esa sigue siendo la mentalidad de la gente (Molano Camargo, 2011, pp. 172–172).



Las estrategias metodológicas son producto de los objetivos específicos, que a su vez confluyen sobre el objetivo general, y en consecuencia, permiten responder a la pregunta problema que dinamiza la presente investigación. Por tanto, con el propósito de proponer un modelo articulado y diversificado del plan de estudios de matemáticas para el tercer ciclo de educación (sexto y séptimo) en el contexto colombiano, se diseña la siguiente estrategia:

Diseño y elaboración del plan de estudio en forma de red

Los objetos de este estudio son los contenidos matemáticos propuestos por las editoriales de textos escolares, que a su vez están fundamentados en aquellos contenidos básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados correspondientes al ciclo tres de educación escolar, permitiendo a los alumnos el logro de los objetivos y la adquisición de las competencias necesarias para el desarrollo del pensamiento matemático.

Así pues, denotamos por C el conjunto de contenidos, cuyo cardinal es 119 (**ver anexo 3**) y sintetiza la información presente en el **anexo 2**. Esta lista de contenidos se obtiene a partir de la agrupación de los planes de estudio propuestos por los libros de texto que hacen parte de la muestra de esta investigación. Una vez reunidos todos los contenidos, se comprobó que algunos contenidos poseían diferentes etiquetas, es decir, un contenido había sido nombrado de manera diferente en todos los libros. En este sentido, esta eventualidad se superó a través de la unificación de etiquetas, resultando entonces la lista definitiva de los contenidos.

Teniendo claro que el conjunto C representa la totalidad de los contenidos que han de aprender los estudiantes del ciclo tres de educación escolar. Es necesario aclarar que estos son a su vez los elementos (nodos) del plan de estudio articulado y diversificado en forma de red (grafo).

Por otro parte, es evidente que los elementos del conjunto C, poseen un “tipo de relación natural de aprendizaje entre contenidos, de carácter epistemológico, en el sentido de la

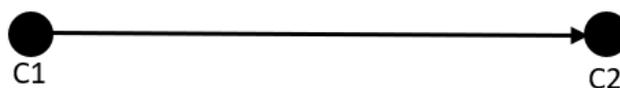
necesidad que supone para el entendimiento de un determinado contenido, el conocimiento de otros” (Martínez Zarzuelo, 2015, pp. 194–195). Este tipo de relación se ha convenido denominar “prerrequisito”.

Adicionalmente, las relaciones prerrequisito, encargadas de establecer las conexiones entre elementos del conjunto C , son producto de un análisis exhaustivo y completo sobre la secuenciación de los contenidos. El proceso de secuenciación es responsabilidad del comité científico y pedagógico, propio de cada una de las editoriales de textos escolares involucradas en este estudio. De ahí que, el enfoque establecido por estas incide directamente sobre las relaciones de tipo prerrequisito consideradas en esta investigación.

Debido a que las relaciones prerrequisito, exponen la necesidad del conocimiento de un contenido para el aprendizaje de otro, vale decir, que las conexiones entre elementos (nodos) de la red son direccionadas y, además no es posible la existencia de conexiones que unen un elemento consigo mismo, es decir, se trata de una red sin bucles. Con ello, es claro que, dados dos contenidos cualesquiera c_1 , c_2 , que pertenecen al conjunto de contenidos C , donde c_1 es prerrequisito de c_2 , puede representarse gráficamente tal y como se muestra en la **Figura 5**.

Figura 5

c_1 prerrequisito de c_2



Fuente: Elaboración Propia

De ahí que, la relación entre c_1 y c_2 sea comprendida matemáticamente como el par ordenado (c_1, c_2) , que a su vez es etiquetado como p_1 , siendo p_1 un elemento del conjunto P , el cual reúne cada una de las relaciones entre contenidos, es decir entre elementos del conjunto C . En este sentido se diseña la matriz cuadrada R de orden 119, la dimensión de la matriz R , obedece al cardinal del conjunto C , esto es, el número de contenidos seleccionados

en esta investigación. Para el establecimiento de relaciones de tipo prerrequisito entre contenidos, se han empleado variables booleanas, concretamente si el conocimiento de un contenido es necesario para el aprendizaje de otro, se asigna el valor de uno (1) y, en caso contrario, este valor es sustituido por cero. Puede verse una pequeña parte de la misma en la **Figura 6**.

Figura 6

Fragmento de la matriz generadora del grafo de estudio

Contenidos \ Contenidos	Valor absoluto de un número entero	Adición de números decimales	Adición de números enteros	Adición de fracciones
Valor absoluto de un número entero	0	1	1	1
Adición de números decimales	1	0	0	0
Adición de números enteros	1	1	0	1
Adición de fracciones	1	1	0	0
Ángulos	0	0	0	0

Por ejemplo, si elegimos el contenido “Valor absoluto de un número entero”, y validamos la necesidad del conocimiento de dicho contenido para el aprendizaje de: “Valor absoluto de un número entero”, “Adición de números decimales”, “Adición de números enteros” y “Adición de fracciones”, el resultado es la secuencia 0,1,1,1; con esto queda claro que “Valor absoluto de un número entero” es prerrequisito de “Adición de números decimales”, “Adición de números enteros” y “Adición de fracciones”. Así, con el método mencionado, se ha obtenido que el conjunto P consta de un total de 2183 aristas. La lista completa de aristas puede observarse en el **anexo 4**.

De este modo y, a fin de dilucidar el diseño y elaboración de la red dirigida, traemos a colación la definición matemática dispuesta para este tipo de objetos, técnicamente denominados digrafo. Un digrafo $D = (V; A)$ es una estructura combinatoria constituida por un conjunto de elementos, llamados vértices (conjunto de contenidos C), y una lista de pares

ordenados de esos elementos, llamados aristas (conjunto de relaciones entre contenidos P).

De esta manera, se define el digrafo $D=(C, P)$, generador del grafo de estudio.

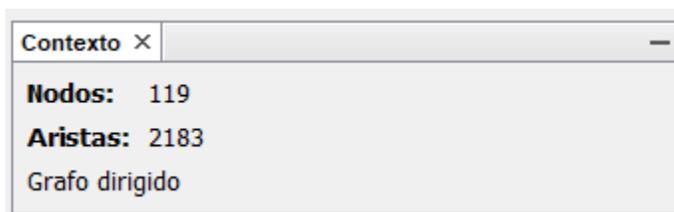
Importación de nodos y arcos desde Gephi

Una vez identificados los contenidos matemáticos y los pares ordenados de los mismos que definen el digrafo $D=(C, P)$ mencionado arriba. Se inicia el proceso de importación mediante el uso de la herramienta computacional Gephi. Para ser más específicos, dentro del amplio catálogo de paquetes de software utilizado para la visualización y análisis de información con estructura de red, se eligió Gephi debido a que se trata de una herramienta completa y adecuada a los propósitos de esta investigación, además es de fácil acceso y su interfaz es simple.

Dicho lo anterior, el proceso de importación de los datos resultó ser bastante sencillo, ya que se utilizó el fichero de Microsoft Excel con extensión CVS (Comma Separated Values) , en el que se había almacenado la información correspondiente a los vértices y arcos del digrafo D. El resultado de la importación puede verse en la **Figura 7**.

Figura 7

Tamaño y grado de la red de plan de estudios



Nota. Captura tomada de la interfaz de Gephi 0.9.2

Técnicas e Instrumentos de Investigación

Técnicas.

- Recolección de información a partir de propuesta de plan de estudio establecidas en los textos escolares.



- Síntesis documental: permite la construcción de marcos de comprensión para la investigación a partir de la lectura de los referentes bibliográficos.
- Relación natural de aprendizaje entre contenidos, de carácter epistemológico (prerrequisitos).
- Resumen y síntesis de información mediante ordenadores lógicos, mapas conceptuales, mapas mentales, redes.

Instrumentos.

- Plan de estudios propio de cada editorial.
- Matriz R, de relaciones tipo prerrequisito entre contenidos.
- Software Gephi versión 0.9.2 201709241107.
- Herramientas ofimáticas como Microsoft Word y Excel.
- Canva como herramienta de apoyo para el diseño gráfico de estructuras.

Análisis y discusión de resultados

De acuerdo con la ruta metodológica propuesta para el diseño y elaboración del plan de estudio en forma de red. Se infiere que la red corresponde a un grafo dirigido, también llamado digrafo, por consiguiente, el conjunto de nodos está compuesto por los contenidos matemáticos considerados en esta investigación, es decir, los conocimientos matemáticos propios del ciclo tres de educación básica secundaria y, el conjunto de arcos compuesto por todos los pares ordenados de esos contenidos que definen la relación de “prerrequisito” establecida en tal conjunto de contenidos.

De esta manera, una vez elaborada la red del plan de estudios, esto es, la realización de una síntesis de este, a fin de especificar y comprender sus emergencias, describir su estructura y, en consecuencia, presentar el plan de estudios en forma de red como un componente esencial para la formulación de un plan de mejoramiento que influya directamente sobre la reconceptualización de las matemáticas en el entorno escolar.

Análisis de Resultados

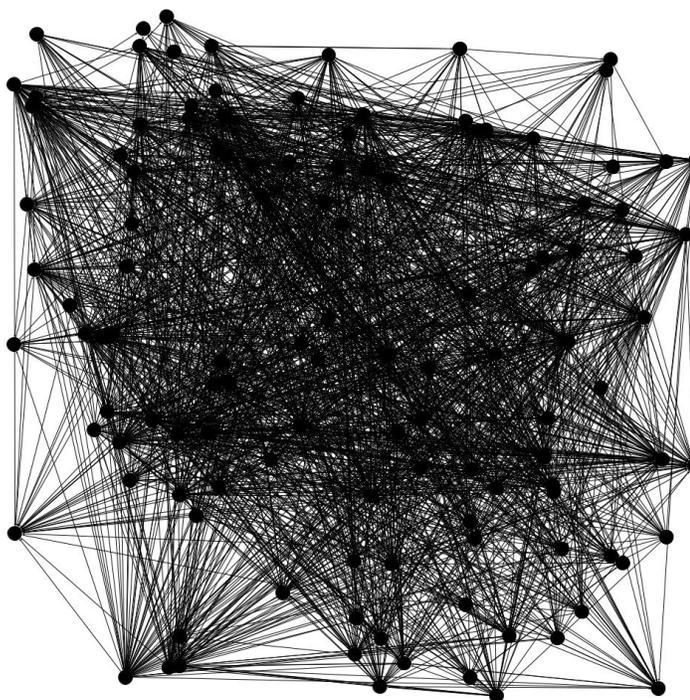
Visualización Inicial del plan de estudios en forma de red.

La representación gráfica de la información mediante redes ofrece una visión panorámica de la riqueza oculta en el interior de los datos, ya que, a diferencia de los métodos tradicionales, visualiza información en lugar de datos. No en vano dice el adagio popular “una imagen vale más que mil palabras”, y es precisamente aquí donde prosperan, ya que, una adecuada visualización de la información puede convertirse en la base para el conocimiento.

Es por ello que iniciamos la presentación de los resultados obtenidos a través de la síntesis del plan de estudio con unas primeras visualizaciones del mismo. Para ello, tal como se indicó en la metodología se hace uso del software Gephi. Una vez importados los datos, el software genera de manera automática la **Figura 8**.

Figura 8

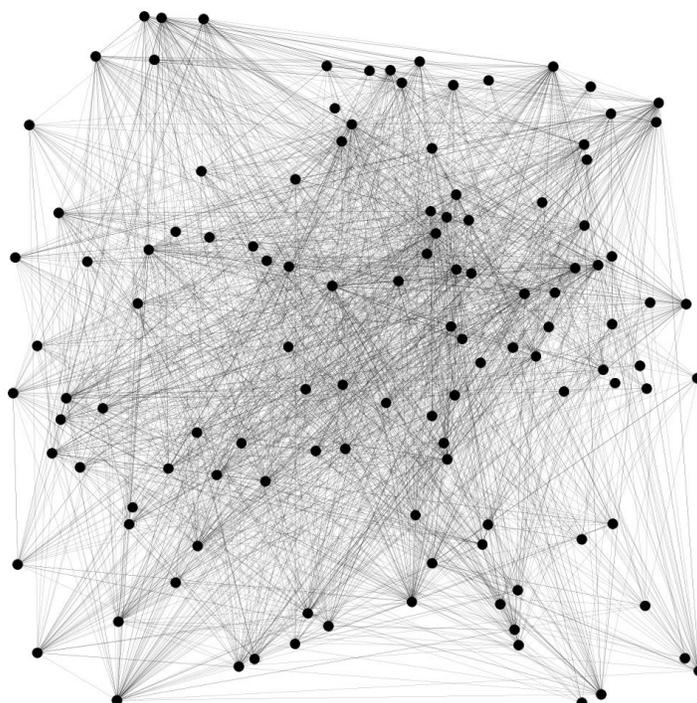
Primera Visualización del Plan de Estudios de Matemáticas en forma de Red.



Como puede observarse algunos nodos de la red se encuentran superpuestos, así que, haciendo uso del algoritmo *Distribución Aleatoria*, seguido de *Noverlap*, incluidos dentro del paquete de plugins del software. Conseguimos que los nodos sean ubicados de manera aleatoria y además que no se superpongan. Además, dado que el grosor de las aristas viene predeterminado como 1.0 en el software y que este hecho no permite una mayor visualización de los nodos, por ello se ha disminuido el grosor de las aristas a 0.3. El resultado puede verse en la **Figura 9**. A partir de esta visualización se puede percibir el gran tamaño de la red (recuérdese que el digrafo del plan de estudios es de orden 119 y tamaño 2183). Sin embargo, a pesar de que la **Figura 9** presenta un mapa completo sobre la estructura de los datos que representa, esto es, una fotografía del pensamiento matemático como una sola pieza, completamente alejada de la visión fragmentada presentada en los libros de texto.

Figura 9

Red de plan de estudios aplicando algoritmo Noverlab.



Detección y análisis de comunidades en la red del plan de estudios.

Ya que el digrafo que representa la red del plan de estudio no corresponde a un grafo aleatorio, es útil llevar a cabo un análisis de detección de comunidades (*clusters*), esto es, detección de grupos de nodos más densamente conectados entre sí que con el resto de los nodos del grafo.

Este análisis estructural de la red a partir de los *clusters* presentes en ella, permiten extraer información relevante sobre cómo se relacionan los contenidos matemáticos propios del ciclo tres de educación básica secundaria y a su vez facilitan la exploración de nuevas formas de organización de contenidos.

De esta manera, se procede a realizar un análisis visual de detección de clusters, basado en agrupaciones de nodos pertenecientes a una misma comunidad. Para ello se ejecuta el algoritmo de distribución *Force Atlas* (Jacomy et al., 2014).

En efecto, este algoritmo realiza una reorganización continua de los nodos del plan de estudios en forma de red, es decir, a través de procesos de atracción y repulsión, el algoritmo toma los nodos que se encuentran más conectados y los atrae conformando comunidades y, aquellos nodos con escasas conexiones son expulsados hacia la periferia de estas comunidades. Este proceso de reorganización se lleva a cabo hasta que todos los elementos del conjunto C encuentran una posición de equilibrio.

Concretamente, el algoritmo Force Atlas ha sido ejecutado bajo los siguientes parámetros: 0.1 de Inercia, 200 de Fuerza de repulsión, 10 de Fuerza de atracción, 10 de Máximo desplazamiento, 80 de Fuerza de auto-estabilización, 0.2 de Sensibilidad de auto-estabilización, 30 de Gravedad y 1 de Velocidad, considerando además Auto-estabilización y Ajuste por tamaños (ver **Figura 10**).

Figura 10

Atributos Seleccionados para la Ejecución del Algoritmo Force Atlas

☐ Force Atlas	
Inercia	0.1
Fuerza de repulsión	200.0
Fuerza de atracción	10.0
Máximo desplazamiento	10.0
Auto-estabilizar	<input checked="" type="checkbox"/>
Fuerza de auto-estabilización	80.0
Sensibilidad de auto-estabilización	0.2
Gravedad	30.0
Distribución de Atracción	<input type="checkbox"/>
Ajustar por tamaños	<input checked="" type="checkbox"/>
Velocidad	1.0

En las **Figura 11,12 y 13** se presentan los resultados del proceso seguido sobre la red a los 5, 45, y 300 segundos tras el inicio de la ejecución del algoritmo.

Figura 11

Representación gráfica del grafo de estudio procesado mediante el algoritmo Force Atlas en Gephi, tras 5 segundos de ejecución de este.

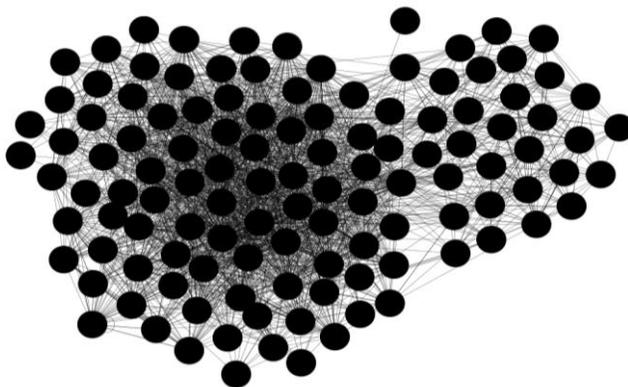


Figura 12

Representación gráfica del grafo de estudio procesado mediante el algoritmo Force Atlas en Gephi, tras 45 segundos de ejecución de este.

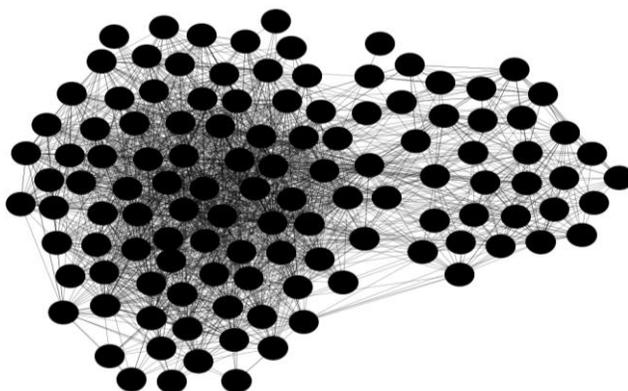
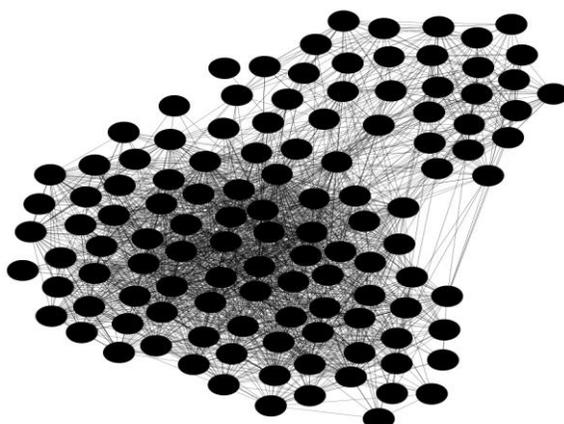


Figura 13

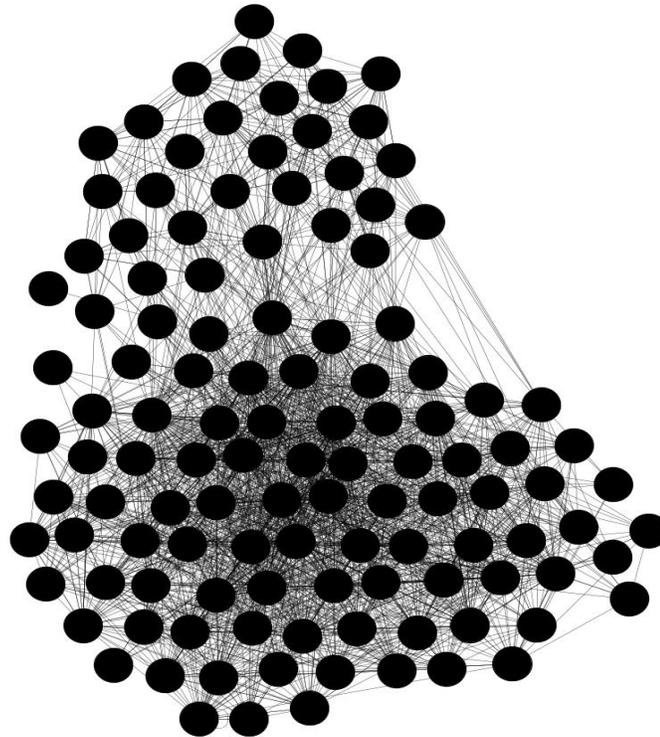
Representación gráfica del grafo de estudio procesado mediante el algoritmo Force Atlas en Gephi, tras 5 minutos de ejecución de este.



