



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 29 de abril 2019

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Katherin Jhoana Alarcon Garcia, con C.C. No.1075288073,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado NUEVO METODO PARA CALCULAR LA REACTIVIDAD MODIFICADA presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar al título de FÍSICO;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE: Katherin Alarcon Garcia

Firma:



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Nuevo método para el cálculo de la reactividad

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Alarcon Garcia	Katherin Jhoana

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Suescún Díaz	Daniel

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Suescún Díaz	Daniel

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: FISICO

FACULTAD: Ciencias Exactas

PROGRAMA O POSGRADO: Fisica

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2019

NÚMERO DE PÁGINAS: 42

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Vigilada mieducación



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

Diagramas ___ Fotografías ___ Grabaciones en discos ___ Ilustraciones en general X ___ Grabados ___
Láminas ___ Litografías ___ Mapas ___ Música impresa ___ Planos ___ Retratos ___ Sin ilustraciones ___
Tablas o Cuadros X ___

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: NO

MATERIAL ANEXO: NO

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Aproximación P1	Approximation P1
2. Tiempo de relajación	Relax time
3. Ley de no Fickian	non-Fickian law
4. Reactividad Modificada	Modified reactivity
5. Cinética Puntual Modificada	Modified Point Kinetics



CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	3 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

La reactividad modificada proviene de la deducción de la cinética puntual que mantiene la derivada temporal de la densidad de corriente o también llamada ley de no Fickian. Este trabajo de investigación se describe e implementa el método de formulación matricial para dar solución a la ecuación de la reactividad modificada. Se propone varios ejemplos que estudian el comportamiento de la reactividad modificada con el método de formulación matricial, el cual se compara con el método de derivadas. Se encuentra que el método de mejor aproximación para el cálculo de la reactividad modificada es el método de formulación matricial, el cual corresponde a un sistema homogéneo equivalente a la concentración de precursores. Se analiza el comportamiento de la reactividad modificada por el método de formulación matricial al variar el tiempo de relajación, debido a que la reactividad modificada presenta una dependencia en este parámetro. Se presenta gráficamente la reactividad modificada en función del tiempo para diferentes valores en función del tiempo de relajación.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The modified reactivity comes from the deduction of the point kinetics that maintains the temporary derivative of the current density or also called the non-Fickian law. This research paper describes and implements the matrix formulation method to provide a solution to the modified reactivity equation. Several examples are proposed that study the behavior of modified reactivity with the matrix formulation method, which is compared with the derivative method. It is found that the method of best approximation for the calculation of modified reactivity is the matrix formulation method, which corresponds to a homogeneous system equivalent to the concentration of precursors. The behavior of the reactivity modified by the matrix formulation method is analyzed by varying the relaxation time, because the modified reactivity has a dependence on this parameter. Modified reactivity is presented graphically as a function of time for different values as a function of relaxation time.



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	4 de 4
--------	--------------	---------	---	----------	------	--------	--------

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Ana Lilia Beltran

Firma:

Nombre Jurado: Diego Rasero Causil

Firma:

Nombre Jurado: Álvaro Enrique Avendaño Rodríguez

Firma:



**NUEVO MÉTODO PARA CALCULAR LA REACTIVIDAD
MODIFICADA**

KATHERIN ALARCÓN GARCÍA

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
PROGRAMA DE FÍSICA
NEIVA
2019**

**NUEVO MÉTODO PARA CALCULAR LA REACTIVIDAD
MODIFICADA**

KATHERIN ALARCÓN GARCÍA

Trabajo De Grado Para Optar Al Título De Físico

**Director
Ph.D Daniel Suescún Díaz**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
PROGRAMA DE FÍSICA
NEIVA
2019**

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer primeramente a Dios por darme el privilegio de cursar esta carrera universitaria, darme el esfuerzo y las herramientas necesarias para terminar este ciclo. A cada persona que puso en mi camino para darme de su apoyo incondicional en este proceso de formación. Entre ellas quiero hacer mención:

A mi director de trabajo de grado, el profesor Ph.D. Daniel Suescún Díaz por su formación científica e investigativa, por compartir su conocimiento sin reservas y por su tiempo. Por cada observación y recomendación en la escritura de este trabajo. Por la motivación y el apreciar la temática de investigación. Por darme la oportunidad de desarrollar este tema y culminarlo, también por dejarme ser parte del grupo de investigación FIASUR.

A toda la planta de docentes del Programa de Física, por entregarme el conocimiento necesario; no solamente académico sino, sus experiencias de la vida diaria. Por aumentar mis fortalezas académicas y reforzar mis debilidades científicas.

Al Grupo de Investigación FIAUSUR, por cada reunión, cada consejo y aporte ante una dificultad computacional, sacando el mejor provecho de intercambio de conocimientos y ayuda mutua.

A mi compañera de estudio Emilse Cabrera Capera por la apertura a esta temática investigativa, por la transmisión de su conocimiento y apoyo moral. También a mi compañera Nathaly Roa Motta por su ayuda en programación, proceso investigativo y actividades universitarias.

A mis padres Eliseo Alarcón y Adriana García, por estar pendientes y brindándome comprensión y apoyo ante esta formación no solamente académica sino como persona, por darme los valores necesarios para ser una mujer integra y con principios.

TABLA DE CONTENIDOS

	Pág
1. Fundamentos Físicos	10
2. Elementos Teóricos	12
2.1. Deducción de la Cinética Puntual Modificada	12
2.2. Método Inverso	16
2.2.1. Cinética Inversa Convencional	16
2.2.2. Cinética Inversa Modificada	17
2.2.3. Postulante de τ_q	18
3. Método Numérico	20
4. Análisis de Resultados	23
4.1. Máximas diferencias en reactividad	24
4.2. Muestra del corrimiento de τ_q	30
5. Conclusiones	39
Referencias	40

LISTA DE TABLAS

		Pág
1.	Parámetros Cinéticos para la simulación	23
2.	Máximas diferencias para el Método de Derivadas de reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1$ s.	24
3.	Máximas diferencias del Método de las Derivadas de reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1.5$ s	25
4.	Máximas diferencias del Método Formulación Matricial para la reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1s$	25
5.	Máximas diferencias del Método Formulación Matricial de reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1.5$ s	26
6.	Máximas diferencias del Método de Derivadas para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt$ con $a = 50$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.	26
7.	Máximas diferencias del Método Formulación Matricial para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt$ con $a = 50$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.	27
8.	Máximas diferencias del Método de Derivadas para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt^3$ con $a = 1$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.	27
9.	Máximas diferencias del Método Formulación Matricial para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt^3$ con $a = 1$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.	27
10.	Máximas diferencias de la reactividad en pcm del método de las derivadas para $n(t) = a + bt^4$ con $a = 1$, $t = 1800s$ diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.	28
11.	Máximas diferencias de reactividad en pcm del método formulación matricial para $n(t) = a + bt^4$ con $a = 1$, $t = 1800s$ diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.	28
12.	Máximas diferencias del Método de las Derivadas para la reactividad en pcm para densidades de neutrones con variación hiperbólicas y para diferentes pasos de tiempo.	29

13.	Máximas diferencias de la reactividad en pcm del método formulación matricial para densidades de neutrones con variación hiperbólicas y para diferentes pasos de tiempo.	29
14.	Máxima diferencias del Método de las derivadas para la reactividad en pcm para densidad de neutrones con variación lineal, exponencial y cosenoidal para un tamaño de paso $h=0.1$ s.	29
15.	Máxima diferencias de método formulación matricial para la reactividad en pcm para densidad de neutrones con variación lineal, exponencial y cosenoidal para un tamaño de paso $h=0.1$ s.	30

LISTA DE FIGURAS

Pág

1. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $exp(wt)$ con $w=0.00243$ con tamaño de paso $h = 1s$. 31
2. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $exp(wt)$ con $w=0.00243$ con tamaño de paso $h = 1s$ 32
3. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + bt^3$ con $a = 1$ y con $b = (1/9)(0.0127^5)$ 34
4. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $exp(at)cos(bt)$ con $a = 0.00243$ y con $k = \pi/1000$. . . 35
5. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + cosh(kt)$ con $a = 100$ y con $k = \pi/10$ 36
6. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + sinh(kt)$ con $a = 100$ y con $k=0.00127$ 37
7. Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + sin(kt)$ con $a = 50$ y con $k = \pi/10$ 38

RESUMEN

La reactividad modificada proviene de la deducción de la cinética puntual que mantiene la derivada temporal de la densidad de corriente o también llamada ley de no Fickian. Este trabajo de investigación se describe e implementa el método de formulación matricial para dar solución a la ecuación de la reactividad modificada. Se propone varios ejemplos que estudian el comportamiento de la reactividad modificada con el método de formulación matricial, el cual se compara con el método de derivadas. Se encuentra que el método de mejor aproximación para el cálculo de la reactividad modificada es el método de formulación matricial, el cual corresponde a un sistema homogéneo equivalente a la concentración de precursores. Se analiza el comportamiento de la reactividad modificada por el método de formulación matricial al variar el tiempo de relajación, debido a que la reactividad modificada presenta una dependencia en este parámetro. Se presenta gráficamente la reactividad modificada en función del tiempo para diferentes valores en función del tiempo de relajación.

ABSTRACT

The modified reactivity comes from the deduction of the point kinetics that maintains the temporary derivative of the current density or also called the non-Fickian law. This research paper describes and implements the matrix formulation method to provide a solution to the modified reactivity equation. Several examples are proposed that study the behavior of modified reactivity with the matrix formulation method, which is compared with the derivative method. It is found that the method of best approximation for the calculation of modified reactivity is the matrix formulation method, which corresponds to a homogeneous system equivalent to the concentration of precursors. The behavior of the reactivity modified by the matrix formulation method is analyzed by varying the relaxation time, because the modified reactivity has a dependence on this parameter. Modified reactivity is presented graphically as a function of time for different values as a function of relaxation time.

Introducción

Las centrales nucleares son instalaciones fundamentadas en el proceso físico de la fisión nuclear, en los cuales producen en la actualidad alrededor de un tercio de la electricidad y el 14% de la energía que se consume en la Unión Europea. La energía nuclear es una alternativa con pocas emisiones de carbono a los combustibles fósiles y constituye un elemento esencial de la combinación energética de muchos países (Ferrer, 2015). En los reactores, ha sido estudiado principalmente sobre la base de la ecuación cinética del reactor, es decir el tener control sobre el comportamiento del núcleo del reactor, en específico el control de la serie de fisiones nucleares autosostenidas del bombardeo de neutrones térmicos sobre átomos pesados como ^{235}U y ^{239}Pu . Las ecuaciones de la cinética puntual proporciona aproximaciones razonables de la evolución de la potencia térmica en un reactor a partir de la criticidad (Stacey, 2018), es decir, ella expresa la dependencia temporal de la población de neutrones y la desintegración de los precursores de neutrones retardados con el reactor (Tokhy et al., 2017). Es posible deducir la ecuación inversa de la cinética puntual para el cálculo de la reactividad, éste es el valor mas importante para un controlador en una central nuclear. La variación de potencia durante el arranque y el apagado depende de la reactividad insertada; y una reactividad mal insertada puede colocar en riesgo al reactor (Zhang et al., 2018). Así que, al ser la reactividad un parámetro esencial para el adecuado funcionamiento y seguridad de un reactor nuclear PWR, se han implementado medidores digitales de reactividad que se basan en la ecuación de la inversa de la cinética puntual, para ser usado en tiempo real, evitando el uso del histórico de la potencia (Shimazu, 2014), (Turso, 2018). En la literatura se encuentra una buena base de datos respecto a métodos que solucionen la reactividad sin usar el histórico de la potencia, tales como el método de polinomios de Legendre (Malmir et al., 2013) y el método predictor-corrector generalizado de Hamming (Suescún et al., 2014). También se hace el uso de filtros en este caso el de Savitzky-Golay que reduce las fluctuaciones de la reactividad (Suescún et al., 2017). El trabajo mas reciente en el 2018, reportado en la literatura para calcular la reactividad es el método de la formulación matricial (Suescún et al., 2018).

Se debe tener en cuenta que éstas ecuaciones, son el resultado de ciertas consideraciones y aproximaciones de la ecuación de transporte de neutrones. En los últimos años, las ecuaciones de la cinética puntual han sido modificadas, respecto a las necesidades del uso del reactor; en el 2011, se derivó un modelo fraccional de la cinética puntual, donde esta fue modificada con términos derivados de un orden no entero (Espinosa et al., 2011).

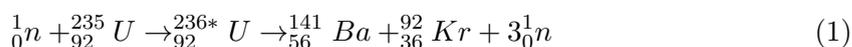
En el 2012 se obtuvieron ecuaciones de cinética puntual, considerando la presencia de la fuente externa y precisando resultados numéricos en condiciones de subcriticidad (Silva et al., 2012). Luego en el 2015, se eliminó la concentración de precursores para resolver numéricamente la ecuación integro-diferencial de la cinética puntual (Quintero, 2015). En este mismo año, se usó la ecuación de transporte considerando la aproximación P1 para la variación de corriente de la densidad de neutrones, llegando a un tipo de ecuación de cinética puntual modificada (Nunes et al., 2015). Así, dada una reactividad, se comparó la densidad de neutrones de las ecuaciones de la cinética puntual tanto de la clásica como la modificada, donde se pudo concluir que no se debe ignorar la derivada temporal para la densidad de corriente de neutrones en diferentes situaciones del análisis transitorio en el reactor nuclear. Para la reactividad modificada, hay muy poca investigación, en el 2016 se calculó la reactividad modificada en función de la reactividad convencional (Palma et al., 2016), empleando el método de las derivadas (Suescún et al., 2007). En ese mismo año, se modeló una cinética puntual basado en la ecuación del telégrafo de neutrones (Ramzy et al., 2016). De acuerdo a esto, en este trabajo se propone un método alternativo usando el método de formulación matricial para la formulación de la cinética puntual modificada, que será dependiente de un parámetro llamado tiempo de relajación.

El contenido de este documento se desarrolla en cinco capítulos, el primero presenta los fundamentos físicos de un reactor nuclear. En el segundo capítulo se demuestra la deducción de la cinética puntual modificada, su inversa con la cual se calcula la reactividad modificada y la postulación de los casos del tiempo de relajación. En el tercer capítulo se expone el método propuesto a partir de la formulación matricial resolviendo la concentración de precursores de neutrones retardados para solucionar la reactividad modificada. En el capítulo cuatro se reparte en dos incisos; el primero muestra la superioridad del método de formulación matricial en las máximas diferencias de la reactividad modificada frente al método de derivadas y en el inciso dos usa el método de formulación matricial para conocer el corrimiento de la reactividad modificada mediante el tiempo de relajación. En el último capítulo se presentan las conclusiones.