Finalmente, a partir de este tiempo, prácticamente no se modifica la distribución de los nodos, tal y como puede comprobarse en la **Figura 14**, donde se muestra la representación gráfica de la red tras 30 minutos de ejecución.

Figura 14

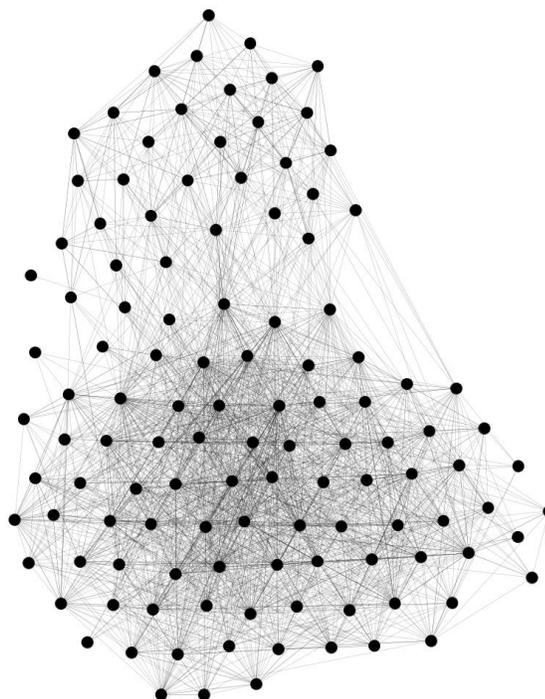
Representación gráfica del grafo de estudio procesado mediante el algoritmo Force Atlas en Gephi, tras 5 segundos de ejecución de este.



Para mejorar el resultado obtenido por Force Atlas, se aplica a continuación la distribución expansión, de manera que se puedan visualizar todos los nodos. Igualmente, se disminuye el grosor de las aristas para que se pueda tener una mayor comprensión de las relaciones tipo prerrequisito entre los elementos del conjunto C.

Figura 15

Plan de estudios en forma de red con la ejecución de algoritmo de expansión.

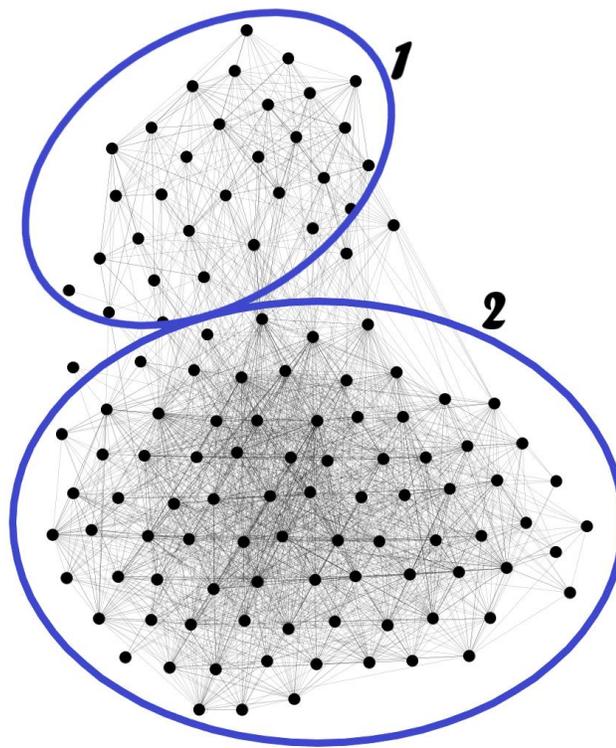


Una vez presentados los resultados obtenidos a través de la ejecución del algoritmo *Force Atlas*, podemos aseverar la existencia de un gran núcleo formado por más o menos dos agrupaciones bien definidas. Esto confirma que todos los contenidos del plan de estudios de matemáticas propio del ciclo tres de educación secundaria, están articulados. Por otra parte, estas agrupaciones más pequeñas de nodos establecen las comunidades (clusters) buscadas.

Ver **Figura 16**

Figura 16

Presencia de comunidades a simple vista.



En este sentido, resulta adecuado profundizar sobre el análisis de la estructura de clusters detectada por el algoritmo de disposición Force Atlas, esto permitiría identificar de qué manera se han constituido las comunidades y cómo se están relacionando.

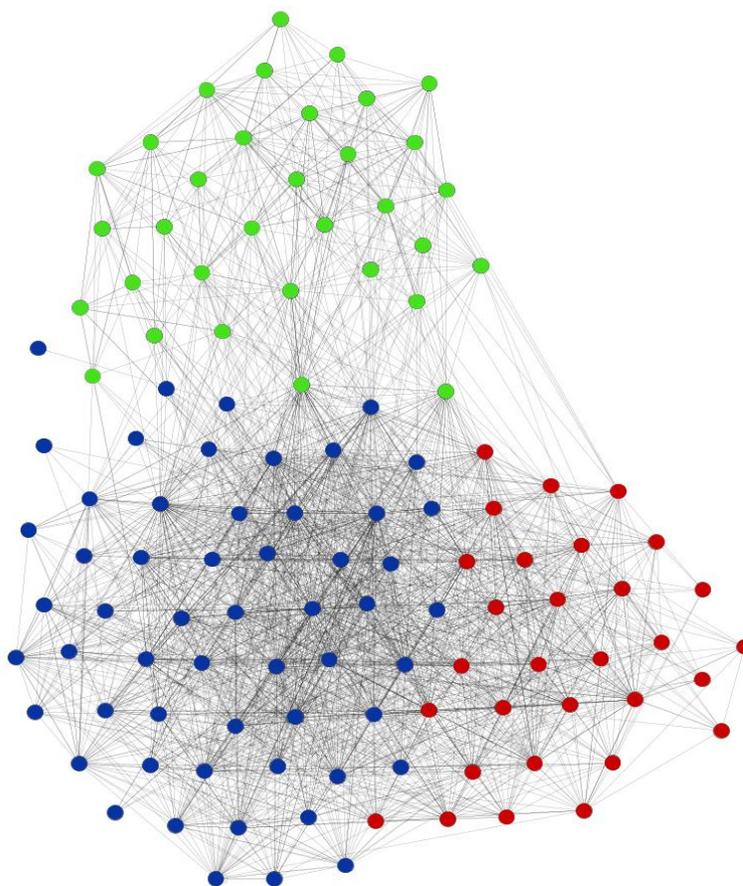
Partiendo de este principio, se emplea en esta investigación el algoritmo de optimización para la detección de comunidades implementado por Gephi, y descrito concretamente por Blondel (2008) dentro de los procesos de detección de clusters. Una vez ejecutado tal algoritmo sobre la red mediante este software, se obtiene que el máximo valor de la función de modularidad (Newman & Girvan, 2004) es de 0.243 para una partición de la red exactamente, en tres clusters. Respecto a este resultado, se debe aclarar que los tres clusters identificados, corresponden a una interpretación más profunda frente a la representación

creada por el algoritmo Force Atlas, ya que, el número de comunidades aumenta de dos (2) a tres (3).

Para poder visualizar los tres clusters identificados por este algoritmo sobre la representación gráfica de la red llevada a cabo con el algoritmo Force Atlas, se hace uso de algunas opciones básicas que Gephi ofrece. De esta manera, mediante la coloración de los nodos que constituyen cada una de las comunidades, puede distinguirse el cluster adicional que se hallaba inmerso en medio de los dos clusters iniciales. La representación gráfica de la **Figura 17**, representa el resultado descrito hasta el momento.

Figura 17

Identificación de Clusters mediante el algoritmo Force Atlas junto con la apariencia de color.



Para una clara identificación de los tres clusters representados en **Figura 17**, se ha optado por nombrarlos de 0 a 2, tal como el software lo hace. De esta forma, el Cluster 0 es el correspondiente a los nodos de color rojo, el Cluster 1 a los de color azul y el Cluster 2 a los de color verde.

Además del análisis y visualización global de los clusters identificados en la red, es posible analizar estas agrupaciones de forma independiente como subgrafos (subconjuntos de nodos y aristas que pertenecen al conjunto de nodos y aristas de la red original), a través de un filtrado de nodos y aristas en tiempo real incluido en el software. Esto facilita la identificación de los nodos que constituyen dichas comunidades y además permitirá comprender por qué están relacionados.

Este proceso es ejecutado a través de la ruta: Filtros, Atributos, Partición y Modularity Class(nodos). Los datos exactos relativos al orden y tamaño de cada uno de estos clusters se muestran en la **Tabla 2**. El listado de los contenidos que componen cada uno de los clusters puede verse en las **Tabla 10**, **Tabla 11** y **Tabla 12** del **Anexo 5**.

Tabla 2

Orden y tamaño de los clusters emergentes del grafo de estudio.

Comunidades (Cluster)	Orden	Tamaño
Comunidad 0	30	289
Comunidad 1	56	865
Comunidad 2	33	305
Total	119	1459

Las **Figura 18**, **Figura 19** y **Figura 20** muestran la distribución de cada uno de estos tres clusters de forma independiente.



Figura 18

Grafo de estudio: Clusters 0

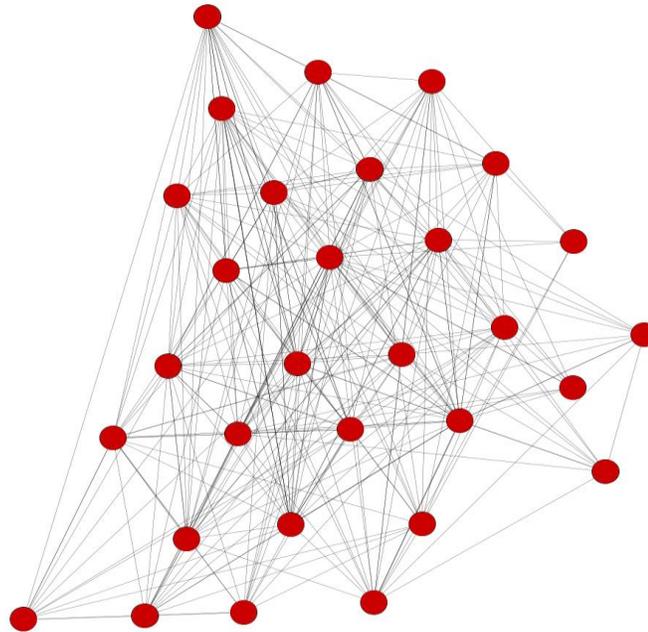


Figura 19

Grafo de estudio: Clusters 1

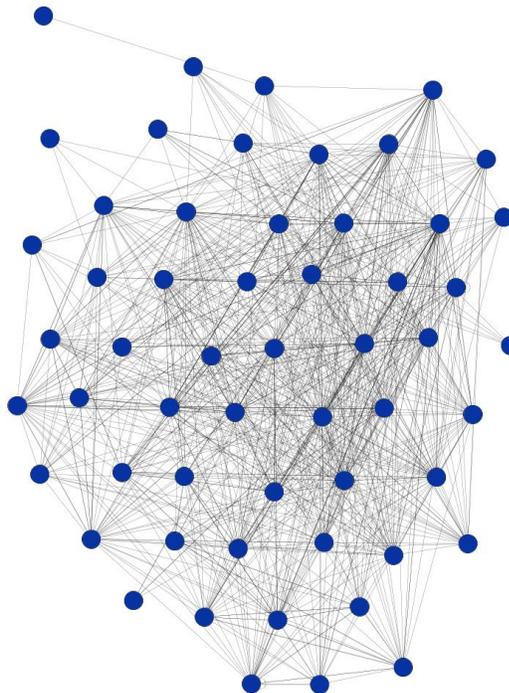
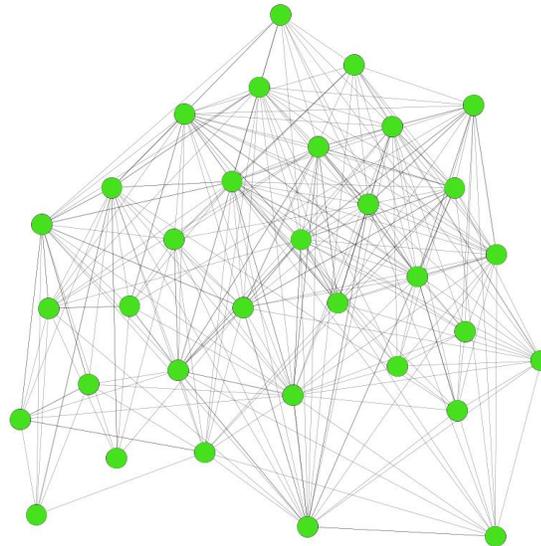


Figura 20

Grafo de estudio: Clusters 2



En este punto, es pertinente recordar que la red del plan de estudio es de tamaño 2183 y este valor es mucho mayor que los resultados consignados en la **Tabla 2**. Precisamente, este hecho ocurre debido a que en dicha tabla solamente se consideran las aristas inherentes a los clusters y no las aristas formadas entre nodos de distintas comunidades, por consiguiente, un análisis fragmentado de la red generaría la exclusión de las relaciones entre comunidades, más precisamente, los puentes encargados de conectar o articular las comunidades.

Análisis de grado en la red del plan de estudios.

Continuando con la extracción de información de interés sobre la estructura de la red, se procede a realizar un análisis sobre el grado de la misma, ya que es indispensable identificar aquellos contenidos matemáticos claves dentro del conjunto de contenidos considerado en este estudio.

Ahora bien, ya que la relación “prerrequisito” hace de la red un grafo dirigido, y el grado de esta determina el promedio de conexiones que poseen los nodos de la red, la dirección o el sentido de estas relaciones resultan determinantes.

Por lo anterior, la identificación de esos contenidos clave puede llevarse a cabo desde dos puntos de vista: grado de entrada y grado de salida. En tal sentido, es pertinente interpretar adecuadamente en este contexto ambos conceptos.

En relación con el grado de entrada de un nodo, corresponde al conjunto de contenidos matemáticos que son prerequisites del contenido que representa tal nodo. En el grafo de estudio este concepto se interpreta como el conjunto de contenidos matemáticos que son prerequisite del contenido que representa tal nodo. Así que, en el contexto de esta investigación consideramos que, cuanto mayor sea el grado de entrada de un contenido, mayor cantidad de contenidos requerirá para su conocimiento. De la misma manera, en relación con el grado de salida de un nodo, este se interpreta como el conjunto de contenidos matemáticos para los que tal contenido es prerequisite.

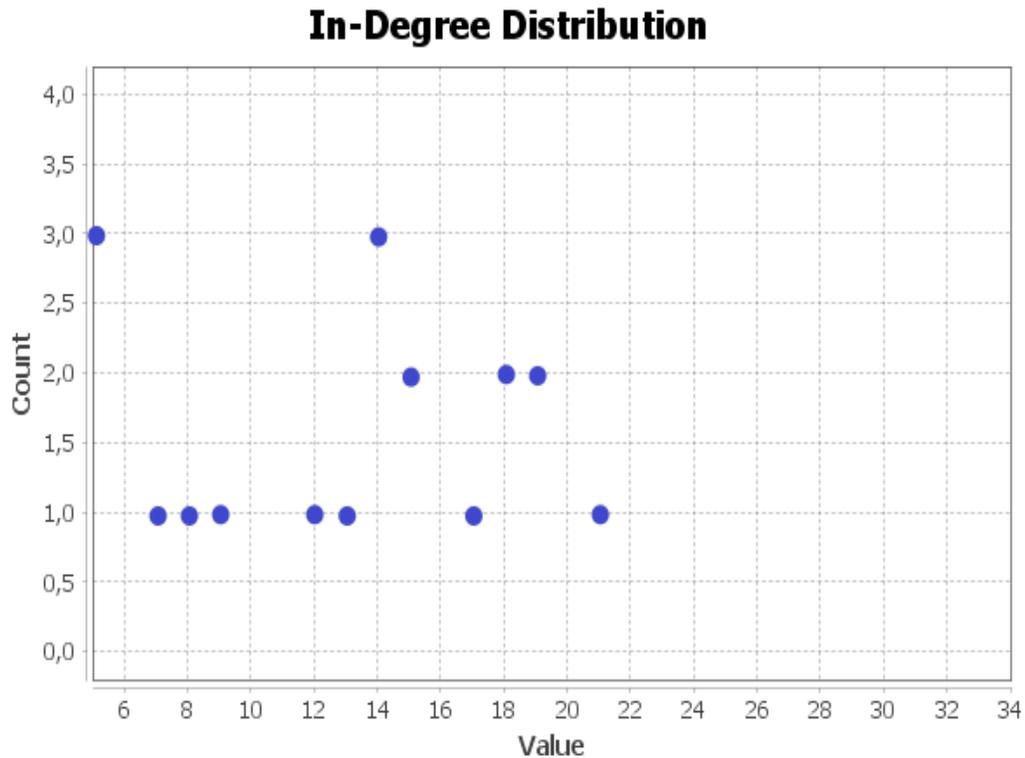
Dicho lo anterior, se establece la siguiente ruta de análisis: Primero se estudia el grado de entrada y el grado de salida de cada contenido dentro del clusters al que pertenece, identificando los contenidos con mayor grado de entrada y mayor grado de salida, dentro de cada una de las comunidades. En segundo lugar, se realiza un análisis análogo al anterior, pero a nivel global de la red, esto es, se calcula el grado de entrada y de salida de cada nodo sin tener en cuenta el cluster al que cada uno de ellos pertenece, y se identifican los contenidos de mayor grado de entrada y salida.

Análisis de grado para la comunidad 0

Para el subgrafo correspondiente a la comunidad 0, formado por 30 nodos y 289 aristas, con grado medio 9.633, se obtiene la distribución del grado de entrada de sus nodos que se muestra en la **Figura 21**, aquí se evidencian cada uno de los valores del grado de entrada de este cluster, para cada uno de los nodos.

Figura 21

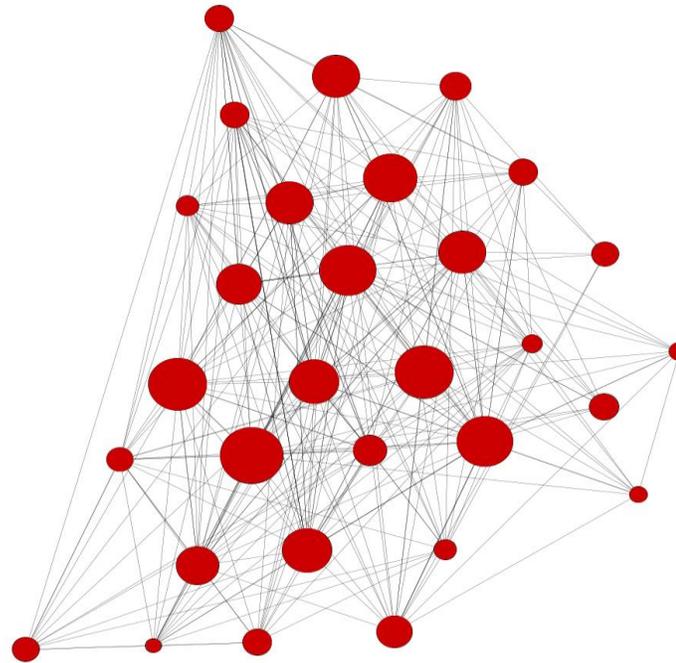
Distribución de grado de entrada para la comunidad 0



A partir de la **Figura 21**, podemos comprobar que el grado de entrada de los nodos de este cluster toma valores en el intervalo cerrado $[0, 21]$. Además, en la **figura tal** se aprecia la representación gráfica del subgrafo correspondiente al Cluster 0, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de entrada de los mismos. Concretamente los contenidos con mayor grado de entrada para la comunidad 0 son: Poliedros, Prismas, Volumen, Cuadrilateros y Polígonos, con valores de 21, 19, 19, 18 y 18 respectivamente.

Figura 22

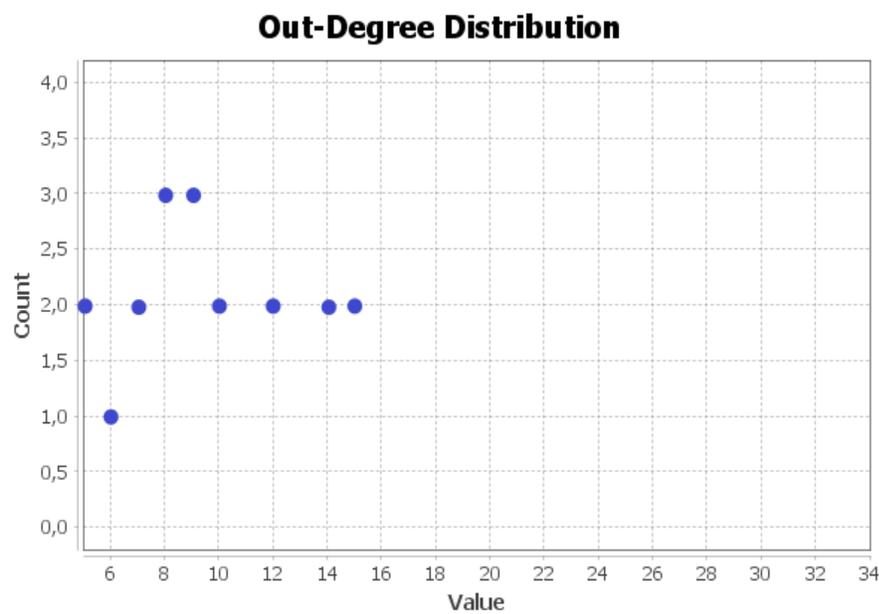
Comunidad 0 con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de entrada.



Por otro lado, el grado de salida del Cluster 0 oscila entre 0 y 16. La muestra la distribución exacta.

Figura 23

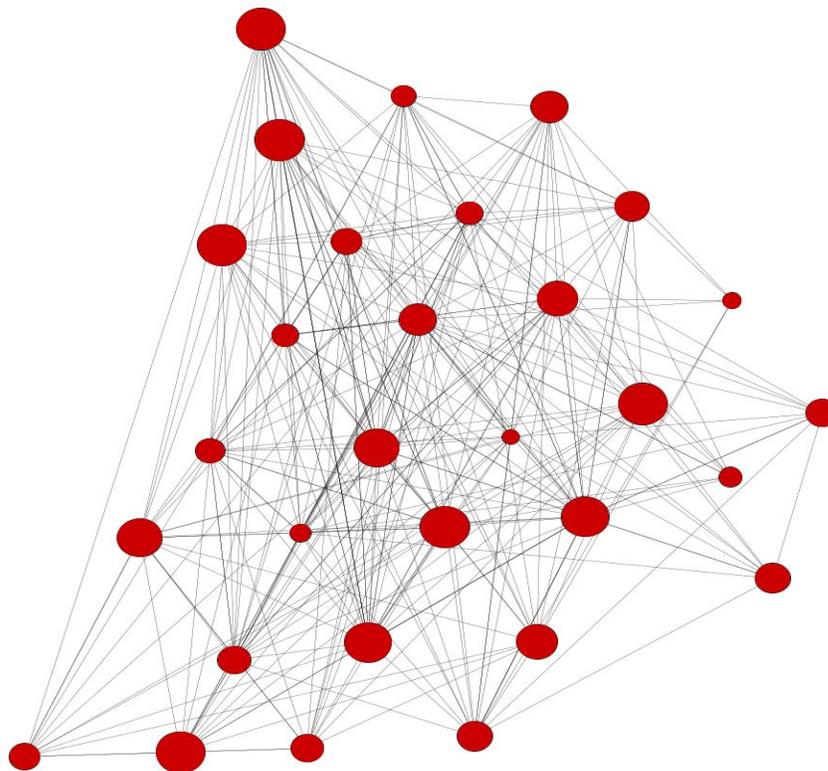
Distribución de grado de salida para la comunidad 0.



En la **Figura 24** se muestra una representación gráfica del subgrupo correspondiente al Cluster 0, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de salida de los mismos. Con esta representación pueden identificarse claramente aquellos nodos con mayor grado de salida. Concretamente estos nodos representan los contenidos: Valor absoluto de un número entero, Adición de decimales, Multiplicación de números decimales y representación de los números naturales en la recta numérica, con valores de 16 cada uno.

Figura 24

Comunidad 0 con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de salida.



No obstante, los contenidos Poliedros y Prisma representan los nodos con mayor grado de entrada, esto es valores de 21 y 19 respectivamente, por consiguiente, estos contenidos necesitan exactamente de otros 21 y 19 contenidos respectivamente para su conocimiento. Sin embargo, dichos nodos poseen un grado de salida bastante bajo, concretamente valores de 2 y 0 respectivamente, así que, los contenidos Poliedros y Prisma son los contenidos más

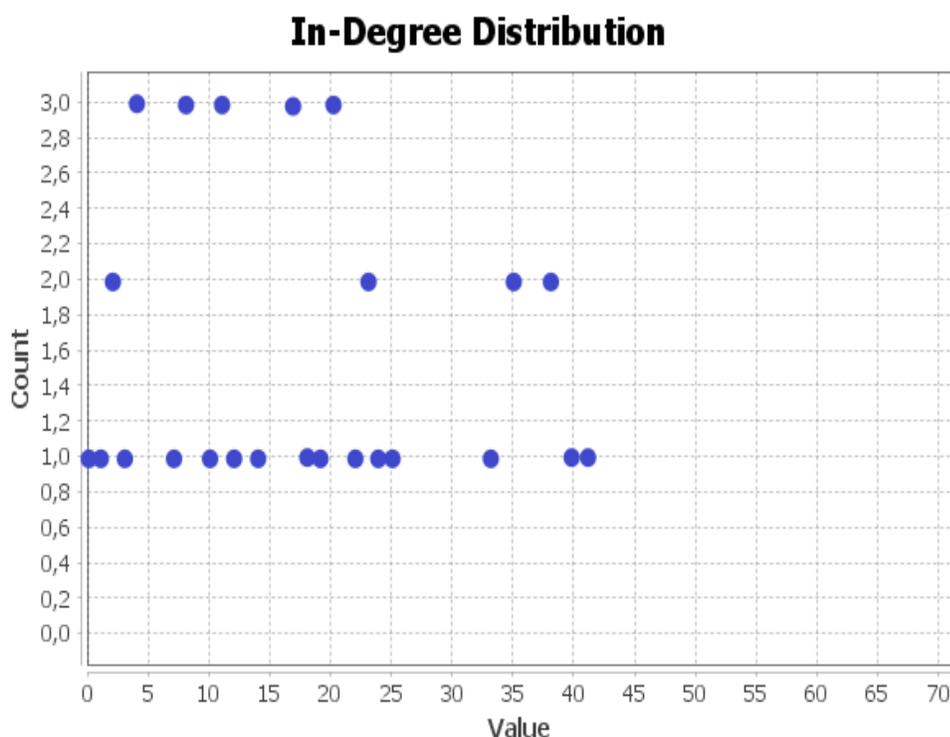
complicados del conjunto de contenidos que constituyen el Cluster 0 y a su vez, no son fundamentales para el conocimiento de otros.

Análisis de grado para la comunidad 1

Para el subgrafo correspondiente a la comunidad 1, formado por 56 nodos y 865 aristas, con grado medio 15,446 se obtiene la distribución del grado de entrada de sus nodos que se muestra en la **Figura 25**, aquí se evidencian cada uno de los valores del grado de entrada de este cluster, para cada uno de los nodos.

Figura 25

Distribución de grado de entrada para la comunidad 1

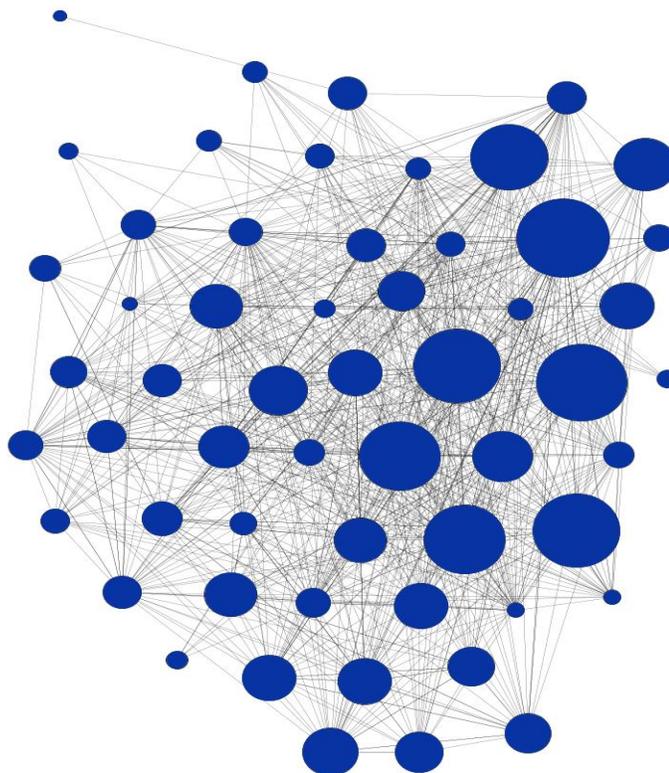


A partir de la **Figura 25** podemos comprobar que el grado de entrada de los nodos de este clúster toma valores en el intervalo cerrado $[0, 41]$. Además, en la **Figura 26** se aprecia la representación gráfica del subgrafo correspondiente al Cluster 1, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de entrada de los mismos. Concretamente los contenidos con mayor grado de entrada para la comunidad 1 son: Matemáticas financiera, Ecuaciones,

algebraicas, con valores de 41, 40, 38, 38 y 35 respectivamente.

Figura 26

Comunidad 1 con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de entrada.

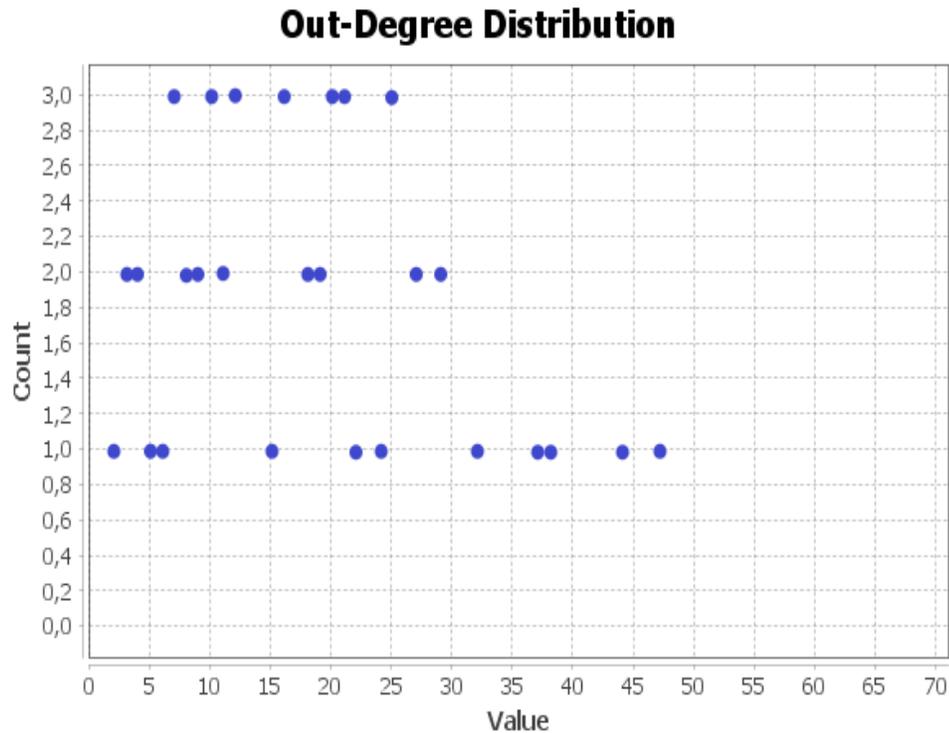


Respecto a lo anterior, tan solo el 23 % de los nodos que constituyen el Cluster 1, requiere para su comprensión, de un poco más del 50% de los nodos que conforman esta comunidad.

Por otro lado, el grado de salida del Cluster 1 oscila entre 1 y 47. La **Figura 27** muestra la distribución exacta.

Figura 27

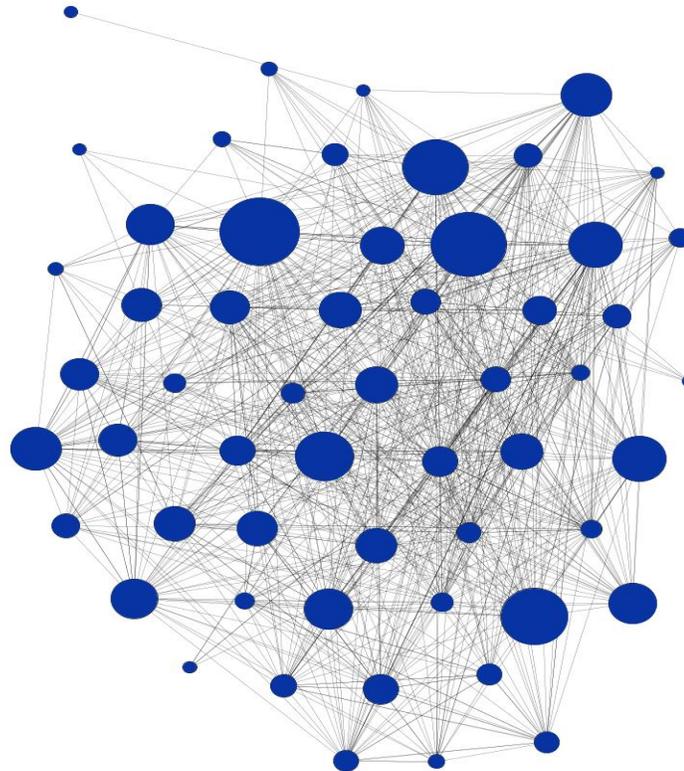
Distribución de grado de salida para la comunidad 1



En la **Figura 28** se muestra una representación gráfica del subgrupo correspondiente al Cluster 1, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de salida de los mismos. Con esta representación pueden identificarse claramente aquellos nodos con mayor grado de salida. Concretamente estos nodos representan los contenidos: División de números naturales, Multiplicación de números naturales, Orden de los números naturales, Adición de números naturales y Descomposición en factores primos, con valores de 47, 44, 38, 37 y 32 respectivamente.

Figura 28

Comunidad 1 con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de salida.



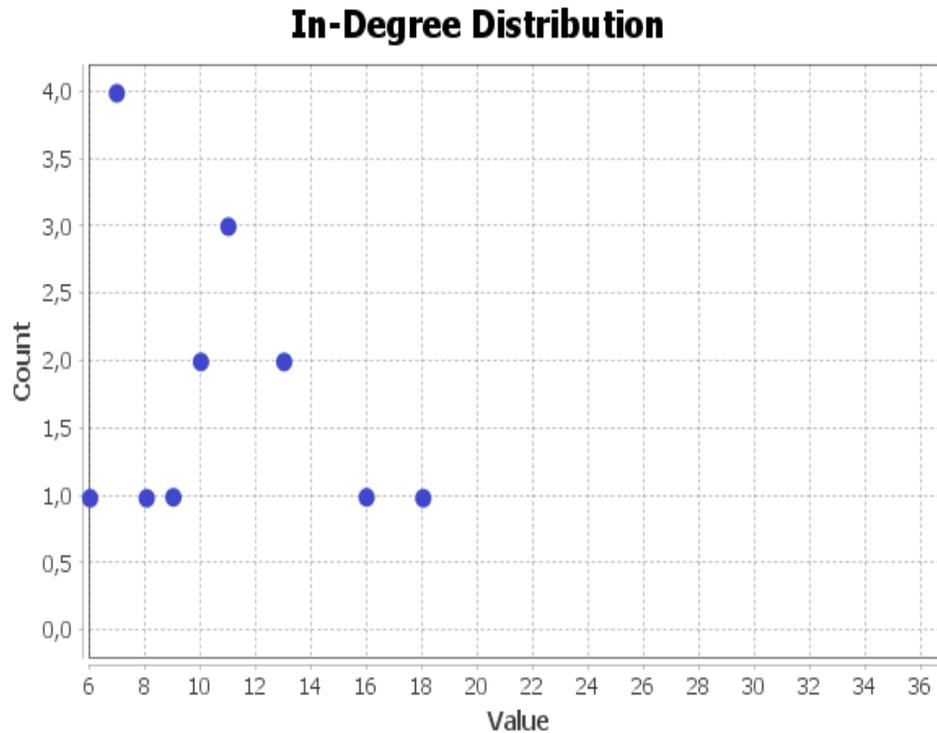
Según esta información, en cuanto a los valores de salida, tan solo el 25 % de los nodos que constituyen el Cluster 1, son prerequisites de un poco más de la mitad de los nodos que conforman esta comunidad.

Análisis de grado para la comunidad 2

Para el subgrafo correspondiente a la comunidad 2, formado por 33 nodos y 305 aristas, con grado medio 9.242 se obtiene la distribución del grado de entrada de sus nodos que se muestra en la **Figura 29**, aquí se evidencian cada uno de los valores del grado de entrada de este cluster, para cada uno de los nodos.

Figura 29

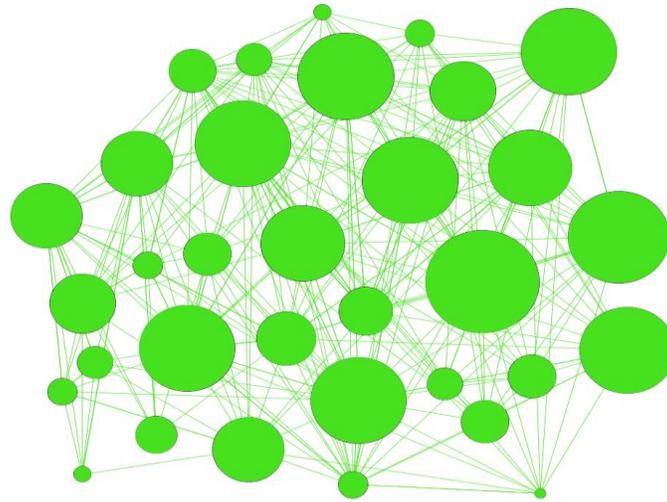
Distribución de grado de entrada para la comunidad 2.



A partir de la **Figura 29** podemos comprobar que el grado de entrada de los nodos de este cluster toma valores en el intervalo cerrado $[1,18]$. Además, en la **Figura 30** se aprecia la representación gráfica del subgrafo correspondiente al Cluster 2, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de entrada de los mismos. Concretamente los contenidos con mayor grado de entrada para la comunidad 1 son: Distribución de datos agrupados, Histograma, Caracterización de datos y probabilidad, Probabilidad y Diagrama de barras para variables cualitativas, con valores de 18, 16, 15, 15 y 15 respectivamente.

Figura 30

Comunidad 2 con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de entrada.

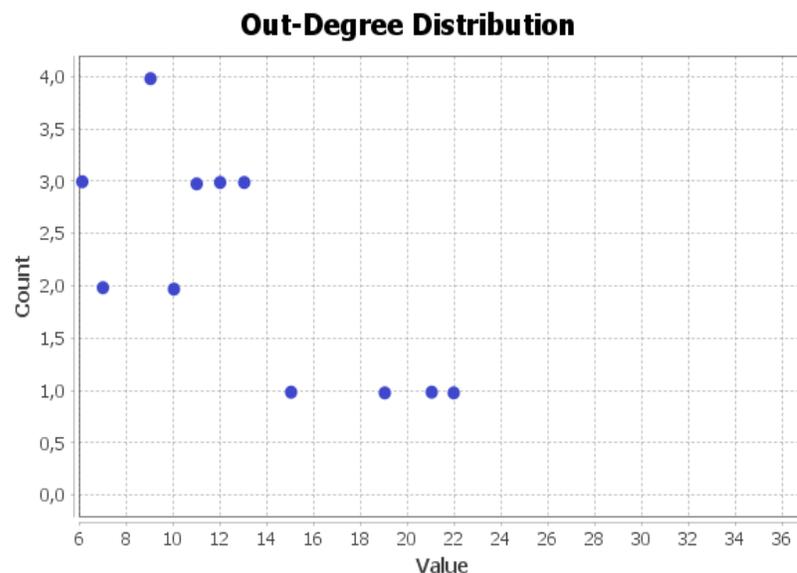


Una vez expuesta la información relevante a la comunidad 2, observamos un comportamiento homogéneo sobre el grado de entrada de los nodos que conforman esta comunidad, esto se debe a la fuerte relación que existe entre los nodos del subgrafo.

Por otro lado, el grado de salida del Cluster 2 oscila entre 0 y 22. La **Figura 31** muestra la distribución exacta.

Figura 31

Distribución de grado de salida para la comunidad 2.