Capítulo 1

1. Fundamentos Físicos

En la física nuclear, la fisión es una de las reacciones nucleares producida por el impacto de un neutrón térmico (captura neutrónica) sobre un núcleo de átomo pesado; tales como el Uranio **U**, Torio **Th**, Plutonio **Pu**,...etc; donde se divide en dos aproximadamente, esto puede surgir una reacción en cadena hacia otros átomos. Por ejemplo para un átomo de ^{235}U al ser bombardeado por un neutrón térmico (que tiene una energía del orden de 0.005 Mev y velocidad $2,2 \times 10^3 \text{m/s}$), el átomo se divide en productos de fisión radiactivos, formados por núcleos de átomos mas ligeros, emitiendo de dos a tres neutrones; llamados neutrones instantáneos en un instante de 10^{-14}s . Los neutrones instantáneos se emiten con una gran energía y alta velocidad, el valor medio de la energía de los neutrones instantáneos es de 2 Mev, su vida media en un reactor térmico es de 10^{-4}s . Este proceso de desprender una cantidad elevada de energía se le llama proceso exoenergético, como por ejemplo para el mismo ^{235}U es de aproximadamente unos 200 Mev por fisión. Una reacción típica de lo descrito anteriormente es:



De los aproximadamente 200 MeV liberados en esta reacción, alrededor de 170 MeV (85 %) aparecen en forma de energía cinética de los fragmentos pesados bario y kriptón.

Los núcleos resultantes de la fisión no siempre son los mismos, existen aproximadamente como 200 posibilidades (Ferrer, 2015). Estos productos de fisión son también llamados precursores de neutrones retardados, ya que al estar altamente excitados, se desintegran y al ser una desintegración tipo β^- emitirá un neutrón llamado neutrón retardado. En un reactor nuclear, los neutrones retardados representan una pequeña fracción del número total de neutrones, puesto que La mayoría de los neutrones producidos en la fisión son neutrones rápidos, alrededor del 99.9 % por lo que solo el 0.1 % son neutrones retardados. Los neutrones retardados tienen una energía inicial entre 0.3 y 0.9 MeV con una energía promedio de 0.4 MeV, tienen una vida media aproximada de 0.1 s , mayor a la de lo instantáneos por lo que los retardados son mas probables de fisiónar otro átomo de uranio, y mantener la cadena de fisión. El agua que es un medio moderador en el reactor nuclear permite a los neutrones instantáneos, poder llegar a ser neutrones térmicos para poder fisiónar, pero es menos probable que para un neutrón retardado, aun así se puede decir que los neutrones rápidos como los retardados inician nuevas cadenas de fisión (Stacey, 2018).

Otra característica de la fisión inducida por captura neutrónica, son las secciones eficaces de fisión representadas con el símbolo σ_f con unidad *barn* (**b**) ; esta es la probabilidad para que la reacción de fisión se pueda producir.

El uranio es el elemento mas empleado para generar energía en un reactor nuclear. El núcleo del átomo de uranio contiene 92 protones, por lo que esto mismo lo hace inestable, por la fuerza repulsiva entre los mismos protones. El uranio, tiene 6 isótopos entre los cuales los mas conocidos son el ^{235}U y el ^{238}U , ya que se encuentran en el uranio natural; 99,3% de uranio 238 y 0,7% de uranio 235. Aun así el ^{238}U solo captura los neutrones térmicos con la probabilidad de producir neptunio y plutonio, en cambio el ^{235}U produce cerca del 97% de todas las fisiones en un reactor con neutrones térmicos. Por lo que se necesita aumentar la cantidad de ^{235}U , para esto se hace un proceso complejo con el uranio natural llamado *enriquecimiento artificial* o *separación de isótopos*

Capítulo 2

2. Elementos Teóricos

2.1. Deducción de la Cinética Puntual Modificada

De la ecuación de transporte de neutrones se supone que sea lineal y mono-energética en el flujo de neutrones, también se tiene en cuenta el término fuente de neutrones $S_{(r,t)}$, este debe ser isotrópico. Con lo anterior se llega a un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas llamados aproximación P1, esto es la aproximación a una velocidad (v) (Stacey, 2018):

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi_{(r,t)}}{\partial t} + \nabla \cdot J_{(r,t)} + \Sigma_{a(r)} \phi_{(r,t)} = S_{(r,t)} \quad (2)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial J_{(r,t)}}{\partial t} + \frac{1}{3} \nabla \cdot \phi_{(r,t)} + \Sigma_{tr(r)} J_{(r,t)} = 0 \quad (3)$$

Donde, ϕ es el flujo angular, J densidad de corriente, v velocidad de los neutrones, $\Sigma_{a(r)}$ sección transversal de absorción de neutrones, $\Sigma_{tr(r)}$ sección transversal total de neutrones y $S_{(r,t)}$ la fuente de generación de neutrones.

El *tiempo de relajación* $\tau_{(r)}$ y el *coeficiente de difusión* $D_{(r)}$, definidos como:

$$\tau_{(r)} = \frac{3D_{(r)}}{v} \quad (4)$$

$$D_{(r)} = \frac{1}{3\Sigma_{tr(r)}} \quad (5)$$

Con estas definiciones, en la ecuación (3) se procede a multiplicar por $3D_{(r)}$

$$\frac{3D_{(r)}}{v} \frac{\partial J_{(r,t)}}{\partial t} + D_{(r)} \nabla \cdot \phi_{(r,t)} + 3D_{(r)} \Sigma_{tr(r)} J_{(r,t)} = 0 \quad (6)$$

Llegando a la siguiente expresión:

$$\tau_{(r)} \frac{\partial J_{(r,t)}}{\partial t} + J_{(r,t)} = -D_{(r)} \nabla \cdot \phi_{(r,t)} \quad (7)$$

Usualmente, en la ecuación (7) se desprecia la derivada temporal de la densidad de corriente, llegando a la Ley Fick; y con esto, a la ecuación de difusión de neutrones, pero físicamente no se satisface para escalas de tiempo donde el flujo de neutrones tiene

variaciones rápidas (Espinosa et al., 2011) por lo que se mantendrá esta derivada y la ecuación (7) sera llamada entonces como la ley de Cattaneo o Ley de No-Fickian (Ramzy et al., 2016). Aplicando entonces la divergencia:

$$\tau_{(r)} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot J_{(r,t)} + \nabla \cdot J_{(r,t)} = -D_{(r)} \nabla^2 \cdot \phi_{(r,t)} \quad (8)$$

De la ecuación (2) despejamos la expresión $\nabla \cdot J_{(r,t)}$, entonces :

$$\nabla \cdot J_{(r,t)} = - \left[\frac{1}{v} \frac{\partial \phi_{(r,t)}}{\partial t} + \Sigma_{a(r)} \phi_{(r,t)} - S_{(r,t)} \right] \quad (9)$$

Reemplazamos la ecuación (9) en la ecuación (8), obteniendo:

$$\frac{\tau_{(r)}}{v} \frac{\partial^2 \phi_{(r,t)}}{\partial t^2} + \tau_{(r)} \Sigma_{a(r)} \frac{\partial \phi_{(r,t)}}{\partial t} - \tau_{(r)} \frac{\partial S_{(r,t)}}{\partial t} + \frac{1}{v} \frac{\partial \phi_{(r,t)}}{\partial t} + \Sigma_{a(r)} \phi_{(r,t)} - S_{(r,t)} = D_{(r)} \nabla^2 \cdot \phi_{(r,t)} \quad (10)$$