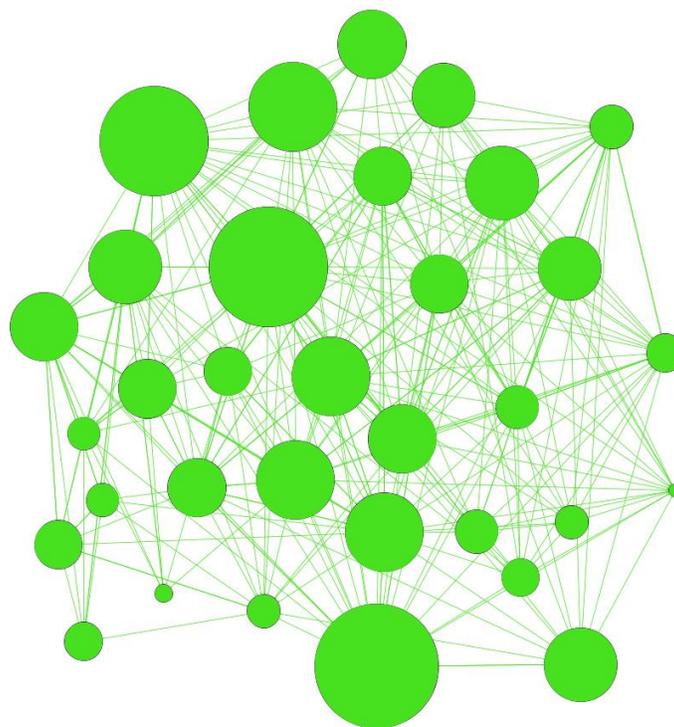


VIGILADA MINEDUCACIÓN

En la **Figura 32** se muestra una representación gráfica del subgrupo correspondiente al Cluster 2, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de salida de los mismos. Con esta representación pueden identificarse claramente que los nodos pertenecientes a dicha comunidad están muy bien relacionados, es decir, que la mayoría de los nodos son fundamentales para el conocimiento de otros. Concretamente estos nodos representan los contenidos: Los decimales y los porcentajes, Caracterización de datos y probabilidad, Muestreo aleatorio, Caracterización de variables cualitativas y Probabilidad, con valores de 22, 21, 19, 15 y 13 respectivamente.

Figura 32

Comunidad 2 con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de salida.



Análisis de grado en la red del plan de estudios

Una vez analizada la estructura interna de cada una de las comunidades, respecto a los grados de los contenidos que conforman cada uno de los clusters, es más que necesario

abordar este análisis a nivel global, esto es, considerando todos los nodos que constituyen la red elaborada en esta investigación.

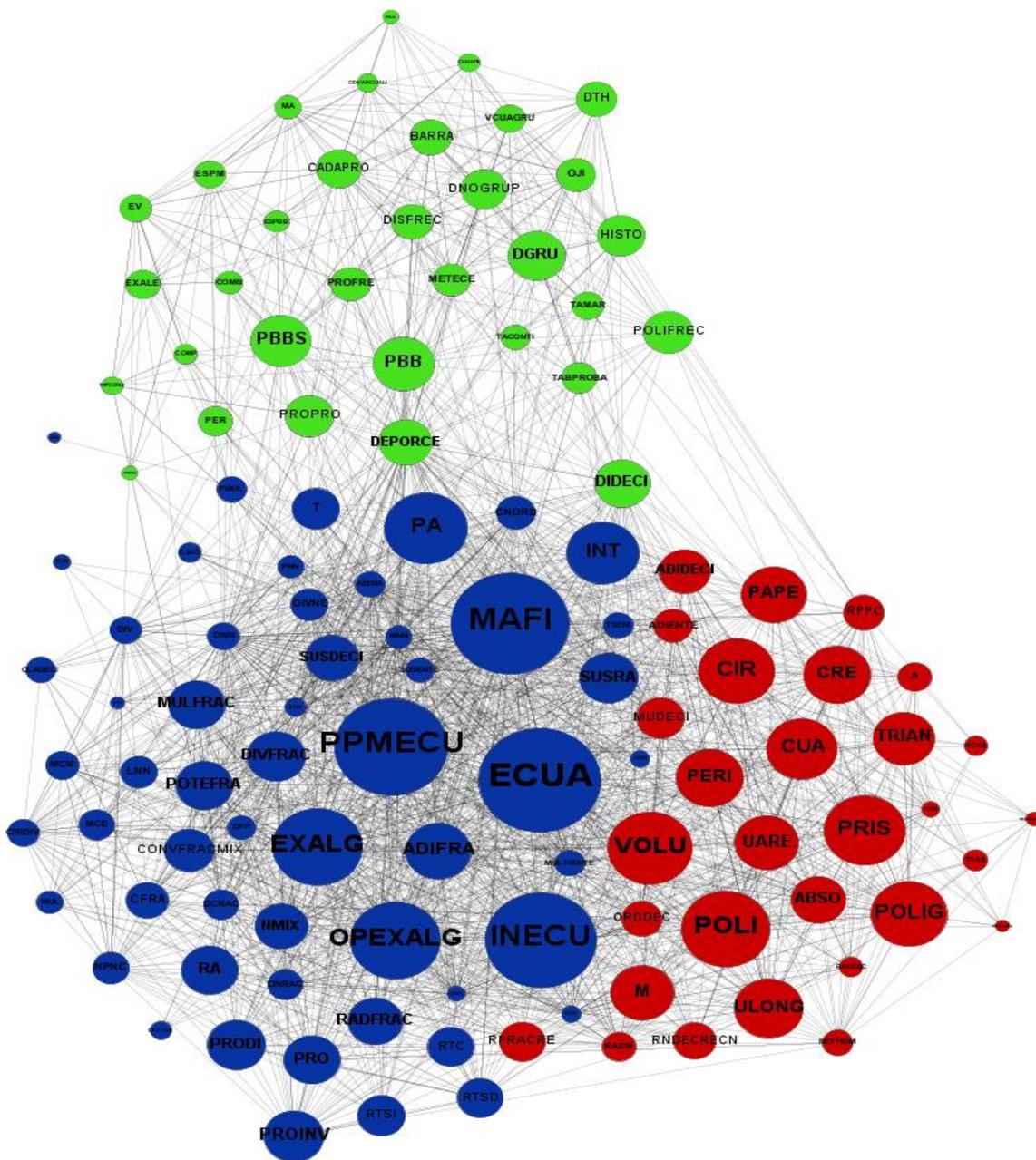
A partir del análisis particular de cada uno de los tres clusters que conforman la red, se ha podido extraer información valiosa que deja ver cuáles son los contenidos que requieren de un gran número de contenidos para comprenderse, y de la misma manera, ha permitido determinar cuáles son aquellos contenidos fundamentales para un elevado número de contenidos. Sin embargo, estos resultados no son suficientes y por eso es necesario validar esta información a través de un análisis global.

Bajo este contexto, se procede al cálculo del grado de entrada de cada uno de los 119 nodos que forman la red del plan de estudios, obteniendo como grado medio el valor de 18.345, con una oscilación entre 0 y 62. De modo que, la identificación de los nodos con un alto grado de entrada demuestra que el cluster 0, cluster 1 y cluster 2 no son comunidades que se encuentran aisladas, sino que existe una alta relación entre ellas. poniendo en contexto lo anterior, esto indica que hay una fuerte relación entre los contenidos que conforman las unidades que se presentan en los libros de texto. De esta manera queda claro que dichos bloques de contenidos conforman una sola pieza.

La **Figura 33** muestra una representación gráfica de la red del plan de estudio, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de entrada de estos, también se han incorporado algunas etiquetas para hacer más fácil la identificación de contenidos.

Figura 33

Plan de estudios de Matemáticas en forma red, con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de entrada.



Tras la identificación de contenidos, se comprueba que aquellos con mayor grado de entrada en los clusters se corresponden con los de mayores grados de entrada en la red. A partir de aquí, se establece una comparación entre los valores de entrada obtenidos en la red y

en los clusters, teniendo como criterio de selección de contenidos, aquellos con un valor de entrada mayor o igual a cuarenta en la red. Ver **Tabla 3**

Tabla 3

Contraste entre los nodos con mayor grado de entrada de acuerdo con la red y a la comunidad a la que pertenecen.

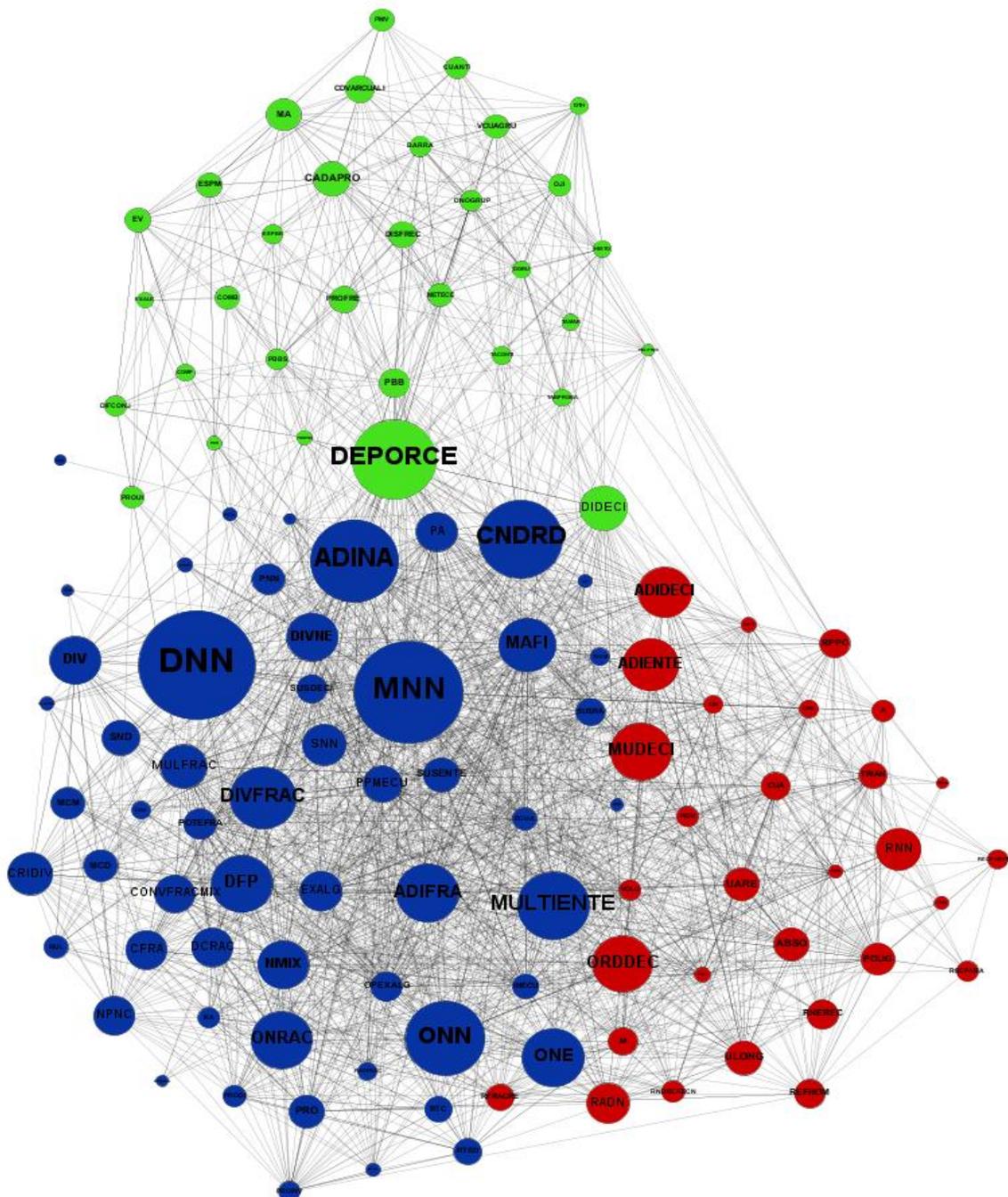
Contenido	Grado de entrada en la red	Grado de entrada en el cluster	Cluster
Ecuaciones	62	40	1
Matemáticas Financieras	60	41	1
Planteamiento y solución de problemas mediante ecuaciones	57	38	1
Inecuaciones	56	38	1
Operaciones entre expresiones Algebraicas	44	35	1
Expresiones Algebraicas	44	35	1
Poliedros	43	21	0
Volumen	41	19	0
Polinomios aritméticos	40	33	1

Por tanto, es claro entonces que los contenidos consignados en la **Tabla 3** no solo requieren de otros contenidos propios del cluster a los que pertenecen, sino que también demanda del conocimiento de muchos más contenidos presentes en otros clusters, lo que evidencia una clara articulación entre comunidades y además refleja el carácter sistémico del pensamiento matemático, demostrando cuantitativamente la complejidad del conocimiento de cada contenido dentro del cluster al que pertenece y dentro de todo el ciclo tres de educación al que pertenecen.

En cuanto al grado de salida de los 119 nodos de la red del plan de estudios, se tiene que este valor oscila en el intervalo cerrado [1,86]. El límite superior de este intervalo es mucho mayor que los máximos de los grados de salida calculados para las tres comunidades, ya que estos corresponden a 16, 47, y 22 para el Cluster 0, Cluster 1 y Cluster 2, respectivamente. En la **Figura 34** se muestra una representación gráfica de la red del plan de estudio, de forma que el tamaño de sus nodos es proporcional al grado de salida de estos, también se han incorporado algunas etiquetas para hacer más fácil la identificación de contenidos.

Figura 34

Plan de estudios de Matemáticas en forma red, con tamaño de nodos de acuerdo con el grado de salida.



Al igual que en el caso anterior, la **Tabla 4** contiene todos los contenidos con un grado de salida superior o igual a 40, además se añade el valor exacto correspondiente al grado de salida en la red y en el cluster al que pertenecen, junto con el número de tal cluster.

VIGILADA MINEDUCACIÓN

Tabla 4

Contraste entre los nodos con mayor grado de salida de acuerdo con la red y a la comunidad a la que pertenecen.

Contenido	Grado de Salida en la Red	Grado de Salida en el Cluster	Cluster
División de números naturales	86	47	1
Multiplicación de números naturales	80	44	1
Adición de Naturales	63	37	1
Los Decimales y los porcentajes	60	22	2
Conversión de un número decimal a fracción	59	27	1
Orden de los números naturales	56	38	1
Multiplicación en los números enteros	50	29	1
División de fracciones	45	21	1
Adición de fracciones	42	21	1
Orden de los números enteros	42	25	1
Multiplicación de decimales	41	16	0
Orden en los números racionales	41	25	1
Descomposición en factores primos	41	32	1
Orden en los decimales	40	14	0

En virtud de lo señalado, se demuestra que los contenidos que son importantes en cada una de las comunidades, también lo son en la red, de ahí que, también lo sean en todo el ciclo tres de educación. Además de lograr la identificación cualitativa de los contenidos con alto grado de entrada y alto grado de salida, se consiguió establecer de forma cualitativa, la elevada interconexión que poseen los contenidos del plan de estudios de matemáticas. Este hecho, contribuye a reafirmar que enseñar matemáticas de manera fragmentada y aislada, a través de las típicas unidades, tal como se enseña en la actualidad, es un error y debemos reconceptualizar la asignatura de matemáticas, iniciando con el plan de estudios.

Sumado a lo anterior, desde esta metodología globalizadora, la identificación de contenidos clave, tanto en la etapa propia al ciclo tres de educación secundaria como a nivel de agrupaciones más pequeñas de contenidos (clusters), puede representar una propuesta adecuada e idónea para abordar los procesos de planificación de la enseñanza. Ya que, al conocer concretamente cuáles son los contenidos de mayor importancia y de mayor



complejidad, puede ayudar considerablemente en la reestructuración de los planes de estudio y en la manera en la que se orientan los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

Emergencias en la red del plan de estudios.

Una vez identificada la estructura de la red del plan de estudios, se procede a confirmar si dicha estructura cumple con las características básicas de una red de mundo pequeño. En ese sentido, se calcula el coeficiente medio de *clustering* obteniendo un valor de 0.351, es decir que, dados un par de contenidos cualesquiera, exentos entre sí de la relación “prerrequisito”, pero relacionados a través de otro contenido, tienen una probabilidad aproximada del 35% de establecer una relación de este tipo.

En adición, se procede a calcular el diámetro de la red, para el cual se obtiene un valor de 5, por consiguiente, podemos aseverar que el máximo grado de separación entre cualquiera de los 119 contenidos considerados en este estudio es de tan solo cinco pasos. Es decir, que un contenido necesita a lo mucho de una secuencia de 5 contenidos para su conocimiento. De esta manera, a partir del cálculo del diámetro de la red, es posible extraer la longitud media de camino, cuyo valor es de 2,353, esto demuestra, que dos contenidos cualesquiera se encuentran en promedio a 3 grados de separación. Este hecho implica la existencia de puentes de acceso con un promedio de 3 pasos (nodos) para dirigirse de un contenido hacia otros contenidos. Los valores estadísticos mencionados anteriormente se encuentran en la **Figura 35.**

Figura 35

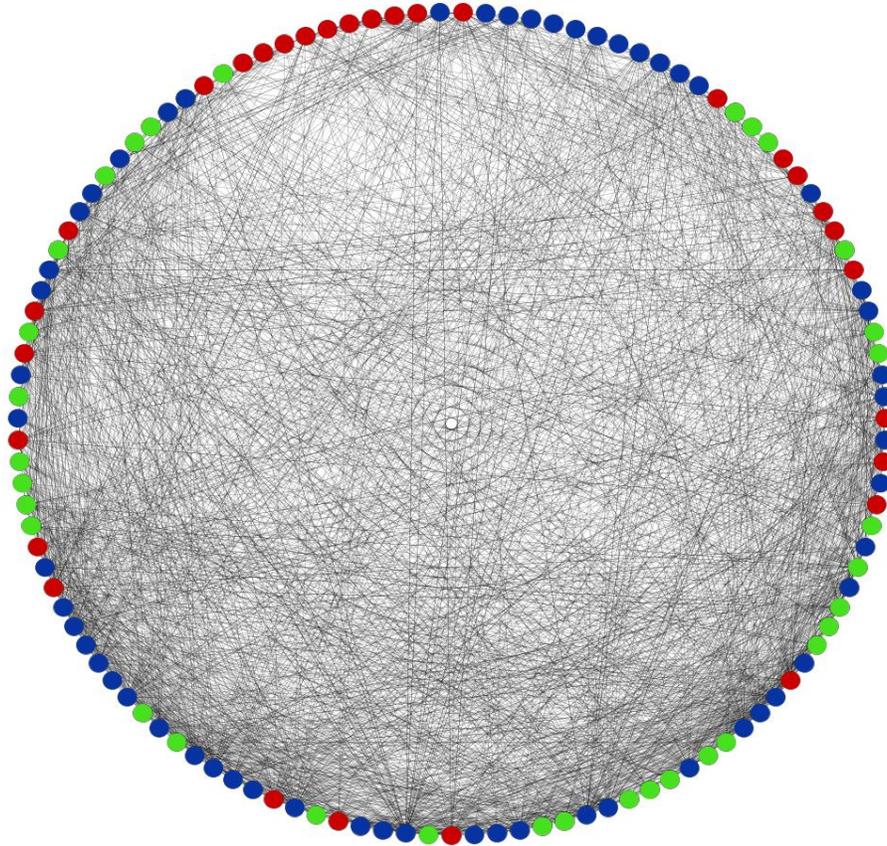
Estadísticas emergentes de la red de plan de estudios.

Filtros	Estadísticas ×	MultiMode Netwo...	—
Configuración			
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de la red			
Grado medio	18,345	Ejecutar	?
Grado medio con pesos		Ejecutar	●
Diámetro de la red	5	Ejecutar	?
Densidad de grafo		Ejecutar	●
HITS		Ejecutar	●
Modularidad	0,243	Ejecutar	?
PageRank		Ejecutar	●
Componentes conexos		Ejecutar	●
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de los nodos			
Coefficiente medio de clustering	0,351	Ejecutar	?
Centralidad de vector propio		Ejecutar	●
<input checked="" type="checkbox"/> Visión general de las aristas			
Longitud media de camino	2,353	Ejecutar	?

Así que, bajo estos dos parámetros, por un lado, un coeficiente medio de relativamente alto y por el otro, una longitud media de camino bastante baja, asociamos la estructura de la red del plan de estudios dentro de las formas de la complejidad, más exactamente dentro de las redes de mundo pequeño. En la **Figura 36** se puede apreciar una visualización circular de la red a través de la distribución que lleva ese mismo nombre, concretamente "Distribución circular layout".

Figura 36

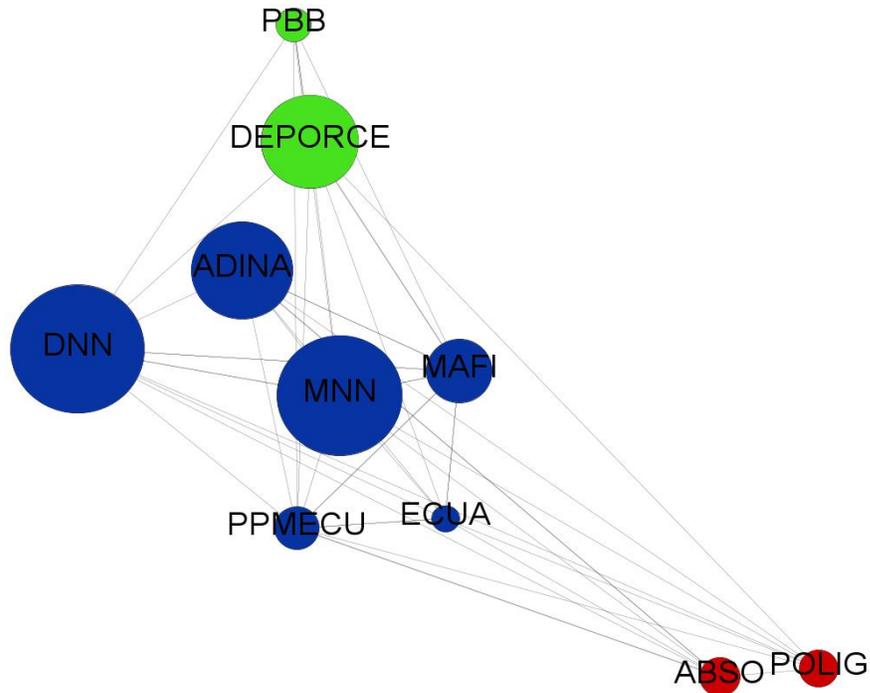
Distribución circular del plan de estudios en forma de red, característica de una red de mundo pequeño.



Después de haber asociado la red del plan de estudios con una red compleja, llevamos a cabo un proceso de exploración sobre la estructura de la red, por medio de la ejecución de los “filtros” proporcionados por el software Gephi. Estas herramientas facilitarán la visualización de las posibles emergencias respecto al flujo de información de la red. Dicho esto, aplicamos el primer filtro, denominado “Betweenness Centrality” cuyo objeto es la cuantificación de los caminos que pasan por cada entidad (nodo), este filtro sirve para identificar los nodos con capacidad de controlar el flujo de información en la red (IBM, 2017).

Figura 37

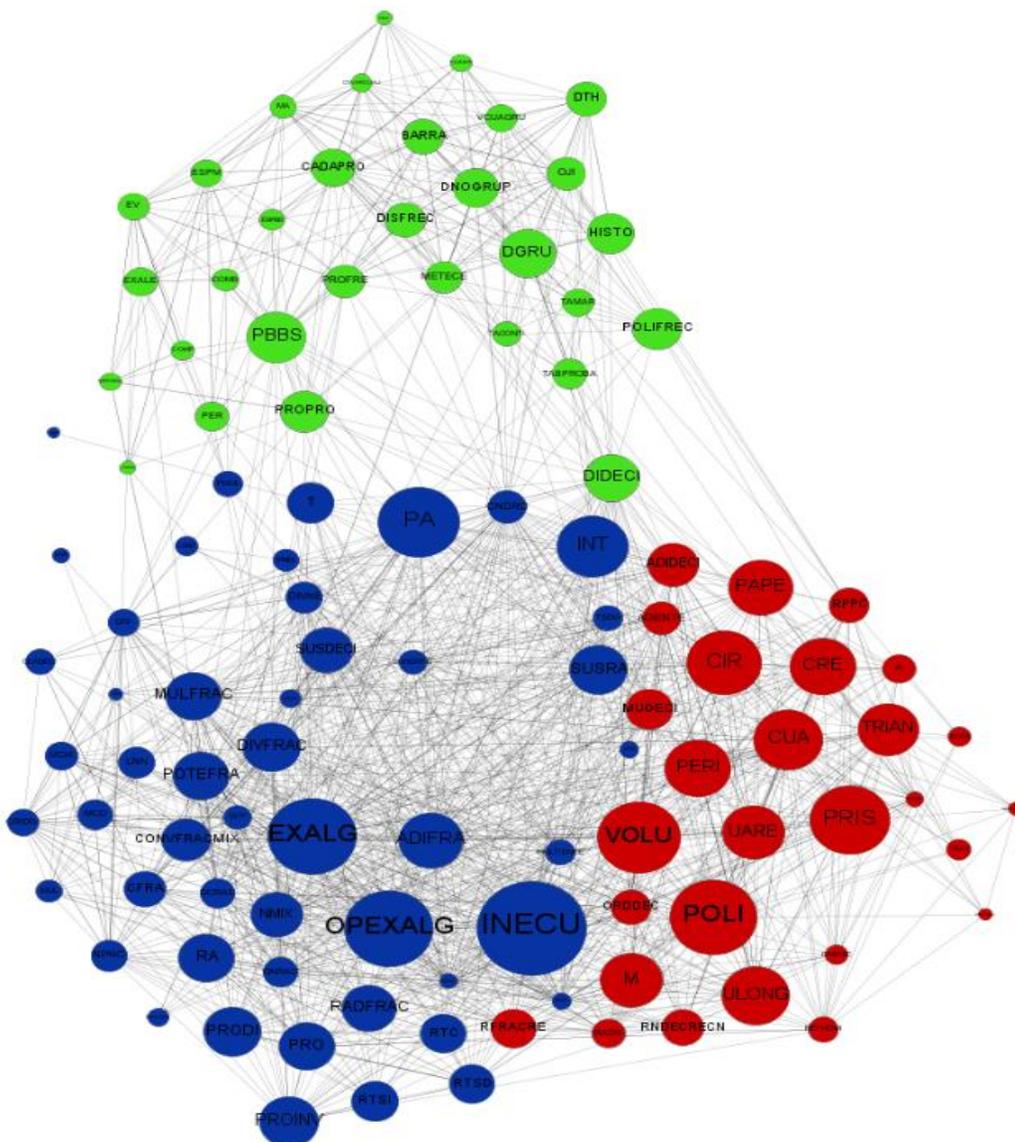
Plan de estudios de matemáticas con filtro betweenness centrality y exposición de gatekeepers.



En esencia, el subgrafo presentado en la **Figura 37** contiene los contenidos que hacen parte de la mayoría de los caminos cortos que conectan cada par de contenidos, incluso estos contenidos resultan ser a su vez, indispensables para establecer la articulación entre comunidades, ya que, al suprimir dichos nodos de la red, se anula el 32% de las aristas de la red del plan de estudios. Este hecho puede visualizarse en la **Figura 38**

Figura 38

Plan de estudios en forma de red sin los nodos que emergen de la aplicación del filtro betweenness centrality.



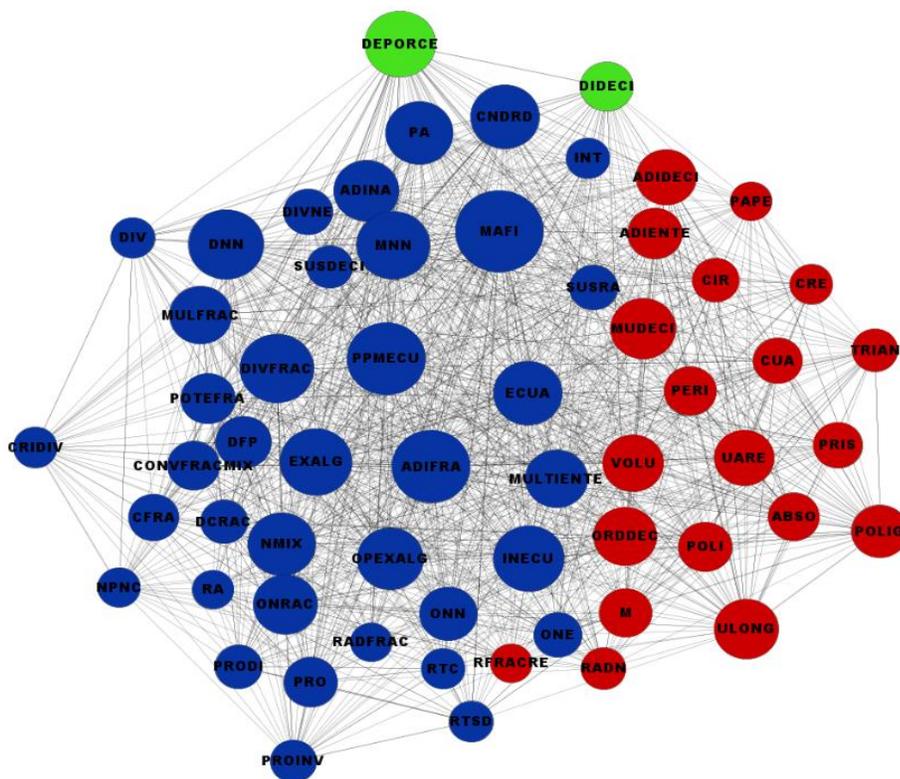
Otro aspecto importante resulta al comparar el diámetro de la red original con la red que resulta al suprimir los nodos: Los decimales y los porcentajes, Probabilidad, Matemáticas financieras, Multiplicación de números naturales, Adición de números naturales, División de números naturales, Ecuaciones, Planteamiento y solución de problemas mediante ecuaciones, Valor absoluto de un número entero y Polígonos, ya que, esto genera un aumento del 80% respecto al valor original, es decir, el nuevo diámetro es cuatro unidades más que el diámetro

original. En consecuencia, un contenido cualquiera, paso de requerir a lo mucho de una secuencia de 5 contenidos y, ahora requiere de una secuencia de máximo 9 contenidos para su conocimiento.

Continuando con la ejecución de filtros, damos paso al denominado “k-Core” del paquete de topología, cuyo objeto es la identificación de nodos “estrechamente relacionados dentro de la red”, permitiendo la detección de áreas centrales interconectadas. Para los fines de esta investigación, se fija 29 como valor máximo para el parámetro K, con esta elección se garantiza que todos los nodos presentes en la **Figura 39** están vinculados a por lo menos otros 29 nodos dentro del grupo.

Figura 39

Subgrafo emergente del Plan de estudios en forma de red luego de aplicar el filtro K-core, donde $k=29$.



En definitiva, el análisis presentado hasta el momento refleja un plan de estudios articulado y diversificado, donde, ha sido posible la identificación de aquellos contenidos



complicados en el sentido que requieren una gran cantidad de contenidos para su comprensión, de la misma manera se han identificado aquellos contenidos denominados básicos, es decir, aquellos que son fundamentales para el entendimiento de una gran cantidad de contenidos. Y, por último, se comprueba cuantitativamente la existencia de una gran variedad de caminos entre contenidos, esto es, secuencias de conocimiento diferentes a las ya planteadas en los libros de texto.

Discusión de resultados

Este estudio persigue una metodología inusual, donde el paradigma de la complejidad es método, de ahí que, la sección conclusiones haya sido renombrada como “Discusión de resultados”, en el sentido que esta investigación no es concluyente, y por el contrario es inconclusa, ya que tan solo es una aproximación a concepción de un plan de estudios no lineal a través de la complejidad por la vía de las redes. Dicho lo anterior, se listan los hallazgos de la investigación:

Las ciencias de la complejidad, y en particular las redes complejas como herramienta metodológica, demostraron ser un instrumento útil y adecuado en el diseño y elaboración de un plan de estudios articulado y diversificado, ya que, a partir de una estructuración en forma de red, fue posible modelizar las relaciones entre los contenidos involucrados en él, otorgando una nueva perspectiva sobre la comprensión del plan de estudios como estructura no lineal.

Además, esta metodología suscita la realización de análisis concretos y globales de tipo visual, tal como se llevó a cabo en las secciones 7 y 8, este hecho, ratifica la elección de las ciencias de la complejidad como herramienta metodológica, debido a que, tal como lo concibe Morin, “la comprensión de elementos particulares necesita, así, la activación de la inteligencia general que opera y organiza la movilización de los conocimientos de conjunto en cada caso particular” (Morin, 1999, p. 14).



Como consecuencia de lo anterior, se ha comprobado que la metodología propuesta incorpora grados de libertad al diseño y elaboración del plan de estudios, ya que, introduce dinamismo en tiempo real sobre un objeto determinista, frío y acabado. Esta característica convierte el plan de estudios en una herramienta viva, articulada, no lineal, irreversible y con la posibilidad de llevar a cabo continuos y diversos análisis exploratorios sobre la estructura del conocimiento matemático, tomando como parámetros de inspección, el contexto educativo local, regional y nacional.

En relación con esta afirmación, también se verificó que la estructura del plan de estudios de matemáticas propio del ciclo tres de educación, goza de una naturaleza compleja, como se ha relatado arriba, adicional a esto, la existencia permanente de caminos cortos que emergen de la red, junto con una gran capacidad para la creación de comunidades, la convierten en una red de mundo pequeño.

Así que, la identificación de aquellos contenidos clave dentro de la red, permite llevar a cabo una clasificación estratégica para la organización y secuenciación del conocimiento matemático, a través de la categorización de contenidos como complicados y básicos, pero también, aquellos contenidos que controlan el flujo de información y que hacen parte de la gran mayoría de caminos cortos que emergen de la red.

Bibliografía

- Aldana, M. (2006). *Redes complejas*.
<https://www.academia.edu/download/35088835/notasredes.pdf>
- Beiró, M. (2013). *Modelos Combinatorios de Sistemas Complejos: Métodos y Algoritmos*.
<https://cnet.fi.uba.ar/mariano.beiro/tesis.pdf>
- Blondel, V. D., Guillaume, J. L., Lambiotte, R., & Lefebvre, E. (2008). Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008(10), P10008. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2008/10/P10008>
- Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., & Hwang, D. U. (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, 424(4–5), 175–308.
<https://doi.org/10.1016/J.PHYSREP.2005.10.009>
- Brent, D., & Sumara, D. (2006). *Complexity and Education: Inquiries Into Learning, Teaching, and Research*. LAWRENCE ERLBAUM ASSOCIATES.
- Castelblanco, J. M. (2015). *CÓMO SE VE LA EDUCACIÓN DESDE LAS CIENCIAS DE LA COMPLEJIDAD EN AMÉRICA*.
<http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/781/TO-18953.PDF?sequence=1&isAllowed=y>
- Congreso de República de Colombia. (1994, February 8). *Ley General de Educación*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Duncan, J. W. (2006). *Seis grados de separación: la ciencia de las redes en la era del acceso*. PAIDÓS.
https://books.google.com.co/books?id=jt4ktVJ427QC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_vpt_read#v=onepage&q&f=false
- Ferrer, G. (2004). *Las reformas curriculares de Perú, Colombia, Chile y Argentina : quién responde por los resultados?* 233.
- Frenkel, E. (2015). *Amor y matemáticas : el corazón de la realidad oculta*. Ariel.
- García, R. (2006). *Sistemas complejos: Conceptos, métodos y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria* (1st ed.). Gedisa.
https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=DFb0DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA7&dq=mas+complejos+rolando+garcia&ots=dbvinD2oMU&sig=BB_aahTdOHD_yqTrNHq2u5u2-0#v=onepage&q=mas%20complejos%20rolando%20garcia&f=false



- Guzmán, M. de. (2007). ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LA MATEMÁTICA. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19–58.
<https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf>
- Hernández, S., & Vidal, L. (2019). *FRACTALIDAD, CAOS Y EL LENGUAJE NETLOGO COMO AGENTES INTEGRADORES DEL CURRÍCULO DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES*. IBM. (2017). *Betweenness - IBM Documentation*. <https://www.ibm.com/docs/en/i2-anb/9.2.3?topic=measures-betweenness>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes). (2021). *Informe Nacional de Resultados Saber 11 2020*. <http://www.icfes.gov.co/>
- Jacomy, M., Venturini, T., Heymann, S., & Bastian, M. (2014). ForceAtlas2, a Continuous Graph Layout Algorithm for Handy Network Visualization Designed for the Gephi Software. *PLoS ONE*, 9(6), e98679. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0098679>
- Maldonado, C. E. (2015). CIENCIAS DE LA COMPLEJIDAD, EDUCACIÓN, INVESTIGACIÓN. TRES PROBLEMAS FUNDAMENTALES. In *Simposio Internacional Educación, formación docente y práctica pedagógica en contexto* (pp. 49–64).
https://www.researchgate.net/publication/297904294_CIENCIAS_DE_LA_COMPLEJIDAD_EDUCACION_INVESTIGACION_TRES_PROBLEMAS_FUNDAMENTALES/
- Maldonado, C. E. (2016). Educación compleja: Indisciplinar la sociedad. *Educación y Humanismo*, 234–252.
<http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/educacion/article/view/2642/2672>
- Maldonado, C. E. (2017). ¿Qué es eso de pedagogía y educación en complejidad? *Propuesta Educativa*, 1. <https://doi.org/10.2/JQUERY.MIN.JS>
- Maldonado, C. E. (2019). *EDUCACIÓN E INVESTIGACIÓN EN COMPLEJIDAD*. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-Managua.
https://www.researchgate.net/publication/337608940_EDUCACION_E_INVESTIGACION_EN_COMPLEJIDAD
- Maldonado, C. E. (2020). Educación y Grados de Libertad. In *PERSPECTIVAS DESDE LA COMPLEJIDAD Y CIENCIAS SOCIALES* (1st ed.). <https://elcolegiodemorelos.edu.mx/wp-content/uploads/2021/01/Libro-Perspectivas.pdf>
- Markus, S., & Echazarra, A. (2019). *Programme For International Student Assessment (PISA) Results From PISA 2018*. <https://www.oecd.org/pisa/>
- Martínez Zarzuelo, A. (2015). *Selección, organización y secuenciación del conocimiento matemático mediante teoría de grafos*.



- Maya, I. (2003). El mundo es un pañuelo: la técnica "Small-World" de Milgram . *Revista Iberoamericana de Filosofía, Política y Humanidades*. <http://www.stanleymilgram.com>
- Milgram, S. (2003). El problema del mundo pequeño. *Iberoamericana de Filosofía, Política y Humanidades*, 4(10).
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje: Matemáticas*.
- Molano Camargo, M. (2011). Carlos Eduardo Vasco Uribe. Trayectoria biográfica de un intelectual colombiano: una mirada a las reformas curriculares en el país. *Revista Colombiana de Educación*, 61, 161–198.
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-39162011000200008&lng=en&nrm=iso&tling=es
- Morin, E. (1995). *INTRODUCCION AL PENSAMIENTO COMPLEJO* (1st ed.). GEDISA.
- Morin, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*.
- Newman, M. E. J. (2003). The structure and function of networks. *Computer Physics Communications*, 147(1–2), 40–45. [https://doi.org/10.1016/S0010-4655\(02\)00201-1](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(02)00201-1)
- Newman, M. E. J., & Girvan, M. (2004). Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 69(2 2).
<https://doi.org/10.1103/PHYSREVE.69.026113>
- OCDE. (2017). *Manual para entornos de aprendizaje innovadores*.
<https://catesco.org/es/2018/03/21/manual-para-entornos-innovadores-de-aprendizaje/>
- OCDE. (2020). *GLOBAL INNOVATION INDEX 2020: Who Will Finance Innovation?*
https://www.wipo.int/edocs/pubdocs/en/wipo_pub_gii_2020.pdf
- Puentes, M. D. S., & García, J. A. (2019). *LA SECUENCIA DIDÁCTICA, ESTRATEGÍA QUE FACILITA LA IMPLEMENTACIÓN DE LOS PROYECTOS DE AULA, UN ACERCAMIENTO A LA COMPLEJIDAD*.
- Ramírez, D. M. (2019). *EL CURRÍCULO INTEGRADO DESDE LA TRANSDISCIPLINARIEDAD COMO ALTERNATIVA PARA ABORDAR LA SITUACIÓN AMBIENTAL DE LA MINERÍA EN COLOMBIA*.
https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/15000/2/Ram%c3%adrezDiana_2020_Curr%c3%adculoTransdisciplinariEDADMiner%c3%ada.pdf



- Reynoso, C. (2008). *Hacia la complejidad por la vía de las redes: Nuevas lecciones epistemológicas*. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-050X2008000300004
- Reynoso, C. (2011). *Redes sociales y complejidad: Modelos interdisciplinarios en la gestión sostenible de la sociedad y la cultura*.
https://www.researchgate.net/publication/335871002_Redес_sociales_y_complejidad_-_Modelos_interdisciplinarios_en_la_gestion_sostenible_de_la_sociedad_y_la_cultura
- Schleicher, A. (2018). *PRIMERA CLASE Cómo construir una escuela de calidad para el siglo XXI*. <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/9788468050126-es.pdf?expires=1637378943&id=id&accname=guest&checksum=C6788F9194D5C0497155BAB1BDCBBA01>
- Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquía. (2005). *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas* (1st ed.).
http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187088328_488799458_19195
- Vasco, C. E. (2018). Reformas de los currículos escolares en matemáticas en las Américas el caso colombiano. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática.*, 223–229.
- Vasco Uribe, C. E. (1985). El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas. *Revista de La Universidad Nacional (1944 - 1992)*, 1(2), 45–51.
<https://revistas.unal.edu.co/index.php/revistaun/article/view/11733>
- Wilensky, U. (2020). *NetLogo* (6.2). <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>

Anexos

Anexo 1: Matriz del Problema

Tabla 5

Matriz del Problema

Síntomas	Causas	Consecuencia	Pronóstico
Autonomía Curricular	<ul style="list-style-type: none"> La Ley General de Educación (1994), otorgó autonomía a las instituciones en el desarrollo de sus programas y currículos respecto al Proyecto Educativo Institucional (PEI). 	<ul style="list-style-type: none"> Gestación del “caos curricular” 	
		<ul style="list-style-type: none"> La aparición de por lo menos tres tipos de currículos, los cuales Vasco decidió llamar así: <i>program-driven curricula</i>: los currículos orientados por los programas curriculares anteriores a la reforma; <i>text-driven curricula</i>: los currículos orientados por los libros de texto y <i>test-driven curricula</i>: los currículos orientados por las pruebas Saber. (Vasco Uribe, 2018, págs. 228 - 229) Emisión constante de orientaciones curriculares por parte del MEN y el ICFES. Atomización de los centros educativos. 	<p>Implementación de un proyecto de ley encargado de reformar la Ley General de Educación, cuyo objeto es la supresión de la autonomía que poseen las instituciones en el desarrollo de sus programas y currículos respecto al Proyecto Educativo Institucional (PEI).</p> <p>Diseño de una estructura curricular dinámica que permita al educador visualizar de manera clara y articulada los contenidos del currículo de educación matemática.</p>
Profundización de la fracturación del	<ul style="list-style-type: none"> A partir de los Lineamientos Curriculares (1998), la educación 	<ul style="list-style-type: none"> Focalización del currículo sobre los pensamientos: numérico, variacional y métrico, 	Una sociedad cargada de conocimientos parcelados, separados y aislados, que imposibilita la

pensamiento matemático

matemática en Colombia ha sido dividida (organizada) en cinco piezas (pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio, y variacional) de un rompecabezas del que nadie sabe cómo será la imagen final.