Acomodando términos en la ecuación (10), obtenemos:

$$\frac{\tau_{(r)}}{v} \frac{\partial^2 \phi_{(r,t)}}{\partial t^2} + \left[\tau_{(r)} \Sigma_{a(r)} + \frac{1}{v} \right] \frac{\partial \phi_{(r,t)}}{\partial t} + \Sigma_{a(r)} \phi_{(r,t)} = S_{(r,t)} + D_{(r)} \nabla^2 \cdot \phi_{(r,t)} + \tau_{(r)} \frac{\partial S_{(r,t)}}{\partial t} \quad (11)$$

Ahora, partiendo de ley de desintegración radiactiva, se puede definir la ecuación de balance para los núcleos precursores

$$\frac{\partial \hat{C}_{i(r,t)}}{\partial t} = \beta_i k_{\infty} \Sigma_{a\sigma} \phi_{(r,t)} - \lambda_i \hat{C}_{i(r,t)} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

Considerando ahora que el flujo de neutrones y la concentración de precursores retardados se puede separar en una parte espacial y otra temporal, es decir $\phi_{(r,t)} = v n_{(t)} \psi_{(r)}$ y $\hat{C}_{i(r,t)} = C_{i(t)} \psi_{(r)}$. Para la parte espacial tridimensional de un reactor, se puede llegar a la ecuación de Helmholtz: $\nabla^2 \psi_{(r)} = -B g^2 \psi_{(r)}$, donde $B g$ es un parámetro que se caracteriza por su dependencia de la geometría del reactor, $\psi_{(r)}$ su valor propio es el modo fundamental de los armónicos.

Se tiene en cuenta la fuente de neutrones, donde incluye la distribución de neutrones retardados:

$$\hat{S}_{(r,t)} = (1 - \beta) k_{\infty} \Sigma_a \phi_{(r,t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \hat{C}_{i(r,t)} \quad (13)$$

Aplicando estas consideraciones, primeramente en la concentración de precursores dada por la ecuación (12), se obtiene:

$$\psi_{(r)} \frac{dC_{i(t)}}{dt} = \beta_i k_{\infty} \Sigma_{a\sigma} v n_{(t)} \psi_{(r)} - \lambda_i C_{i(t)} \psi_{(r)} \quad (14)$$

Dividiendo la ecuación (14) entre $\psi_{(r)}$, se obtiene:

$$\boxed{\frac{dC_{i(t)}}{dt} = \beta_i k_{\infty} \Sigma_{a\sigma} v n_{(t)} - \lambda_i C_{i(t)}} \quad (15)$$

Ahora, aplicamos estas mismas consideraciones en la ecuación (11) se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{(r)} v \psi_{(r)}}{v} \frac{d^2 n_{(t)}}{dt^2} + \left[\tau_{(r)} \Sigma_{a(r)} + \frac{1}{v} \right] \frac{v \psi_{(r)} dn_{(t)}}{dt} + \Sigma_{a(r)} v \psi_{(r)} n_{(t)} = (1 - \beta) k_{\infty} \Sigma_a v \psi_{(r)} n_{(t)} + \\ \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} \psi_{(r)} - D_{(r)} v n_{(t)} B g^2 \psi_{(r)} + \tau_{(r)} \frac{d}{dt} \left[(1 - \beta) k_{\infty} \Sigma_a v \psi_{(r)} n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} \psi_{(r)} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Dividiendo entre $\psi_{(r)}$, y para el termino fuente, es decir la ecuación (2.1) quedará dependiente del tiempo como:

$$S_{(t)} = (1 - \beta) k_{\infty} \Sigma_{a\sigma} v n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} \quad (17)$$

la ecuación (16) queda de la siguiente forma:

$$\tau_{(r)} \frac{d^2 n_{(t)}}{dt^2} + [v \tau_{(r)} \Sigma_{a(r)} + 1] \frac{dn_{(t)}}{dt} = \left[(1 - \beta) k_{\infty} - 1 - \frac{D_{(r)}}{\Sigma_a} B g^2 \right] v \Sigma_a n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} + \tau_{(r)} \frac{dS_{(t)}}{dt} \quad (18)$$

La *longitud de difusión de neutrones* esta definida como $L^2 = \frac{D_{(r)}}{\Sigma_a}$ por lo que la ecuación (18) se puede escribir :

$$\tau_{(r)} \frac{d^2 n_{(t)}}{dt^2} + [v \tau_{(r)} \Sigma_{a(r)} + 1] \frac{dn_{(t)}}{dt} = [(1 - \beta) k_{\infty} - (1 + L^2 B g^2)] v \Sigma_a n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} + \tau_{(r)} \frac{dS_{(t)}}{dt} \quad (19)$$

Ahora, considerando la *Probabilidad de Fugas*, probabilidad de que el neutrón no se fugue del sistema antes de ser absorbido, se expresa como $P_{nl} = \frac{1}{1 + L^2 B g^2}$, por lo tanto la ecuación (19) se puede escribir como:

$$\boxed{\tau_{(r)} \frac{d^2 n_{(t)}}{dt^2} + [v \tau_{(r)} \Sigma_{a(r)} + 1] \frac{dn_{(t)}}{dt} = [(1 - \beta) k_{\infty} P_{nl} - 1] \frac{1}{P_{nl}} v \Sigma_a n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} + \tau_{(r)} \frac{dS_{(t)}}{dt}} \quad (20)$$

Sean las siguientes expresiones:

$$\textit{Tiempo de vida media del neutrón rápido} \quad \ell = \frac{P_{nl}}{v\Sigma_a} \quad (21)$$

$$\textit{Factor de Multiplicación efectivo} \quad k = k_\infty P_{nl} \quad (22)$$

$$\textit{Reactividad} \quad \rho = \frac{k-1}{k} \quad (23)$$

$$\textit{Tiempo medio de la generación de neutrones} \quad \Lambda = \frac{\ell}{k} \quad (24)$$

$$\textit{Frecuencia de absorción} \quad f_a = v\Sigma_{a(r)} \quad (25)$$

La ecuación de balance dada por la ecuación(15), se puede escribir como:

$$\frac{dC_{i(t)}}{dt} = \beta_i \frac{k}{P_{nl}} \Sigma_{a\sigma} v n_{(t)} - \lambda_i C_{i(t)} = \beta_i \frac{k}{\ell} n_{(t)} - \lambda_i C_{i(t)} \quad (26)$$

Para el flujo de neutrones, ecuación (20) el primer termino a mano derecha será entonces:

$$\begin{aligned} [(1-\beta)k_\infty P_{nl} - 1] \frac{1}{P_{nl}} v\Sigma_a &= [(1-\beta)k - 1] \frac{1}{\ell} = \frac{k - \beta k - 1}{\ell} = \frac{[k - \beta k - 1] \frac{k}{k}}{\ell} = \\ &= \frac{[\frac{k-1}{k} - \beta] k}{\ell} = \frac{[\rho - \beta] k}{\ell} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \end{aligned} \quad (27)$$

Con esto, el flujo de neutrones y la ecuación de balance para los núcleos de precursores estarán descritos como:

$$\tau_{(r)} \frac{d^2 n_{(t)}}{dt^2} + [v\tau_{(r)}\Sigma_{a(r)} + 1] \frac{dn_{(t)}}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} + \tau_{(r)} \frac{dS_{(t)}}{dt} \quad (28)$$

$$\frac{dC_{i(t)}}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n_{(t)} - \lambda_i C_{i(t)} \quad (29)$$

Con su fuente de generación dada por:

$$S_{(t)} = \frac{(1-\beta)}{\Lambda} n_{(t)} + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} \quad (30)$$

La ecuación (28) es consistente con la formulación planteada por (Nunes et al., 2015). Sus

respectivas condiciones iniciales son:

$$n(t = 0) = n_0 \quad (31)$$

$$C_i(t = 0) = \frac{\beta_i}{\Lambda \lambda_i} n_0 \quad (32)$$

$$\frac{d^2 n(t)}{dt^2} \Big|_{t=0} = \left(\frac{\rho_0 (1 - \beta) - \rho_0 v \Sigma_{a(r)} \Lambda}{\Lambda} \right) \quad (33)$$

Podemos observar en la ecuación (28) que si $\tau \rightarrow 0$, esta expresión es la cinética puntual convencional.