- Parcelación de los contenidos curriculares, en tres áreas independientes, a saber: aritmética, estadística y geometría.
- Desconocimiento de las normativas ministeriales.
- Un limitado abanico de metodologías destinadas a la articulación de los pensamientos.

de modo que, cada una de ellas conforma un islote de conocimiento que es profundizado en tiempos distintos.

- Tal como lo mencionó Morin, el resultado de una educación que nos ha enseñado a separar, compartimentar, aislar y no a ligar los conocimientos, constituye el conjunto de piezas de un rompecabezas ininteligible. (Morin, 1999, pág. 16).

interpretación del mundo, ya que rompe con su complejidad (Morin, 1999, pág. 16).

Contenidos desarticulados del contexto y la vida

- Rigidez curricular.
- Las matemáticas son presentadas como un ente frío y acabado.

- Transformación de las matemáticas en un método de tortura, capaz de intimidar y deprimir.
- Nula formulación, elaboración y ejecución proyectos y actividades de práctica social y compromiso

- Comunidades con una inteligencia miope, incapaces de ordenar e interpretar la abrumadora cantidad información, fruto de la globalización.
- Individuos rezagados ante los

	<ul style="list-style-type: none"> Limitación de la curiosidad, la actitud crítica y la participación en los procesos pedagógicos, esto es, la aplicación de un modelo pedagógico tradicional, a pesar de que el PEI establece sus fundamentos pedagógicos sobre una pedagogía activa. Desconocimiento del paradigma del pensamiento complejo en la estructuración de los currículos. 	<p>comunitario, que permitan educar para la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> Jóvenes con escaso interés en la educación, incapaces de analizar críticamente la sociedad que les ha sido impuesta. Débil formación matemática, junto con la escasa consolidación de consecuencias. <p>avances científicos y tecnológicos que traen consigo una adecuada articulación del contexto con la formación matemática.</p> <ul style="list-style-type: none"> Incremento en los indicadores de abandono escolar.
<p>No continuidad de los procesos</p>	<ul style="list-style-type: none"> Desconocimiento de los fundamentos, objetivos y metas institucionales dispuestos en el Proyecto Educativo Institucional. Inestabilidad laboral. Renovación frecuente del talento humano. Recursos limitados. 	<p>Plan de estudios orientados por los libros de texto.</p> <p>Desarticulación de los colectivos docentes (internos y locales), que permitan generar proyectos pedagógicos y de investigación transdisciplinaria e interdisciplinaria, orientados en el fortalecimiento de la gestión pedagógica y la búsqueda de unidad en la diversidad, dentro del proceso curricular.</p>

Anexo 2: Plan de estudio de editoriales tenidas en cuenta en esta investigación

Tabla 6

Postprimaria Grado Sexto

Modulo 1: Estableciendo relaciones y operaciones con los números decimales		
Id	Label	Componente
1	Expresiones decimales	Numérico - Variacional
2	Sumar y restar con números decimales	Numérico - Variacional
3	Multiplicar y dividir con números decimales	Numérico - Variacional
Modulo 2: Los números enteros		
Id	Label	Componente
1	Números con signos positivos o negativos	Numérico - Variacional
2	Desplazamientos	Numérico - Variacional
3	Distancias	Numérico - Variacional
4	Ordenando los números	Numérico - Variacional Geométrico - Métrico
Modulo 3: Operemos con los números enteros		
Id	Label	Componente
1	Adición en los números enteros	Numérico - Variacional
2	Sustracción en los enteros	Numérico - Variacional
3	Propiedades de las operaciones adición y sustracción de los números enteros	Numérico - Variacional
4	Multiplicación de números enteros	Numérico - Variacional
5	División de números enteros	Numérico - Variacional
6	Propiedades de las operaciones multiplicación y división de números enteros	Numérico - Variacional
7	Multiplicando varias veces el mismo número	Numérico - Variacional
Modulo 4: Algunos Sistemas de medidas		
Id	Label	Componente
1	El sistema de medidas para la longitud	Geométrico - Métrico
2	El sistema de medidas para superficie	Geométrico - Métrico
3	El sistema de medidas para el tiempo	Geométrico - Métrico
Modulo 5: Algunas exploraciones con la geometría		
Id	Label	Componente
1	Segmentos, semirrectas y rectas	Geométrico - Métrico
2	Giros	Geométrico - Métrico

3	Relaciones entre rectas	Geométrico - Métrico
4	Algo de polígonos	Geométrico - Métrico

Modulo 6: Recolección e interpretación de información

Id	Label	Componente
1	¿Qué hacen mis compañeros en el tiempo libre?	Aleatorio
2	¿Cuánto pesan mis compañeros de clase?	Aleatorio
3	Otra forma de representar los datos	Aleatorio

Tabla 7

Aritmética y Geometría 6° y 7°

Unidad 1: Los Números Naturales y sus Aplicaciones

Id	Label	Componente
1	Números naturales	Numérico - Variacional
2	Operaciones con números naturales	Numérico - Variacional
3	Combinación de la suma y la multiplicación	Numérico - Variacional
4	Divisibilidad de números naturales	Numérico - Variacional
5	Criterios de divisibilidad	Numérico - Variacional
6	Comunes divisores y múltiplos comunes	Numérico - Variacional
7	Determinación del MCD y mcm	Numérico - Variacional
8	Notas historicas	El tiempo y las culturas

Unidad 2: Potenciación, Radicación y Sistemas de Numeración

Id	Label	Componente
9	Potencias	Numérico - Variacional
10	Leyes de los exponentes	Numérico - Variacional
11	Radicación	Numérico - Variacional
12	Sistemas de numeración	Numérico - Variacional
13	Notas historicas	El tiempo y las culturas

Unidad 3: Fracciones positivas y sus aplicaciones

Id	Label	Componente
14	Fracciones	Numérico - Variacional
15	Números decimales y fracciones	Numérico - Variacional
16	Números fraccionarios positivos	Numérico - Variacional
17	Extensión y simplificación o reducción de fracciones	Numérico - Variacional
18	Suma y resta de fracciones	Numérico - Variacional
19	Multiplicación y división de fracciones	Numérico - Variacional
20	Notas historicas	El tiempo y las culturas

Unidad 4: Decimales y porcentajes

Id	Label	Componente
----	-------	------------

21	Números decimales	Numérico - Variacional
22	Operaciones con números decimales	Numérico - Variacional
23	Cálculo de porcentajes	Numérico - Variacional
24	Notas historicas	El tiempo y las culturas

Unidad 5: Figuras geométricas planas

Id	Label	Componente
25	Los útiles de geometría	Geométrico - Métrico
25	Conceptos básicos	Geométrico - Métrico
26	Polígonos regulares	Geométrico - Métrico
27	Polígonos generales	Geométrico - Métrico
28	Circunferencias y círculos	Geométrico - Métrico
29	La mediatriz de un segmento	Geométrico - Métrico
30	Triángulos isósceles	Geométrico - Métrico
31	Notas historicas	El tiempo y las culturas

Unidad 6: Números enteros

id	Label	Componente
32	Números negativos	Numérico - Variacional
33	Sumas con números negativos	Numérico - Variacional
34	Restas con números negativos	Numérico - Variacional
35	Simplificación de expresiones	Numérico - Variacional
36	Paréntesis más, paréntesis menos	Numérico - Variacional
37	Multiplicación por números negativos	Numérico - Variacional
38	Potencias de números negativos	Numérico - Variacional
39	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Unidad 7: Los números racionales y sus operaciones

id	Label	Componente
40	Números racionales	Numérico - Variacional
41	Suma y resta de racionales	Numérico - Variacional
42	Multiplicación y división de racionales	Numérico - Variacional
43	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Unidad 8: Coordenadas, gráficos y estadística

id	Label	Componente
44	Coordenadas	Aleatorio
45	Gráficas	Aleatorio
46	Tablas y gráficas	Aleatorio
47	Estadística	Aleatorio
48	Frecuencias	Aleatorio
49	Tablas y gráficas estadísticas	Aleatorio
50	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Unidad 9: Movimientos y deformaciones de figuras

id	Label	Componente
51	Embaldosados	Geométrico - Métrico
52	Calidoscopios	Geométrico - Métrico
53	Movimientos rígidos de figuras	Geométrico - Métrico
54	Movimientos rígidos y artefactos que los producen	Geométrico - Métrico
55	Otras transformaciones de figuras	Geométrico - Métrico
56	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Unidad 10: Proporcionalidad

id	Label	Componente
57	Razones y proporciones	Numérico - Variacional
58	Proporcionalidad directa	Numérico - Variacional
59	Proporcionalidad inversa	Numérico - Variacional
60	Proporcionalidad compuesta	Numérico - Variacional
61	Repartos proporcionales	Numérico - Variacional
62	Proporcionalidad geométrica	Geométrico - Métrico
63	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Unidad 11: Figuras geométricas solidas

id	Label	Componente
64	Unidades de volumen	Geométrico - Métrico
65	Prismas y pirámides	Geométrico - Métrico
66	Sólidos platónicos y esferas	Geométrico - Métrico
67	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Unidad 12: Nociones de probabilidad

id	Label	Componente
68	Experimentos aleatorios	Aleatorio
69	Probabilidad	Aleatorio
70	La frecuencia de un suceso	Aleatorio
71	La ley empírica de los grandes números	Aleatorio
72	Propiedades de la probabilidad	Aleatorio
73	Notas históricas	El tiempo y las culturas

Anexo 3. Nodos de la red del plan de estudios

Tabla 8

Nodos de la red de plan de estudios

id	Label	Nombre
1	ABSO	Valor absoluto de un número entero
2	ADIDECI	Adición de números decimales

3	ADIENTE	Adición de números enteros
4	ADIFRA	Adición de fracciones
5	A	Ángulos



6	ADINA	Adición de números naturales
7	BARRA	Diagrama de barras para variables cualitativas
8	CADAPRO	Caracterización de datos y probabilidad
9	CDVARCUALI	Caracterización de variables cualitativas
10	CEXALG	Clasificación de expresiones algebraicas
11	CIR	Círculo y circunferencia
12	CLADECI	Clasificación de decimales
13	CNDRD	Conversión de un número decimal a fracción
14	COMB	Combinaciones
15	COMP	El complemento de un conjunto
16	CONVFRACMIX	Conversión de fraccionario a número mixto y viceversa
17	CFRA	Clasificación de fracciones
18	CRE	Cuerpos redondos
19	CRIDIV	Criterios de divisibilidad
20	CSBD	Conversión de binario a sistema decimal y viceversa
21	CUA	Cuadriláteros
22	CUANTI	Caracterización de variables cuantitativas
23	DCRAC	Definición del conjunto Q
24	DEPORCE	Los decimales y los porcentajes

25	DFP	Descomposición en factores primos
26	DIDECI	División de números decimales
27	DIFCONJ	La diferencia entre conjuntos
28	DISFREC	La distribución de frecuencias
29	DIV	Los divisores
30	DIVFRAC	División de fracciones
31	DIVNE	División de números enteros
32	DNN	División de números naturales
33	DTH	Diagrama de tallo y hojas
34	EV	Eventos
35	ECUA	Ecuaciones
36	ESPBB	Escala de probabilidades
37	ESPM	Espacio muestral
38	EXALE	Los experimentos aleatorios
39	EXALG	Expresiones algebraicas
40	DGRU	Distribución de datos agrupados
41	HISTO	El histograma
42	INECU	Inecuaciones
43	INT	El interés
44	LNN	Logaritimación en los números naturales
45	M	Unidades de medida de masa
46	MA	Muestreo aleatorio
47	MAFI	Matemática Financiera
48	MCD	El máximo común divisor



49	MCM	El mínimo común múltiplo
50	METECE	Medidas de tendencia central
51	MNN	Multiplicación de números naturales
52	MUDECI	Multiplicación de números decimales
53	MUL	Los múltiplos
54	MULFRAC	Multiplicación de fracciones
55	MULTIENTE	Multiplicación de números enteros
56	NMIX	Números mixtos
57	DNOGRUP	Distribución de datos no agrupados
58	NPNC	Los números primos y los números compuestos
59	OJI	La ojiva
60	ONB	Operaciones con números binarios
61	ONE	Orden de los números enteros
62	ONN	Orden en los números naturales
63	ONRAC	Orden en los números fraccionarios
64	OPEXALG	Operaciones entre expresiones algebraicas
65	ORDDEC	Orden de los decimales
66	PA	Polinómios aritméticos
67	PAPE	Paralelepípedo
68	PBB	Probabilidad
69	PBBS	Probabilidad simple
70	PER	Las permutaciones

71	PERI	Perímetro
72	PMUL	Principio de multiplicación
73	PMV	La población, la muestra y la variable
74	PNN	Potenciación en los números naturales
75	POLI	Poliedros
76	POLIFREC	El polígono de frecuencias
77	POLIG	Polígonos
78	POTEFRA	Potenciación de fracciones
79	PPMECU	Planteamiento y solución de problemas mediante ecuaciones
80	PRIS	Prisma
81	PRO	Proporción
82	PRODI	Proporcionalidad directa
83	PROFRE	Probabilidad y frecuencia relativa
84	PROINV	Proporcionalidad inversa
85	PROPRO	Propiedades de la probabilidad
86	PROUI	Las propiedades de la unión y la intersección entre conjuntos
87	RA	Razón
88	RADFRAC	Radicación de fracciones
89	RADN	Radicación de números naturales
90	RECPARA	Construcción de rectas paralelas
91	RECPARYPER	Rectas paralelas y perpendiculares

92	REFHOM	Reflexión y homotecia
93	RFRACRE	Representación de las fracciones en la recta numérica
94	RNDECRCN	Representación de los números decimales en la recta numérica
95	RNEREC	Representación de los números enteros en la recta numérica
96	RNN	Representación de los números naturales en la recta numérica
97	ROTA	Rotación
98	RPPC	Representación de puntos en el plano cartesiano
99	RTC	Regla de tres compuesta
100	RTSD	Regla de tres simple directa
101	RTSI	Regla de tres simple inversa
102	SNB	Sistema de numeración binario
103	SND	Sistema de numeración decimal
104	SNN	Sustracción de números naturales

105	SNR	Sistema de numeración romano
106	SUSENTE	Sustracción de números enteros
107	SUSDECI	Sustracción de números decimales
108	SUSRA	Sustracción de fracciones
109	T	Unidades de medida de tiempo
110	TABPROBA	Tablas de probabilidad marginal
111	TACONTI	Tablas de contingencia
112	TAMAR	Tablas marginales
113	TRAS	Traslación
114	TRIAN	Triángulos
115	TSEM	Términos semejantes
116	UARE	Unidades métricas de área
117	ULONG	Unidades de longitud
118	VCUAGRU	Caracterización de variables cuantitativas para datos agrupados
119	VOLU	Volumen

Anexo 4: Aristas de la red de plan de estudios

Tabla 9

Aristas de la red de plan de estudios

Source	Target	Type	1	4	directed	1	71	directed
1	2	directed	1	6	directed	1	75	directed
1	3	directed	1	45	directed	1	77	directed

VIGILADA MINEDUCACIÓN



1	79	directed
1	80	directed
1	93	directed
1	94	directed
1	95	directed
1	96	directed
1	98	directed
1	108	directed
1	113	directed
1	116	directed
1	117	directed
1	119	directed
2	1	directed
2	5	directed
2	8	directed
2	11	directed
2	18	directed
2	21	directed
2	24	directed
2	26	directed
2	39	directed
2	40	directed
2	42	directed
2	43	directed
2	45	directed
2	47	directed
2	52	directed
2	54	directed
2	56	directed
2	64	directed
2	66	directed
2	67	directed
2	68	directed
2	69	directed
2	71	directed
2	75	directed
2	77	directed
2	79	directed
2	80	directed

2	85	directed
2	107	directed
2	108	directed
2	109	directed
2	114	directed
2	116	directed
2	117	directed
2	119	directed
3	1	directed
3	2	directed
3	4	directed
3	5	directed
3	11	directed
3	14	directed
3	18	directed
3	21	directed
3	26	directed
3	30	directed
3	31	directed
3	35	directed
3	39	directed
3	40	directed
3	42	directed
3	43	directed
3	45	directed
3	47	directed
3	50	directed
3	52	directed
3	54	directed
3	55	directed
3	64	directed
3	66	directed
3	71	directed
3	75	directed
3	77	directed
3	79	directed
3	80	directed
3	106	directed
3	107	directed

3	108	directed
3	109	directed
3	114	directed
3	116	directed
3	117	directed
3	119	directed
4	1	directed
4	2	directed
4	5	directed
4	11	directed
4	16	directed
4	18	directed
4	21	directed
4	24	directed
4	26	directed
4	30	directed
4	35	directed
4	39	directed
4	40	directed
4	42	directed
4	43	directed
4	45	directed
4	47	directed
4	52	directed
4	54	directed
4	56	directed
4	64	directed
4	66	directed
4	67	directed
4	68	directed
4	69	directed
4	71	directed
4	75	directed
4	78	directed
4	79	directed
4	80	directed
4	81	directed
4	82	directed
4	84	directed



4	87	directed
4	88	directed
4	107	directed
4	108	directed
4	109	directed
4	114	directed
4	116	directed
4	117	directed
4	119	directed
5	11	directed
5	18	directed
5	21	directed
5	43	directed
5	67	directed
5	75	directed
5	77	directed
5	80	directed
5	97	directed
5	114	directed
6	1	directed
6	2	directed
6	3	directed
6	4	directed
6	5	directed
6	11	directed
6	16	directed
6	18	directed
6	19	directed
6	21	directed
6	26	directed
6	29	directed
6	30	directed
6	31	directed
6	32	directed
6	35	directed
6	39	directed
6	40	directed
6	42	directed
6	43	directed

6	44	directed
6	45	directed
6	46	directed
6	47	directed
6	48	directed
6	49	directed
6	50	directed
6	51	directed
6	52	directed
6	53	directed
6	54	directed
6	55	directed
6	56	directed
6	57	directed
6	58	directed
6	60	directed
6	64	directed
6	66	directed
6	67	directed
6	70	directed
6	71	directed
6	72	directed
6	74	directed
6	75	directed
6	77	directed
6	78	directed
6	79	directed
6	80	directed
6	88	directed
6	89	directed
6	98	directed
6	99	directed
6	100	directed
6	101	directed
6	104	directed
6	106	directed
6	107	directed
6	108	directed
6	109	directed