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) \quad (34)$$

A continuación, se presenta el método inverso de la cinética puntual modificada, con el objetivo de obtener la expresión de la reactividad para la cinética puntual modificada, dado en la ecuación (28).

2.2. Método Inverso

Como la reactividad es un parámetro importante en el uso del reactor, conocerla es necesario para mayor efectividad en las barras de control. Por lo tanto en esta sección se deduce la reactividad para la cinética puntual convencional de la ecuación (34), y la reactividad para la cinética modificada, dada por la ecuación (28).

2.2.1. Cinética Inversa Convencional

De la cinética puntual convencional; ecuación (34), es posible obtener la expresión de la reactividad en relación con la variación de la densidad de neutrones de la siguiente forma:

$$\rho(t)_{con} = \beta + \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \frac{\Lambda}{n(t)} \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) \quad (35)$$

2.2.2. Cinética Inversa Modificada

La expresión para la reactividad de la cinética puntual modificada, se puede obtener despejando la reactividad de la ecuación(28), obteniendo:

$$\rho(t)_{mod} = \beta + \frac{\Lambda\tau(r)}{n(t)} \frac{d^2n(t)}{dt^2} + \frac{\Lambda}{n(t)} [v\tau(r)\Sigma_{a(r)} + 1] \frac{dn(t)}{dt} - \frac{\Lambda}{n(t)} \sum_{i=1}^m \lambda_i C_{i(t)} - \frac{\Lambda\tau(r)}{n(t)} \frac{dS(t)}{dt} \quad (36)$$

Con la reactividad convencional $\rho(t)_{con}$ dada por la ecuación (35), la reactividad modificada $\rho(t)_{mod}$ en la ecuación (36) se puede definir como:

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau(r) \left[\frac{\Lambda}{n(t)} \frac{d^2n(t)}{dt^2} + \frac{\Lambda v \Sigma_{a(r)}}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{dS(t)}{dt} \right] \quad (37)$$

La multiplicación de los términos $v\Sigma_{a(r)}$ tienen unidades de (s^{-1}) que son unidades de frecuencia, definiremos entonces a la *frecuencia de absorción* $f_a = v\Sigma_{a(r)}$ (Nunes y Cols., 2015), por lo tanto la ecuación (37), resulta:

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau(r) \left[\frac{\Lambda}{n(t)} \frac{d^2n(t)}{dt^2} + \frac{\Lambda f_a}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{dS(t)}{dt} \right] \quad (38)$$

Teniendo en cuenta el termino fuente de la ecuación (17), podemos escribir la ecuación (38) como:

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau(r) \left[\frac{\Lambda}{n(t)} \frac{d^2n(t)}{dt^2} + \frac{\Lambda f_a}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \frac{(1-\beta)}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} + \frac{\Lambda}{n(t)} \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{dC_{i(t)}}{dt} \right] \quad (39)$$

Ahora, retomando la ecuación de balance para los núcleos precursores dado por la ecuación (29), sustituyendo en la ecuación(39), obtenemos :

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau(r) \left[\frac{\Lambda}{n(t)} \frac{d^2n(t)}{dt^2} + \frac{\Lambda f_a}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \frac{(1-\beta)}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \beta_i + \frac{\Lambda}{n(t)} \sum_{i=1}^m \lambda_i^2 C_{i(t)} \right] \quad (40)$$

Por simplicidad la ecuación (40), se puede definir como:

$$R_1 = \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{d^2n(t)}{dt^2}, \quad R_2 = \frac{\Lambda f_a}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt}, \quad R_3 = -\frac{(1-\beta)}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt}$$

$$R_4 = -\sum_{i=1}^m \lambda_i \beta_i, \quad R_5 = \frac{\Lambda}{n(t)} \sum_{i=1}^m \lambda_i^2 C_{i(t)} \quad (41)$$

Sustituyendo la ecuación (41) a la ecuación (40), obtenemos:

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau_{(r)} [R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5] \quad (42)$$

Los términos R_2 y R_3 , aunque tienen la misma derivada temporal, no se agruparon puesto que se desea mantener los términos de fuente individuales, ya que la fuente de generación de neutrones es solo para iniciar la cadena de reacción nuclear.

Para R_5 y la reactividad convencional dada por la ecuación (35), se podrá determinar la parte analítica, resolviendo la ecuación (29) por factor integrante donde $e^{\int \lambda_i dt} = e^{\lambda_i t}$, integrando y teniendo en cuenta la condición inicial de la ecuación (32), obtenemos:

$$C_{i(t)} = \frac{\beta_i}{\Lambda} \left[\frac{e^{-\lambda_i t}}{\lambda_i} \langle n_0 \rangle + \int_0^t e^{\lambda_i(t'-t)} n_{(t')} dt' \right] = \frac{\beta_i}{\Lambda} H_i(t) \quad (43)$$

$H_i(t)$ es conocido como el histórico de la densidad de neutrones. La reactividad convencional de la ecuación (35), al aplicar la ecuación (43), será llamado $\rho(t)_{conExac}$, por lo tanto la *el método de referencia modificado* se define como:

$$\rho(t)_{modExac} = \rho(t)_{conExac} + \tau_{(r)} \left[R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{n_{(t)}} \sum_{i=1}^m \lambda_i^2 \beta_i H_i(t) \right] \quad (44)$$

Se puede generalizar la reactividad modificada, definiendo, $\delta\rho(t) = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5$, por lo tanto la reactividad modificada se define como la suma entre la reactividad convencional mas la multiplicación del tiempo de relajación, por una variable llamada $\delta\rho(t)$

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau_{(r)} \delta\rho(t) \quad (45)$$

2.2.3. Postulante de τ_q

A continuación, se propone un τ_q para la ecuación (45), definiendo la como:

$$\tau_q = q * \tau_{(r)} \quad (46)$$

Así, la reactividad modificada quedará de la siguiente forma:

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \tau_q \delta\rho(t) \quad (47)$$

Donde q podrá tomar valores enteros positivos, por lo tanto se tiene los siguientes valores:

- Cuando la ecuación (46), toma el valor de $q = 0$, corresponde al caso de la reactividad convencional dada por la ecuación 35.
- Cuando la ecuación (46), toma el valor de $q = 1$, corresponde al caso de la reactividad modificada dada por la ecuación (45)

Por lo tanto se establece que el parámetro q puede tomar diversos valores, que se analizan en la Sección de Resultados. En el capítulo siguiente, se expondrá el método ya usado para el cálculo de la reactividad modificada (Palma et al., 2016) y el método de formulación matricial, se propondrá por primera vez para este tipo de reactividad expresada por la ecuación (47).

Capítulo 3

3. Método Numérico

Primeramente se expone el método de las derivadas, usado en la literatura para el cálculo de la expresión de la reactividad de la cinética puntual con variación temporal (Palma et al.,2016). Luego, se propone el método de formulación matricial usado para una reactividad convencional. Así, estos dos métodos, solucionarán la reactividad dependiente del tiempo de relajación. Por lo tanto, se muestra la expresión de la reactividad modificada propuesta en el artículo de (Palma et al.,2018), definido como:

$$\rho(t)_{mod} = \rho(t)_{con} + \Delta\rho(t) \quad (48)$$

Donde:

$$\rho_{con}(t) = \beta + \frac{\Lambda}{n(t)} \frac{dn(t)}{dt} - \frac{1}{n(t)} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i H_i(t) \quad (49)$$

$$\Delta\rho(t) = \frac{\Lambda}{f_D n(t)} \frac{d^2 n(t)}{dt^2} + \frac{1}{n(t)} \left(\frac{f_A \Lambda - 1 + \beta}{f_D} \right) \frac{dn(t)}{dt} - \frac{1}{f_D} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_i + \frac{1}{f_D n(t)} \sum_{i=1}^6 \lambda_i^2 \beta_i H_i(t) \quad (50)$$

La ecuación (48) es consistente con la ecuación (45).

En (Palma y Cols.,2016), usan el *método de las derivadas*, el cual necesita conocer la primera y segunda derivada de la densidad de neutrones, resolviendo el histórico como:

$$H_i(t) = \left[\frac{\langle n_0 \rangle}{\lambda_i} e^{-\lambda_i t} + \frac{\lambda_i n(t) - n^{(1)}(t)}{\lambda_i^2 n(t) - n^{(2)}(t)} n(t) - \frac{\lambda_i n(0) - n^{(1)}(0)}{\lambda_i^2 n(0) - n^{(2)}(0)} n(0) e^{-\lambda_i t} \right] \quad (51)$$

Donde $\frac{1}{f_D} = \frac{3D}{V}$, similar a la definición del tiempo de relajación τ .

Por lo tanto se usa esta solución del histórico, dado por la ecuación (51) para nuestra reactividad dependiente del tiempo de relajación, en términos del histórico, es decir la ecuación (44).

En este trabajo se busca conocer la concentración de precursores, para resolver la reactividad modificada de la ecuación (47), implementando el método de Formulación Matricial (Suescún et al.,2018). Este método no resuelve la integral del histórico dado por la ecuación (44), debido a su alto costo computacional. El método se aplica sobre el sistema de ecuaciones diferenciales de la concentración de precursores dada por la ecuación (29), se usa la forma matricial, reduciéndolo en una ecuación diferencial de primer orden homogénea, expresado así:

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = S(t)\vec{x}(t), \quad \vec{x}(0) = \vec{x}_0 \quad (52)$$

Donde $\frac{d\vec{x}(t)}{dt}$ y $\vec{x}(t)$ son funciones vectoriales de dimensiones $m + 1$, con su respectiva condición inicial n_0 en x_0 y su función matricial $S(t)$ de dimensiones $(m + 1) \times (m + 1)$, dado por:

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} n(t) \\ C_1(t) \\ C_2(t) \\ \vdots \\ C_m(t) \end{bmatrix}, \quad \vec{x}(t) = \begin{bmatrix} n(t) \\ C_1(t) \\ C_2(t) \\ \vdots \\ C_m(t) \end{bmatrix}, \quad \vec{x}(0) = n(0) \begin{bmatrix} 1 \\ \beta_1/(\Lambda\lambda_1) \\ \beta_2/(\Lambda\lambda_2) \\ \vdots \\ \beta_m/(\Lambda\lambda_m) \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$S(t) = \begin{pmatrix} \frac{n'(t)}{n(t)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\beta_1}{\Lambda} & -\lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\beta_2}{\Lambda} & 0 & -\lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\beta_m}{\Lambda} & 0 & 0 & \dots & -\lambda_m \end{pmatrix} \quad (54)$$

El sistema homogéneo con la función matricial $S(t)$ para la ecuación (52), es un problema de valor inicial que se resuelve en cualquier instante de tiempo, se observa que la solución de la ecuación (52) tiene la forma $\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n e^{\int_{t_n}^{t_{n+1}} S(t)dt}$, para $n = 0, 1, 2, \dots$, donde \vec{x}_n es el valor de la función vectorial en un tiempo t_n y \vec{x}_{n+1} es el valor de un tiempo después t_{n+1} . El termino de la matriz exponencial, se resuelve integrando cada elemento de la matriz, formando una nueva matriz que se llama M_n ; desarrollando esta solución se llega a la solución $\vec{x}_{n+1} = X_n e^{D_n} X_n^{-1} \vec{x}_n$, donde X_n es una matriz cuyas columnas son los vectores propios de M_n y D_n es una matriz diagonal donde los elementos de su diagonal son los valores propios de M_n . Esta solución es computada en cada tamaño de paso usando la multiplicación entre matrices y vectores X_n , D_n y X_n^{-1} .

En resumen, el *método de derivadas*, dada por la ecuación (51), usa el histórico de la densidad de neutrones para obtener la reactividad modificada, dada por la ecuación (44). En cambio el método de *formulación matricial*, que esta dada por la ecuación (52), resuelve el sistema de ecuación diferencial de la concentración de precursores para la reactividad modificada, dado por la ecuación (40).

Capítulo 4

4. Análisis de Resultados

Este capítulo se divide en dos secciones; en la primera sección, se presentan los resultados de las simulaciones computacionales para el cálculo de la reactividad modificada de la ecuación (47), utilizando los dos métodos propuestos en la sección anterior. Cada método es comparado con el método de referencia modificado, dada por la ecuación (44), hallando el máximo error para cada tipo de densidad de neutrón. En la segunda sección, el método con mejor precisión, se implementa para los distintos valores que puede tomar τ_q , incluyendo valores de q superiores a 100. Mediante gráficas, se analiza el corrimiento entre la reactividad convencional y las demás reactividades modificadas.

Se toma seis grupos de precursores de neutrones retardados ($m=6$), y se mantendrán los parámetros nucleares en la Tabla (1), típicos de una reactividad convencional.

Tabla 1: Parámetros Cinéticos para la simulación

Grupos	$\lambda_i (s^{-1})$	$\beta_i (\%)$
1	0.0127	0.000266
2	0.0317	0.001491
3	0.115	0.001316
4	0.311	0.002849
5	1.400	0.000896
6	3.870	0.000182
$\Lambda(s)$	2×10^{-5}	
$\beta(\%)$	0.007	
$f_a (s^{-1})$	6.95	
$D (cm)$	10	
$v (cm/s)$	$5 \times (10)^5$	
$\tau (s)$	$6 \times (10)^{-5}$	

4.1. Máximas diferencias en reactividad

A continuación, se presenta el valor máximo entre el método de derivadas (Suescún y Cols.,2007) y el método de referencia modificado, dada por la ecuación (44), para los diferentes valores del tiempo de relajación τ_q . Así mismo se presenta el valor máximo entre el método de formulación matricial (Suescún y Cols.,2018) y el método de referencia modificado. Se debe tener en cuenta que para el caso de $q = 0$, será una reactividad convencional, para el caso de $q = 1$ una reactividad modificada y una reactividad modificada $q = 100$.