6	114	directed
6	116	directed
6	117	directed
6	119	directed
7	33	directed
7	36	directed
7	38	directed
7	40	directed
7	50	directed
7	57	directed
7	59	directed
7	68	directed
7	69	directed
8	7	directed
8	22	directed
8	28	directed
8	33	directed
8	34	directed
8	37	directed
8	38	directed
8	40	directed
8	41	directed
8	46	directed
8	50	directed
8	57	directed
8	59	directed
8	68	directed
8	69	directed
8	73	directed
8	85	directed
8	110	directed
8	111	directed
8	112	directed
8	118	directed
9	7	directed
9	8	directed
9	28	directed
9	33	directed
9	34	directed



9	37	directed
9	38	directed
9	41	directed
9	57	directed
9	59	directed
9	83	directed
9	85	directed
9	111	directed
9	112	directed
9	118	directed
10	64	directed
11	18	directed
11	45	directed
11	71	directed
11	80	directed
11	116	directed
11	117	directed
11	119	directed
12	2	directed
12	13	directed
12	17	directed
13	2	directed
13	4	directed
13	8	directed
13	11	directed
13	12	directed
13	16	directed
13	17	directed
13	22	directed
13	23	directed
13	24	directed
13	26	directed
13	28	directed
13	30	directed
13	33	directed
13	35	directed
13	39	directed
13	40	directed
13	41	directed

13	42	directed
13	43	directed
13	45	directed
13	47	directed
13	52	directed
13	57	directed
13	59	directed
13	63	directed
13	64	directed
13	65	directed
13	66	directed
13	67	directed
13	68	directed
13	69	directed
13	71	directed
13	75	directed
13	76	directed
13	77	directed
13	78	directed
13	79	directed
13	80	directed
13	81	directed
13	82	directed
13	83	directed
13	84	directed
13	85	directed
13	88	directed
13	93	directed
13	94	directed
13	99	directed
13	100	directed
13	101	directed
13	107	directed
13	108	directed
13	109	directed
13	114	directed
13	115	directed
13	116	directed
13	117	directed

13	118	directed
13	119	directed
14	8	directed
14	33	directed
14	34	directed
14	37	directed
14	38	directed
14	46	directed
14	68	directed
14	69	directed
14	70	directed
14	72	directed
14	79	directed
15	27	directed
15	34	directed
15	35	directed
15	68	directed
15	69	directed
15	79	directed
16	3	directed
16	4	directed
16	6	directed
16	12	directed
16	35	directed
16	42	directed
16	54	directed
16	56	directed
16	63	directed
16	64	directed
16	66	directed
16	69	directed
16	78	directed
16	79	directed
16	88	directed
16	93	directed
16	94	directed
16	107	directed
16	108	directed
16	109	directed



16	114	directed
16	116	directed
16	117	directed
16	119	directed
17	4	directed
17	12	directed
17	13	directed
17	16	directed
17	24	directed
17	30	directed
17	35	directed
17	39	directed
17	42	directed
17	52	directed
17	54	directed
17	56	directed
17	63	directed
17	64	directed
17	66	directed
17	78	directed
17	79	directed
17	81	directed
17	82	directed
17	87	directed
17	93	directed
17	94	directed
17	98	directed
17	107	directed
17	108	directed
18	10	directed
18	11	directed
18	39	directed
18	67	directed
18	75	directed
18	116	directed
18	119	directed
19	4	directed
19	12	directed
19	13	directed

19	16	directed
19	17	directed
19	25	directed
19	29	directed
19	30	directed
19	35	directed
19	39	directed
19	42	directed
19	44	directed
19	47	directed
19	48	directed
19	49	directed
19	54	directed
19	56	directed
19	58	directed
19	64	directed
19	66	directed
19	78	directed
19	79	directed
19	81	directed
19	82	directed
19	84	directed
19	87	directed
19	88	directed
19	89	directed
20	6	directed
20	35	directed
20	51	directed
20	74	directed
21	30	directed
21	54	directed
21	67	directed
21	71	directed
21	75	directed
21	77	directed
21	80	directed
21	82	directed
21	84	directed
21	87	directed

21	97	directed
21	113	directed
21	116	directed
21	117	directed
21	119	directed
22	8	directed
22	33	directed
22	36	directed
22	41	directed
22	57	directed
22	59	directed
22	76	directed
22	83	directed
22	110	directed
22	118	directed
23	2	directed
23	4	directed
23	12	directed
23	13	directed
23	16	directed
23	17	directed
23	24	directed
23	26	directed
23	30	directed
23	54	directed
23	56	directed
23	63	directed
23	65	directed
23	78	directed
23	81	directed
23	82	directed
23	84	directed
23	87	directed
23	88	directed
23	93	directed
23	99	directed
23	100	directed
23	101	directed
23	107	directed



23	108	directed
24	2	directed
24	7	directed
24	8	directed
24	9	directed
24	11	directed
24	12	directed
24	13	directed
24	17	directed
24	22	directed
24	23	directed
24	26	directed
24	28	directed
24	30	directed
24	34	directed
24	35	directed
24	36	directed
24	37	directed
24	38	directed
24	39	directed
24	40	directed
24	41	directed
24	42	directed
24	43	directed
24	45	directed
24	46	directed
24	47	directed
24	52	directed
24	54	directed
24	56	directed
24	57	directed
24	59	directed
24	63	directed
24	64	directed
24	65	directed
24	66	directed
24	67	directed
24	68	directed
24	69	directed

24	71	directed
24	75	directed
24	76	directed
24	77	directed
24	79	directed
24	80	directed
24	81	directed
24	83	directed
24	85	directed
24	87	directed
24	88	directed
24	89	directed
24	93	directed
24	94	directed
24	107	directed
24	108	directed
24	109	directed
24	110	directed
24	116	directed
24	117	directed
24	118	directed
24	119	directed
25	4	directed
25	13	directed
25	16	directed
25	19	directed
25	29	directed
25	30	directed
25	31	directed
25	32	directed
25	35	directed
25	39	directed
25	42	directed
25	43	directed
25	44	directed
25	47	directed
25	48	directed
25	49	directed
25	53	directed

25	54	directed
25	56	directed
25	58	directed
25	64	directed
25	66	directed
25	67	directed
25	71	directed
25	74	directed
25	75	directed
25	77	directed
25	78	directed
25	79	directed
25	81	directed
25	82	directed
25	84	directed
25	88	directed
25	89	directed
25	107	directed
25	108	directed
25	114	directed
25	115	directed
25	116	directed
25	117	directed
25	119	directed
26	1	directed
26	8	directed
26	11	directed
26	18	directed
26	23	directed
26	24	directed
26	28	directed
26	33	directed
26	35	directed
26	40	directed
26	41	directed
26	42	directed
26	43	directed
26	57	directed
26	59	directed



26	64	directed
26	65	directed
26	66	directed
26	67	directed
26	68	directed
26	69	directed
26	71	directed
26	75	directed
26	76	directed
26	80	directed
26	85	directed
26	93	directed
26	94	directed
26	109	directed
26	119	directed
27	15	directed
27	23	directed
27	34	directed
27	35	directed
27	37	directed
27	38	directed
27	68	directed
27	69	directed
27	85	directed
28	7	directed
28	33	directed
28	38	directed
28	40	directed
28	41	directed
28	46	directed
28	47	directed
28	50	directed
28	59	directed
28	68	directed
28	69	directed
28	76	directed
28	111	directed
28	112	directed
29	4	directed

29	8	directed
29	11	directed
29	12	directed
29	13	directed
29	16	directed
29	17	directed
29	19	directed
29	20	directed
29	23	directed
29	24	directed
29	25	directed
29	26	directed
29	30	directed
29	31	directed
29	32	directed
29	35	directed
29	39	directed
29	42	directed
29	43	directed
29	48	directed
29	49	directed
29	56	directed
29	58	directed
29	60	directed
29	64	directed
29	66	directed
29	68	directed
29	69	directed
29	79	directed
29	85	directed
29	93	directed
29	102	directed
30	1	directed
30	2	directed
30	10	directed
30	11	directed
30	12	directed
30	13	directed
30	16	directed

30	17	directed
30	18	directed
30	21	directed
30	24	directed
30	26	directed
30	35	directed
30	39	directed
30	40	directed
30	41	directed
30	42	directed
30	43	directed
30	45	directed
30	47	directed
30	50	directed
30	56	directed
30	57	directed
30	63	directed
30	64	directed
30	65	directed
30	66	directed
30	67	directed
30	68	directed
30	69	directed
30	70	directed
30	75	directed
30	77	directed
30	78	directed
30	79	directed
30	80	directed
30	81	directed
30	82	directed
30	83	directed
30	84	directed
30	87	directed
30	88	directed
30	116	directed
30	117	directed
30	119	directed
31	1	directed



31	2	directed
31	11	directed
31	13	directed
31	16	directed
31	17	directed
31	19	directed
31	20	directed
31	24	directed
31	29	directed
31	30	directed
31	35	directed
31	39	directed
31	42	directed
31	43	directed
31	45	directed
31	47	directed
31	48	directed
31	56	directed
31	58	directed
31	64	directed
31	66	directed
31	68	directed
31	69	directed
31	72	directed
31	79	directed
31	93	directed
31	99	directed
31	100	directed
31	101	directed
31	110	directed
31	116	directed
31	117	directed
32	1	directed
32	2	directed
32	4	directed
32	11	directed
32	12	directed
32	13	directed
32	14	directed

32	16	directed
32	17	directed
32	18	directed
32	19	directed
32	20	directed
32	21	directed
32	23	directed
32	24	directed
32	25	directed
32	26	directed
32	28	directed
32	29	directed
32	30	directed
32	31	directed
32	35	directed
32	39	directed
32	40	directed
32	41	directed
32	42	directed
32	43	directed
32	44	directed
32	45	directed
32	47	directed
32	48	directed
32	49	directed
32	50	directed
32	51	directed
32	52	directed
32	53	directed
32	54	directed
32	55	directed
32	56	directed
32	57	directed
32	58	directed
32	60	directed
32	63	directed
32	64	directed
32	65	directed
32	66	directed

32	68	directed
32	69	directed
32	70	directed
32	71	directed
32	72	directed
32	74	directed
32	75	directed
32	76	directed
32	77	directed
32	78	directed
32	79	directed
32	80	directed
32	81	directed
32	82	directed
32	83	directed
32	84	directed
32	85	directed
32	87	directed
32	88	directed
32	89	directed
32	93	directed
32	94	directed
32	95	directed
32	97	directed
32	98	directed
32	99	directed
32	100	directed
32	101	directed
32	102	directed
32	103	directed
32	107	directed
32	108	directed
32	109	directed
32	110	directed
32	111	directed
32	112	directed
32	114	directed
32	116	directed
32	117	directed



32	119	directed
33	28	directed
33	40	directed
33	41	directed
33	50	directed
33	57	directed
33	118	directed
34	8	directed
34	15	directed
34	27	directed
34	36	directed
34	37	directed
34	38	directed
34	68	directed
34	69	directed
34	70	directed
34	72	directed
34	73	directed
34	83	directed
35	1	directed
35	11	directed
35	15	directed
35	18	directed
35	21	directed
35	27	directed
35	39	directed
35	42	directed
35	47	directed
35	79	directed
35	119	directed
36	8	directed
36	14	directed
36	68	directed
36	69	directed
36	70	directed
36	72	directed
36	83	directed
36	85	directed
37	8	directed

37	9	directed
37	15	directed
37	34	directed
37	46	directed
37	68	directed
37	69	directed
37	70	directed
37	83	directed
37	85	directed
37	86	directed
37	110	directed
38	14	directed
38	34	directed
38	37	directed
38	70	directed
38	72	directed
39	10	directed
39	11	directed
39	18	directed
39	21	directed
39	35	directed
39	42	directed
39	43	directed
39	47	directed
39	64	directed
39	66	directed
39	71	directed
39	72	directed
39	75	directed
39	77	directed
39	78	directed
39	79	directed
39	80	directed
39	82	directed
39	84	directed
39	85	directed
39	99	directed
39	100	directed
39	101	directed

39	114	directed
39	115	directed
39	119	directed
40	7	directed
40	8	directed
40	33	directed
40	41	directed
40	57	directed
40	59	directed
41	7	directed
41	33	directed
41	40	directed
41	47	directed
41	57	directed
41	59	directed
42	1	directed
42	5	directed
42	11	directed
42	12	directed
42	17	directed
42	18	directed
42	21	directed
42	39	directed
42	43	directed
42	47	directed
42	64	directed
42	75	directed
42	77	directed
43	47	directed
43	110	directed
43	112	directed
44	35	directed
44	39	directed
44	42	directed
44	47	directed
44	64	directed
44	66	directed
44	79	directed
45	18	directed



45	21	directed
45	47	directed
45	67	directed
45	75	directed
45	77	directed
45	79	directed
45	80	directed
45	82	directed
45	84	directed
45	99	directed
45	100	directed
45	101	directed
45	114	directed
45	119	directed
46	7	directed
46	8	directed
46	9	directed
46	14	directed
46	22	directed
46	28	directed
46	33	directed
46	34	directed
46	36	directed
46	37	directed
46	38	directed
46	40	directed
46	41	directed
46	57	directed
46	59	directed
46	68	directed
46	69	directed
46	76	directed
46	118	directed
47	2	directed
47	3	directed
47	4	directed
47	6	directed
47	24	directed
47	26	directed

47	30	directed
47	31	directed
47	32	directed
47	35	directed
47	38	directed
47	39	directed
47	42	directed
47	43	directed
47	44	directed
47	50	directed
47	51	directed
47	52	directed
47	54	directed
47	55	directed
47	64	directed
47	66	directed
47	78	directed
47	79	directed
47	81	directed
47	82	directed
47	84	directed
47	87	directed
47	88	directed
47	89	directed
47	98	directed
47	99	directed
47	100	directed
47	101	directed
47	104	directed
47	106	directed
47	107	directed
47	108	directed
48	4	directed
48	16	directed
48	17	directed
48	19	directed
48	25	directed
48	30	directed
48	31	directed

48	32	directed
48	35	directed
48	39	directed
48	42	directed
48	44	directed
48	45	directed
48	49	directed
48	58	directed
48	64	directed
48	66	directed
48	81	directed
48	108	directed
49	4	directed
49	16	directed
49	19	directed
49	25	directed
49	29	directed
49	30	directed
49	31	directed
49	32	directed
49	35	directed
49	39	directed
49	42	directed
49	44	directed
49	45	directed
49	48	directed
49	58	directed
49	62	directed
49	64	directed
49	66	directed
49	108	directed
50	7	directed
50	8	directed
50	9	directed
50	28	directed
50	40	directed
50	41	directed
50	46	directed
50	57	directed



50	59	directed
50	76	directed
50	118	directed
51	1	directed
51	2	directed
51	4	directed
51	5	directed
51	11	directed
51	13	directed
51	14	directed
51	16	directed
51	17	directed
51	18	directed
51	19	directed
51	20	directed
51	21	directed
51	24	directed
51	25	directed
51	26	directed
51	28	directed
51	29	directed
51	30	directed
51	31	directed
51	32	directed
51	35	directed
51	39	directed
51	42	directed
51	43	directed
51	44	directed
51	45	directed
51	47	directed
51	48	directed
51	49	directed
51	50	directed
51	52	directed
51	53	directed
51	54	directed
51	55	directed
51	56	directed

51	58	directed
51	60	directed
51	63	directed
51	64	directed
51	65	directed
51	66	directed
51	67	directed
51	68	directed
51	69	directed
51	70	directed
51	71	directed
51	72	directed
51	74	directed
51	75	directed
51	76	directed
51	77	directed
51	78	directed
51	79	directed
51	80	directed
51	81	directed
51	82	directed
51	83	directed
51	84	directed
51	85	directed
51	87	directed
51	88	directed
51	89	directed
51	93	directed
51	94	directed
51	98	directed
51	99	directed
51	100	directed
51	101	directed
51	107	directed
51	108	directed
51	109	directed
51	110	directed
51	111	directed
51	112	directed

51	114	directed
51	115	directed
51	116	directed
51	117	directed
51	119	directed
52	1	directed
52	5	directed
52	11	directed
52	13	directed
52	18	directed
52	21	directed
52	23	directed
52	24	directed
52	26	directed
52	30	directed
52	35	directed
52	39	directed
52	42	directed
52	43	directed
52	45	directed
52	47	directed
52	64	directed
52	66	directed
52	67	directed
52	68	directed
52	71	directed
52	75	directed
52	77	directed
52	79	directed
52	80	directed
52	81	directed
52	82	directed
52	84	directed
52	85	directed
52	87	directed
52	92	directed
52	99	directed
52	100	directed
52	101	directed



52	109	directed
52	110	directed
52	114	directed
52	115	directed
52	116	directed
52	117	directed
52	119	directed
53	19	directed
53	29	directed
53	39	directed
53	48	directed
53	49	directed
53	51	directed
53	54	directed
53	58	directed
53	63	directed
53	64	directed
53	88	directed
54	1	directed
54	11	directed
54	13	directed
54	16	directed
54	18	directed
54	21	directed
54	23	directed
54	24	directed
54	35	directed
54	39	directed
54	42	directed
54	43	directed
54	47	directed
54	56	directed
54	64	directed
54	66	directed
54	67	directed
54	68	directed
54	75	directed
54	78	directed
54	79	directed

54	80	directed
54	81	directed
54	82	directed
54	84	directed
54	85	directed
54	99	directed
54	100	directed
54	101	directed
55	1	directed
55	4	directed
55	11	directed
55	13	directed
55	16	directed
55	21	directed
55	24	directed
55	26	directed
55	30	directed
55	31	directed
55	35	directed
55	39	directed
55	42	directed
55	43	directed
55	45	directed
55	47	directed
55	52	directed
55	54	directed
55	56	directed
55	63	directed
55	64	directed
55	65	directed
55	66	directed
55	67	directed
55	68	directed
55	69	directed
55	70	directed
55	71	directed
55	72	directed
55	75	directed
55	78	directed

55	79	directed
55	80	directed
55	81	directed
55	82	directed
55	83	directed
55	84	directed
55	85	directed
55	87	directed
55	88	directed
55	98	directed
55	99	directed
55	100	directed
55	101	directed
55	107	directed
55	108	directed
55	109	directed
55	116	directed
55	117	directed
55	119	directed
56	4	directed
56	16	directed
56	17	directed
56	21	directed
56	26	directed
56	30	directed
56	35	directed
56	39	directed
56	42	directed
56	47	directed
56	52	directed
56	54	directed
56	64	directed
56	66	directed
56	67	directed
56	71	directed
56	75	directed
56	77	directed
56	78	directed
56	79	directed



56	80	directed
56	81	directed
56	82	directed
56	84	directed
56	87	directed
56	88	directed
56	93	directed
56	94	directed
56	107	directed
56	108	directed
56	114	directed
56	117	directed
56	119	directed
57	7	directed
57	24	directed
57	28	directed
57	33	directed
57	36	directed
57	40	directed
57	50	directed
57	76	directed
57	118	directed
58	4	directed
58	19	directed
58	25	directed
58	29	directed
58	30	directed
58	35	directed
58	42	directed
58	44	directed
58	48	directed
58	49	directed
58	56	directed
58	64	directed
58	66	directed
58	78	directed
58	79	directed
58	81	directed
58	82	directed

58	84	directed
58	87	directed
58	88	directed
58	89	directed
58	99	directed
58	100	directed
58	101	directed
58	108	directed
59	7	directed
59	28	directed
59	33	directed
59	40	directed
59	50	directed
59	57	directed
59	76	directed
59	83	directed
59	85	directed
59	118	directed
60	20	directed
60	111	directed
61	1	directed
61	2	directed
61	3	directed
61	4	directed
61	16	directed
61	25	directed
61	26	directed
61	30	directed
61	31	directed
61	35	directed
61	39	directed
61	42	directed
61	43	directed
61	45	directed
61	47	directed
61	48	directed
61	49	directed
61	52	directed
61	53	directed

61	54	directed
61	55	directed
61	56	directed
61	63	directed
61	64	directed
61	65	directed
61	65	directed
61	71	directed
61	75	directed
61	77	directed
61	78	directed
61	79	directed
61	80	directed
61	87	directed
61	93	directed
61	94	directed
61	95	directed
61	98	directed
61	106	directed
61	107	directed
61	108	directed
61	109	directed
61	117	directed
61	119	directed
62	3	directed
62	4	directed
62	6	directed
62	25	directed
62	26	directed
62	29	directed
62	30	directed
62	31	directed
62	32	directed
62	35	directed
62	39	directed
62	42	directed
62	43	directed
62	44	directed
62	45	directed



62	47	directed
62	48	directed
62	49	directed
62	51	directed
62	52	directed
62	53	directed
62	54	directed
62	55	directed
62	56	directed
62	58	directed
62	61	directed
62	63	directed
62	64	directed
62	65	directed
62	66	directed
62	71	directed
62	74	directed
62	75	directed
62	77	directed
62	78	directed
62	79	directed
62	80	directed
62	81	directed
62	82	directed
62	84	directed
62	87	directed
62	88	directed
62	89	directed
62	93	directed
62	94	directed
62	95	directed
62	96	directed
62	98	directed
62	104	directed
62	106	directed
62	107	directed
62	108	directed
62	109	directed
62	116	directed

62	117	directed
62	119	directed
63	1	directed
63	2	directed
63	3	directed
63	4	directed
63	16	directed
63	17	directed
63	23	directed
63	26	directed
63	30	directed
63	35	directed
63	39	directed
63	42	directed
63	43	directed
63	45	directed
63	47	directed
63	52	directed
63	54	directed
63	56	directed
63	64	directed
63	65	directed
63	66	directed
63	58	directed
63	71	directed
63	75	directed
63	77	directed
63	78	directed
63	79	directed
63	80	directed
63	81	directed
63	82	directed
63	84	directed
63	87	directed
63	88	directed
63	93	directed
63	94	directed
63	98	directed
63	107	directed

63	108	directed
63	109	directed
63	117	directed
63	119	directed
64	11	directed
64	18	directed
64	21	directed
64	35	directed
64	39	directed
64	42	directed
64	43	directed
64	47	directed
64	67	directed
64	71	directed
64	75	directed
64	77	directed
64	78	directed
64	79	directed
64	80	directed
64	87	directed
64	114	directed
65	1	directed
65	2	directed
65	3	directed
65	4	directed
65	16	directed
65	17	directed
65	23	directed
65	26	directed
65	30	directed
65	35	directed
65	39	directed
65	42	directed
65	43	directed
65	45	directed
65	47	directed
65	52	directed
65	54	directed
65	56	directed



65	64	directed
65	66	directed
65	68	directed
65	71	directed
65	75	directed
65	77	directed
65	78	directed
65	79	directed
65	80	directed
65	81	directed
65	82	directed
65	84	directed
65	87	directed
65	88	directed
65	93	directed
65	94	directed
65	98	directed
65	107	directed
65	108	directed
65	109	directed
65	117	directed
65	119	directed
66	1	directed
66	11	directed
66	14	directed
66	18	directed
66	21	directed
66	26	directed
66	35	directed
66	39	directed
66	42	directed
66	43	directed
66	47	directed
66	67	directed
66	69	directed
66	70	directed
66	71	directed
66	75	directed
66	77	directed

66	79	directed
66	80	directed
66	82	directed
66	84	directed
66	99	directed
66	100	directed
66	101	directed
66	114	directed
67	18	directed
67	75	directed
67	77	directed
67	119	directed
68	7	directed
68	8	directed
68	24	directed
68	28	directed
68	40	directed
68	41	directed
68	43	directed
68	47	directed
68	57	directed
68	69	directed
68	76	directed
68	79	directed
68	85	directed
68	110	directed
68	111	directed
68	112	directed
69	7	directed
69	8	directed
69	14	directed
69	24	directed
69	28	directed
69	36	directed
69	68	directed
69	83	directed
69	85	directed
70	35	directed
70	37	directed

70	79	directed
71	11	directed
71	21	directed
71	35	directed
71	39	directed
71	42	directed
71	64	directed
71	77	directed
71	114	directed
71	117	directed
72	35	directed
72	47	directed
72	79	directed
73	7	directed
73	8	directed
73	9	directed
73	22	directed
73	28	directed
73	37	directed
73	40	directed
73	46	directed
73	57	directed
73	76	directed
73	118	directed
74	18	directed
74	21	directed
74	35	directed
74	39	directed
74	42	directed
74	43	directed
74	47	directed
74	64	directed
74	66	directed
74	67	directed
74	75	directed
74	77	directed
74	78	directed
74	79	directed
74	80	directed



74	88	directed
74	89	directed
74	119	directed
75	18	directed
75	35	directed
75	79	directed
75	119	directed
76	47	directed
77	5	directed
77	18	directed
77	21	directed
77	35	directed
77	39	directed
77	42	directed
77	67	directed
77	71	directed
77	75	directed
77	76	directed
77	80	directed
77	90	directed
77	91	directed
77	92	directed
77	113	directed
77	114	directed
77	116	directed
77	117	directed
77	119	directed
78	1	directed
78	24	directed
78	35	directed
78	38	directed
78	42	directed
78	43	directed
78	47	directed
78	64	directed
78	66	directed
78	67	directed
78	71	directed
78	75	directed

78	77	directed
78	79	directed
78	80	directed
78	88	directed
78	114	directed
78	119	directed
79	1	directed
79	11	directed
79	13	directed
79	18	directed
79	20	directed
79	21	directed
79	35	directed
79	39	directed
79	43	directed
79	44	directed
79	47	directed
79	66	directed
79	67	directed
79	71	directed
79	74	directed
79	75	directed
79	77	directed
79	78	directed
79	80	directed
79	88	directed
79	89	directed
79	115	directed
79	119	directed
80	35	directed
80	42	directed
80	79	directed
81	17	directed
81	23	directed
81	24	directed
81	30	directed
81	35	directed
81	39	directed
81	42	directed

81	43	directed
81	47	directed
81	79	directed
81	82	directed
81	84	directed
81	87	directed
81	88	directed
81	89	directed
81	92	directed
81	99	directed
81	100	directed
81	101	directed
81	113	directed
82	35	directed
82	42	directed
82	47	directed
82	79	directed
82	81	directed
82	84	directed
82	87	directed
82	99	directed
82	100	directed
82	101	directed
83	7	directed
83	8	directed
83	28	directed
83	34	directed
83	40	directed
83	41	directed
83	47	directed
83	57	directed
83	59	directed
83	68	directed
83	69	directed
83	70	directed
83	76	directed
83	85	directed
84	35	directed
84	42	directed



84	47	directed
84	79	directed
84	81	directed
84	87	directed
84	99	directed
84	100	directed
84	101	directed
85	15	directed
85	27	directed
85	50	directed
85	86	directed
86	15	directed
86	23	directed
86	27	directed
86	34	directed
86	35	directed
86	37	directed
86	38	directed
86	42	directed
86	58	directed
86	79	directed
87	4	directed
87	23	directed
87	24	directed
87	68	directed
87	69	directed
87	83	directed
87	99	directed
87	100	directed
87	101	directed
88	35	directed
88	39	directed
88	42	directed
88	47	directed
88	64	directed
88	66	directed
88	79	directed
89	21	directed
89	35	directed

89	39	directed
89	42	directed
89	44	directed
89	45	directed
89	47	directed
89	64	directed
89	65	directed
89	66	directed
89	71	directed
89	75	directed
89	77	directed
89	78	directed
89	79	directed
89	80	directed
89	88	directed
89	93	directed
89	94	directed
89	95	directed
89	96	directed
89	98	directed
89	114	directed
89	116	directed
89	117	directed
89	119	directed
90	11	directed
90	18	directed
90	21	directed
90	75	directed
90	77	directed
90	80	directed
90	91	directed
90	92	directed
90	114	directed
91	11	directed
91	18	directed
91	21	directed
91	75	directed
91	77	directed
91	80	directed

91	92	directed
91	114	directed
92	21	directed
92	35	directed
92	42	directed
92	45	directed
92	67	directed
92	71	directed
92	75	directed
92	77	directed
92	79	directed
92	80	directed
92	81	directed
92	82	directed
92	84	directed
92	87	directed
92	116	directed
92	117	directed
93	2	directed
93	4	directed
93	16	directed
93	17	directed
93	35	directed
93	42	directed
93	63	directed
93	64	directed
93	65	directed
93	94	directed
93	98	directed
93	116	directed
93	117	directed
93	119	directed
94	11	directed
94	18	directed
94	21	directed
94	35	directed
94	32	directed
94	65	directed
94	98	directed



94	116	directed
94	117	directed
94	119	directed
95	1	directed
95	3	directed
95	5	directed
95	11	directed
95	18	directed
95	21	directed
95	35	directed
95	42	directed
95	61	directed
95	65	directed
95	92	directed
95	93	directed
95	94	directed
95	97	directed
95	98	directed
95	106	directed
95	107	directed
96	3	directed
96	5	directed
96	6	directed
96	11	directed
96	18	directed
96	21	directed
96	35	directed
96	42	directed
96	61	directed
96	62	directed
96	65	directed
96	92	directed
96	93	directed
96	94	directed
96	95	directed
96	98	directed
96	104	directed
96	106	directed
96	107	directed

96	109	directed
96	110	directed
96	111	directed
96	112	directed
96	113	directed
96	114	directed
96	116	directed
96	117	directed
96	119	directed
97	92	directed
98	7	directed
98	11	directed
98	21	directed
98	41	directed
98	43	directed
98	47	directed
98	59	directed
98	67	directed
98	75	directed
98	76	directed
98	77	directed
98	80	directed
98	92	directed
98	97	directed
98	113	directed
98	114	directed
99	43	directed
99	45	directed
99	47	directed
99	81	directed
99	82	directed
99	84	directed
99	87	directed
99	100	directed
99	101	directed
99	109	directed
99	114	directed
99	116	directed
99	117	directed

99	119	directed
100	43	directed
100	45	directed
100	47	directed
100	81	directed
100	82	directed
100	84	directed
100	87	directed
100	99	directed
100	101	directed
100	109	directed
100	114	directed
100	116	directed
100	117	directed
100	119	directed
101	47	directed
101	79	directed
101	84	directed
102	47	directed
103	2	directed
103	3	directed
103	6	directed
103	19	directed
103	29	directed
103	32	directed
103	44	directed
103	45	directed
103	47	directed
103	48	directed
103	49	directed
103	51	directed
103	53	directed
103	55	directed
103	58	directed
103	61	directed
103	62	directed
103	66	directed
103	74	directed
103	102	directed



103	104	directed
103	106	directed
104	2	directed
104	3	directed
104	4	directed
104	5	directed
104	6	directed
104	11	directed
104	26	directed
104	31	directed
104	32	directed
104	35	directed
104	39	directed
104	42	directed
104	44	directed
104	47	directed
104	51	directed
104	52	directed
104	53	directed
104	54	directed
104	55	directed
104	56	directed
104	64	directed
104	66	directed
104	79	directed
104	106	directed
104	107	directed
104	108	directed
104	115	directed
105	109	directed
106	2	directed
106	3	directed
106	4	directed
106	5	directed
106	11	directed
106	26	directed
106	31	directed
106	35	directed
106	39	directed

106	42	directed
106	47	directed
106	52	directed
106	54	directed
106	55	directed
106	56	directed
106	64	directed
106	66	directed
106	79	directed
106	107	directed
106	108	directed
106	115	directed
107	4	directed
107	10	directed
107	11	directed
107	24	directed
107	26	directed
107	35	directed
107	39	directed
107	42	directed
107	47	directed
107	52	directed
107	54	directed
107	64	directed
107	66	directed
107	79	directed
107	108	directed
107	115	directed
108	4	directed
108	10	directed
108	11	directed
108	24	directed
108	26	directed
108	35	directed
108	39	directed
108	42	directed
108	47	directed
108	52	directed
108	54	directed

108	64	directed
108	66	directed
108	79	directed
108	115	directed
109	47	directed
110	33	directed
110	40	directed
110	41	directed
110	47	directed
110	76	directed
110	112	directed
111	33	directed
111	40	directed
111	41	directed
111	47	directed
111	76	directed
111	110	directed
111	112	directed
112	33	directed
112	40	directed
112	41	directed
112	47	directed
112	76	directed
113	21	directed
113	67	directed
113	75	directed
114	45	directed
114	47	directed
114	67	directed
114	71	directed
114	75	directed
114	76	directed
114	77	directed
114	80	directed
114	92	directed
114	97	directed
114	113	directed
114	116	directed
114	117	directed



114	119	directed
115	35	directed
115	39	directed
115	42	directed
115	47	directed
115	64	directed
115	66	directed
115	79	directed
116	1	directed
116	2	directed
116	3	directed
116	4	directed
116	6	directed
116	11	directed
116	18	directed
116	21	directed
116	35	directed
116	42	directed
116	45	directed
116	47	directed
116	67	directed
116	71	directed
116	75	directed
116	77	directed

116	79	directed
116	80	directed
116	114	directed
116	119	directed
117	1	directed
117	2	directed
117	3	directed
117	4	directed
117	6	directed
117	11	directed
117	18	directed
117	21	directed
117	35	directed
117	42	directed
117	45	directed
117	47	directed
117	67	directed
117	71	directed
117	75	directed
117	77	directed
117	79	directed
117	80	directed
117	114	directed
117	116	directed

117	119	directed
118	7	directed
118	40	directed
118	41	directed
118	50	directed
118	59	directed
118	68	directed
118	69	directed
118	76	directed
118	83	directed
118	110	directed
118	111	directed
118	112	directed
119	1	directed
119	18	directed
119	35	directed
119	42	directed
119	45	directed
119	67	directed
119	75	directed
119	79	directed
119	80	directed

Anexo 5: Contenidos pertenecientes a cada clusters emergente de la red

Tabla 10

Nodos pertenecientes a la comunidad 0

id	Label
1	ABSO
2	ADIDECI
3	ADIENTE
5	A
11	CIR
18	CRE
21	CUA
45	M
52	MUDECI
65	ORDDEC

67	PAPE
71	PERI
75	POLI
77	POLIG
80	PRIS
89	RADN
90	RECPARA
91	RECPARYPER
92	REFHOM
93	RFRACRE
94	RNDECRECN

95	RNEREC
96	RNN
97	ROTA
98	RPPC
113	TRAS
114	TRIAN
116	UARE
117	ULONG
119	VOLU



Tabla 11

Nodos pertenecientes a la comunidad 1

Id	Label
4	ADIFRA
6	ADINA
10	CEXALG
12	CLADECI
13	CNDRD
16	CONVFRACMIX
17	CFRA
19	CRIDIV
20	CSBD
23	DCRAC
25	DFP
29	DIV
30	DIVFRAC
31	DIVNE
32	DNN
35	ECUA
39	EXALG
42	INECU

43	INT
44	LNN
47	MAFI
48	MCD
49	MCM
51	MNN
53	MUL
54	MULFRAC
55	MULTIENTE
56	NMIX
58	NPNC
60	ONB
61	ONE
62	ONN
63	ONRAC
64	OPEXALG
66	PA
72	PMUL
74	PNN

78	POTEFRA
79	PPMECU
81	PRO
82	PRODI
84	PROINV
87	RA
88	RADFRAC
99	RTC
100	RTSD
101	RTSI
102	SNB
103	SND
104	SNN
105	SNR
106	SUSENTE
107	SUSDECI
108	SUSRA
109	T

Tabla 12

Nodos pertenecientes a la comunidad 2

Id	Label
7	BARRA
8	CADAPRO
9	CDVARQUALI
14	COMB
15	COMP
22	CUANTI
24	DEPORCE
26	DIDECI
27	DIFCONJ
28	DISFREC
33	DTH

34	EV
36	ESPBB
37	ESPM
38	EXALE
40	DGRU
41	HISTO
46	MA
50	METECE
57	DNOGRUP
59	OJI
68	PBB
69	PBBS

70	PER
73	PMV
76	POLIFREC
83	PROFRE
85	PROPRO
86	PROUI
110	TABPROBA
111	TACONTI
112	TAMAR
118	VCUAGRU

Anexo 7: Otras emergencias del plan de estudios en forma de red.

Gephi 0.9.2 - sin_buclesgephi

Archivo Espacio de trabajo Ver Herramientas Ventana Ayuda

Vista general Laboratorio de datos Previsualización

Espacio de trabajo 1 x Espacio de trabajo 2 x

Tabla de datos x

Configuración Añadir modo Añadir arista Buscar/Reemplazar Importar hoja de cálculo Exportar tabla Más acciones

Nodos Aristas

Load attributes

Attribute type: <

Left matrix: <

Right Matrix: <

Remove Edges Directed

Remove Nodes Proportional

Threshold: 0.0

Run

Graph Coloring

Bipartite: ?

Id	Label	Interval	modularity_class	indegree	outdegree	degree	eccentricity	closenesscentrality	harmonicclosenesscentrality	betweennesscentrality	clustering	eigencentrality
1	ABSO	0	24	20	44	3	0.502146	0.558405	414.14077	0.61345	0.49298	
2	ADDECI	0	22	35	57	3	0.559502	0.632479	204.364542	0.315611	0.312119	
3	ADIENTE	0	15	37	52	3	0.557143	0.639601	117.883454	0.325162	0.195517	
4	ADIFRA	1	30	42	72	3	0.5625	0.656685	198.106289	0.311828	0.362823	
5	A	0	12	10	22	5	0.341108	0.399803	14.166941	0.333333	0.18533	
6	ADINA	1	10	63	73	3	0.672414	0.764957	619.765402	0.243555	0.163119	
7	BARRA	2	16	9	25	5	0.347181	0.397293	37.00027	0.400585	0.187669	
8	CADARPO	2	18	21	39	5	0.366771	0.45441	213.73331	0.298005	0.187669	
9	CDVARCUALI	2	5	15	20	5	0.351351	0.423647	15.125263	0.365497	0.045678	
10	CEVALG	1	5	1	6	5	0.331117	0.332764	1.082097	0.433333	0.132946	
11	CIR	0	36	7	43	4	0.344118	0.386752	35.51712	0.330634	0.678118	
12	CLADECI	1	10	3	13	4	0.400685	0.432761	4.714979	0.536364	0.15504	
13	CIORD	1	15	59	74	4	0.615789	0.732194	335.47965	0.243555	0.199392	
14	COMB	2	8	11	19	4	0.39661	0.452279	68.790678	0.279167	0.094342	
15	COMP	2	6	12	12	4	0.381107	0.421652	54.143193	0.416667	0.088432	
16	COMFRACOMIX	1	21	24	45	4	0.502146	0.570513	63.150186	0.346829	0.195867	
17	CRA	1	17	25	42	4	0.497872	0.571225	86.034993	0.393939	0.220479	
18	CRE	0	31	7	38	4	0.353474	0.397436	73.016097	0.333669	0.263111	
19	CRUDIV	1	11	28	39	3	0.527027	0.598866	20.22849	0.402852	0.05607	
20	CSRD	1	6	4	10	4	0.45	0.475783	100.444283	0.486111	0.080535	
21	CUA	0	33	15	48	4	0.419355	0.482906	331.817391	0.292293	0.638385	
22	CUANTI	2	5	10	15	5	0.341108	0.393869	3.294417	0.395604	0.052063	
23	DCRAC	1	13	25	38	4	0.47561	0.55898	143.627228	0.325287	0.165361	
24	DEPORCE	2	23	60	83	3	0.629032	0.739316	1241.366657	0.223881	0.382451	
25	DFP	1	9	41	50	3	0.579208	0.662393	30.369146	0.281224	0.252625	
26	DIBECI	2	24	30	54	3	0.508996	0.591168	200.129336	0.34778	0.138324	
27	DIFCONU	2	5	9	14	4	0.420262	0.453704	87.75577	0.333333	0.083312	
28	DIFREC	2	16	14	30	4	0.422383	0.481481	163.636148	0.360507	0.179245	
29	DIV	1	11	33	44	3	0.558809	0.62983	79.526806	0.294431	0.052678	
30	DIVFRAC	1	26	45	71	3	0.579208	0.672789	314.462395	0.285563	0.312479	
31	DIVME	1	14	33	47	3	0.554502	0.626781	138.598986	0.315011	0.124614	
32	DINN	1	11	86	97	3	0.785235	0.866097	740.16262	0.199566	0.104933	
33	DTH	2	16	6	22	5	0.327731	0.366667	24.975442	0.375817	0.158604	
34	EV	2	11	12	23	5	0.36	0.42151	82.303925	0.3125	0.084743	
35	ECUA	1	62	11	73	3	0.441509	0.487179	439.666955	0.274084	0.99291	
36	ESPRB	2	7	8	15	5	0.35241	0.400855	22.323135	0.37626	0.079702	
37	ESPM	2	11	12	23	5	0.370253	0.42906	104.140792	0.316176	0.079275	
38	EXALE	2	12	5	17	5	0.325905	0.361681	64.635716	0.266667	0.160134	
39	EXALG	1	44	26	70	4	0.466135	0.551994	318.196025	0.296893	0.755875	

Convertir columna a dinámica

Regar columna booleana

Crear columna con lista de grupos que se ajustan a una expresión regular

Crear columna booleana a partir de expresión regular

Duplicar columna

Rellenar columna con un valor

Copiar datos a otra columna

Borrar datos de columna

Borrar columna

Mezclar columnas

Añadir nueva columna