En las Tablas (2) y (3) se presentan los resultados por el método de derivadas, para el caso de una densidad de neutrones de forma $n(t) = e^{wt}$ y tamaño de paso $h = 1$ s y $h = 1.5$ s respectivamente. Las máximas diferencias para la reactividad convencional y las dos reactividades modificadas, para cualquier w , su precisión no varía. Es decir que para grandes tiempos de relajación τ con densidades de neutrones en forma exponencial su precisión es la misma. Así mismo en las Tabla (4) y (5) se presentan los resultados por el método de formulación matricial con la misma densidad y los mismos parámetros anteriores, se observa que aunque su precisión es un poco menor en comparación al del método de las derivadas; estos dos métodos presentan el mismo orden de error para este tipo de densidad de neutrones.

Tabla 2: Máximas diferencias para el Método de Derivadas de reactividad en pcm para $n(t) = \exp(wt)$ con $h=1$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas				
$w(s^{-1})$	$t(s)$	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
0.00243	1000	1.73×10^{-13}	1.73×10^{-13}	1.78×10^{-13}
0.01046	800	2.62×10^{-13}	2.62×10^{-13}	2.62×10^{-13}
0.02817	600	2.55×10^{-13}	2.55×10^{-13}	2.55×10^{-13}
0.12353	50	3.12×10^{-13}	3.12×10^{-13}	3.12×10^{-13}
1.00847	100	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}
1.023	100	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}
1.5	10	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}
2.345	80	2.27×10^{-13}	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}
11.6442	10	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	0
52.80352	10	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	0

Tabla 3: Máximas diferencias del Método de las Derivadas de reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1.5$ s .

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas				
$w(s^{-1})$	$t(s)$	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
0.00243	1000	1.45×10^{-13}	1.45×10^{-13}	1.42×10^{-13}
0.01046	800	2.62×10^{-13}	2.62×10^{-13}	2.62×10^{-13}
0.02817	600	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}
0.12353	50	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}
1.00847	100	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}
1.023	100	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}
1.5	10	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}
2.345	80	2.27×10^{-13}	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}
11.6442	10	1.13×10^{-13}	1.13×10^{-13}	0
52.80352	10	2.27×10^{-13}	2.27×10^{-13}	0

Tabla 4: Máximas diferencias del Método Formulación Matricial para la reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1s$.

Máximas diferencias de reactividad por el Método Formulación Matricial				
$w(s^{-1})$	$t(s)$	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
0.00243	1000	5.22×10^{-13}	5.22×10^{-13}	5.22×10^{-13}
0.01046	800	6.96×10^{-13}	6.96×10^{-13}	6.96×10^{-13}
0.02817	600	9.66×10^{-13}	9.66×10^{-13}	9.66×10^{-13}
0.12353	50	2.84×10^{-13}	2.84×10^{-13}	2.84×10^{-13}
1.00847	100	7.95×10^{-13}	7.95×10^{-13}	7.95×10^{-13}
1.023	100	6.82×10^{-13}	6.82×10^{-13}	6.82×10^{-13}
1.5	10	0	0	0
2.345	80	7.95×10^{-13}	7.95×10^{-13}	7.95×10^{-13}
11.6442	10	0	0	0
52.80352	10	0	0	0

Tabla 5: Máximas diferencias del Método Formulación Matricial de reactividad en pcm para $n(t) = exp(wt)$ con $h=1.5$ s .

Máximas diferencias de reactividad por el Método Formulación Matricial				
$w(s^{-1})$	$t(s)$	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
0.00243	1000	4.33×10^{-13}	4.33×10^{-13}	4.33×10^{-13}
0.01046	800	6.11×10^{-13}	6.11×10^{-13}	6.1107×10^{-13}
0.02817	600	8.81×10^{-13}	8.81×10^{-13}	8.81×10^{-13}
0.12353	50	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}
1.00847	100	6.82×10^{-13}	6.82×10^{-13}	6.82×10^{-13}
1.023	100	4.54×10^{-13}	4.54×10^{-13}	4.54×10^{-13}
1.5	10	1.13×10^{-13}	1.13×10^{-13}	1.13×10^{-13}
2.345	80	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}	3.41×10^{-13}
11.6442	10	0	0	0
52.80352	10	0	0	0

En las Tablas (6) y (7) se muestran las máximas diferencias para una densidad de neutrones de forma $n(t) = a + bt$, con tamaño de paso $h = 3s$, parámetro $a = 50$ y sus distintos valores de b para los métodos formulación matricial y método de derivadas respectivamente. Para la forma convencional $q = 0$, se observa que los dos métodos mantienen la misma precisión para los distintos b , pero para una reactividad modificada $q = 1$, en la Tabla (6) se observa que para el método de derivadas, su precisión disminuye significativamente, provocando que para cuando el tiempo de relajación aumente, es decir $q = 100$, para cualquier parámetro b , su error sea de 89.57. En cambio en la Tabla (7) el método formulación matricial al aumentar su tiempo de relajación cuando $q = 1$ y $q = 100$, para $b = (0.0127)^5/9$ su precisión tanto para la reactividad convencional como las dos modificadas es de 1.73×10^{-13} . Similarmente ocurre para los otros tipos de b .

Tabla 6: Máximas diferencias del Método de Derivadas para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt$ con $a = 50$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas			
b	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$(0.0127)^5/9$	1.73×10^{-13}	8.95×10^{-1}	89.57
$(0.0127)^4/40$	1.30×10^{-13}	8.95×10^{-1}	89.57
$(0.0127)^4/4$	8.67×10^{-14}	8.95×10^{-1}	89.57

Tabla 7: Máximas diferencias del Método Formulación Matricial para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt$ con $a = 50$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método Formulación Matricial			
b	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$(0.0127)^5/9$	1.73×10^{-13}	1.73×10^{-13}	1.73×10^{-13}
$(0.0127)^4/40$	8.67×10^{-14}	8.67×10^{-14}	8.64×10^{-14}
$(0.0127)^4/4$	1.73×10^{-13}	1.73×10^{-13}	1.73×10^{-13}

En el caso de una densidad de neutrones de la forma $n(t) = a + bt^3$, para $t = 10s$ y $a = 1$, los resultados del cálculo para el método de las derivadas y método de formulación matricial se muestran en la Tabla(8) y Tabla(9), respectivamente. Los resultados muestran que a medida que aumenta el tiempo de relajación τ , los dos métodos propuestos, la precisión disminuye. También se aprecia que para un valor dado de b , no varían las diferentes reactividades propuestas (reactividad convencional y las dos reactividades modificadas), por lo que mantienen su precisión. Pero el método mas favorable es el de formulación matricial; por ejemplo, para $b = (0.0127)^4/4$ el método de formulación matricial se mantiene en una precisión de 8.34×10^{-5} , en cambio en el método de derivadas, su precisión es de 1.02×10^{-1} . Por lo tanto el método de formulación es de mejor precisión al método de derivadas para este tipo de densidad de neutrones.

Tabla 8: Máximas diferencias del Método de Derivadas para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt^3$ con $a = 1$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas			
b	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$(0.0127)^5/9$	5.79×10^{-4}	5.79×10^{-4}	5.79×10^{-4}
$(0.0127)^4/40$	1.03×10^{-2}	1.03×10^{-2}	1.03×10^{-2}
$(0.0127)^4/4$	1.02×10^{-1}	1.02×10^{-1}	1.02×10^{-1}

Tabla 9: Máximas diferencias del Método Formulación Matricial para la reactividad en pcm para $n(t) = a + bt^3$ con $a = 1$ y $t = 10s$, diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método Formulación Matricial			
b	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$(0.0127)^5/9$	4.72×10^{-7}	4.72×10^{-7}	4.71×10^{-7}
$(0.0127)^4/40$	8.37×10^{-6}	8.37×10^{-6}	8.34×10^{-6}
$(0.0127)^4/4$	8.37×10^{-5}	8.37×10^{-5}	8.34×10^{-5}

Para una densidad de neutrones de la forma $n(t) = a + bt^4$, cuando $a = 1$ y $t = 1800$, el método de derivadas mostrado en la Tabla(10), no tiene buenos resultados; es decir que para una reactividad convencional, y las reactividades modificadas, muestran grandes errores. En cambio para esta misma densidad de neutrones y sus mismos parámetros, el método de formulación matricial mostrado en la Tabla(11), muestra buenos resultados, a pesar de que estén en un orden de precisión bajo.

Tabla 10: Máximas diferencias de la reactividad en pcm del método de las derivadas para $n(t) = a + bt^4$ con $a = 1$, $t = 1800s$ diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas			
b	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$(0.0127)^5/9$	2.88	2.88	2.88
$(0.0127)^4/40$	19.89	19.89	19.87
$(0.0127)^4/4$	84.99	84.99	84.95

Tabla 11: Máximas diferencias de reactividad en pcm del método formulación matricial para $n(t) = a + bt^4$ con $a = 1$, $t = 1800s$ diferentes valores del factor b y $h = 3$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método Formulación Matricial			
b	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$(0.0127)^5/9$	1.02×10^{-2}	1.02×10^{-2}	1.02×10^{-2}
$(0.0127)^4/40$	4.05×10^{-2}	4.05×10^{-2}	4.04×10^{-2}
$(0.0127)^4/4$	1.19×10^{-1}	1.19×10^{-1}	1.19×10^{-1}

En las Tablas (13) y (12) se presentan otro ejemplo de densidad de neutrones con forma hiperbólicas. Para el método de formulación matricial, Tabla(13), para una reactividad convencional ($q = 0$) y la reactividad modificada cuando ($q = 1$), presenta una precisión considerable, pero para una reactividad modificada cuando ($q = 100$), pierde su exactitud, mostrando un error aproximado de 2.3. El método de derivadas para esta forma de la densidad de neutrones, no muestra resultados buenos ya que sus errores son bastante notorios. Por lo tanto para una densidad de neutrones de la forma $a+cosh(bt)$ y $a+sinh(bt)$, el método mas exacto hasta ahora para una reactividad convencional como una reactividad modificada es el de formulación matricial.

Tabla 12: Máximas diferencias del Método de las Derivadas para la reactividad en pcm para densidades de neutrones con variación hiperbólicas y para diferentes pasos de tiempo.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas							
$n(t)$	a	b (s-1)	t (s)	h (s)	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$a + cosh(bt)$	100	$\pi/180$	180	5	243.86	243.84	242.26
$a + sinh(bt)$	100	$1,27 \times 10^{-3}$	10000	20	1.01	2.82	181.45

Tabla 13: Máximas diferencias de la reactividad en pcm del método formulación matricial para densidades de neutrones con variación hiperbólicas y para diferentes pasos de tiempo.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Formulación Matricial							
$n(t)$	a	b (s-1)	t (s)	h (s)	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$a + cosh(bt)$	100	$\pi/180$	180	5	3.21×10^{-2}	5.32×10^{-2}	2.24
$a + sinh(bt)$	100	$1,27 \times 10^{-3}$	10000	20	6.70×10^{-3}	2.38×10^{-2}	2.35

Se propone una nueva función de densidad de neutrones de la forma $n(t) = e^{at}Cos(bt)$ y sus parámetros $a = 0.00243$ y $b = \pi/1000$. Los resultados con el método de derivadas, Tabla (14), presenta errores significativos. En cambio con el método formulación matricial, el cual se muestran en la Tabla (15), la máxima diferencia para todas las reactividades, se mantiene aproximadamente con una precisión de 10^{-6} . En las Tablas (14) y (15) también se muestra para una forma sinusoidal, con parámetro $a = 50$, se aprecia que para el método de derivadas, se sigue manteniendo errores mucho mas grandes, tanto para la reactividad convencional como las modificadas. En cambio el método de formulación matricial, la reactividad convencional ($q = 0$) tiene una precisión de 6.34×10^{-4} , pero para la reactividad modificada ($q = 1$) baja su precisión en 1.29×10^{-2} , por lo que el error aumentó para la reactividad modificada ($q = 100$) en 1.32. Por lo tanto para una densidad de la forma $a + sin(bt)$, el método que presenta una mejor precision, para una reactividad convencional y reactividades modificadas, es el de formulación matricial.

Tabla 14: Máxima diferencias del Método de las derivadas para la reactividad en pcm para densidad de neutrones con variación lineal, exponencial y cosenoidal para un tamaño de paso $h=0.1$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Derivadas						
$n(t)$	a	b (s-1)	t (s)	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$e^{at}cos(bt)$	0.00243	$\pi/1000$	100	133.98	133.96	132.16
$a + sin(bt)$	50	$\pi/10$	10	583.74	584.62	671.41

Tabla 15: Máxima diferencias de método formulación matricial para la reactividad en pcm para densidad de neutrones con variación lineal, exponencial y cosenoidal para un tamaño de paso $h=0.1$ s.

Máximas diferencias de reactividad por el Método de Formulación Matricial						
$\mathbf{n(t)}$	\mathbf{a}	$\mathbf{b (s-1)}$	$\mathbf{t(s)}$	$\rho_{con}(q = 0)$	$\rho_{mod}(q = 1)$	$\rho_{mod}(q = 100)$
$e^{at} \cos(bt)$	0.00243	$\pi/1000$	100	6.05×10^{-6}	6.04×10^{-6}	6.03×10^{-6}
$a + \sin(bt)$	50	$\pi/10$	10	6.34×10^{-4}	1.29×10^{-2}	1.32

De acuerdo a todos los resultados anteriores, el método de formulación matricial es superior al método de las derivadas, ya que el método de las derivadas no presenta buena precisión para otras formas de densidades de neutrones $n(t)$. Por lo tanto, en esta segunda parte, se aplica el método de formulación matricial para analizar el corrimiento de los casos de la reactividad modificada, superiores a $q = 100$.

4.2. Muestra del corrimiento de τ_q

En esta sección, se muestra la reactividad modificada para diferentes valores del tiempo de relajación τ_q , dado por la ecuación (46). Para todas las formas de densidades de neutrones, la reactividad convencional ($q=0$), corresponde a la línea negra, para una reactividad modificada ($q=1$) es la línea roja, para la reactividad modificada ($q=100$) la línea azul, para la reactividad modificada $q=200$ la línea verde y para la reactividad modificada $q=300$ línea púrpura.

En la Figura (1) y (2) se muestra la reactividad modificada en función del tiempo para la densidad de neutrones de forma exponencial, $n(t) = e^{wt}$ con $w = 0.00235$ y tamaño de paso $h = 0.1$ s. Se observa en la Figura (1) que al aumentar el valor de q , se presenta un corrimiento notorio en la reactividad modificada con respecto a la reactividad convencional. El corrimiento de la reactividad modificada ($q=100$) de todo el intervalo de tiempo corresponde a 1.25 pcm. La diferencia entre la reactividad modificada ($q=200$) y ($q=300$) con respecto a la convencional ($q=0$) es 2.51 pcm y 3.76 pcm respectivamente. Como la reactividad modificada ($q=1$) es muy próxima a la reactividad convencional ($q=0$), esta se puede ver en mejor detalle en la Figura (2), donde su máximo corrimiento respecto a la reactividad convencional ($q=0$) en todo el intervalo de tiempo es de 0.0126 pcm.

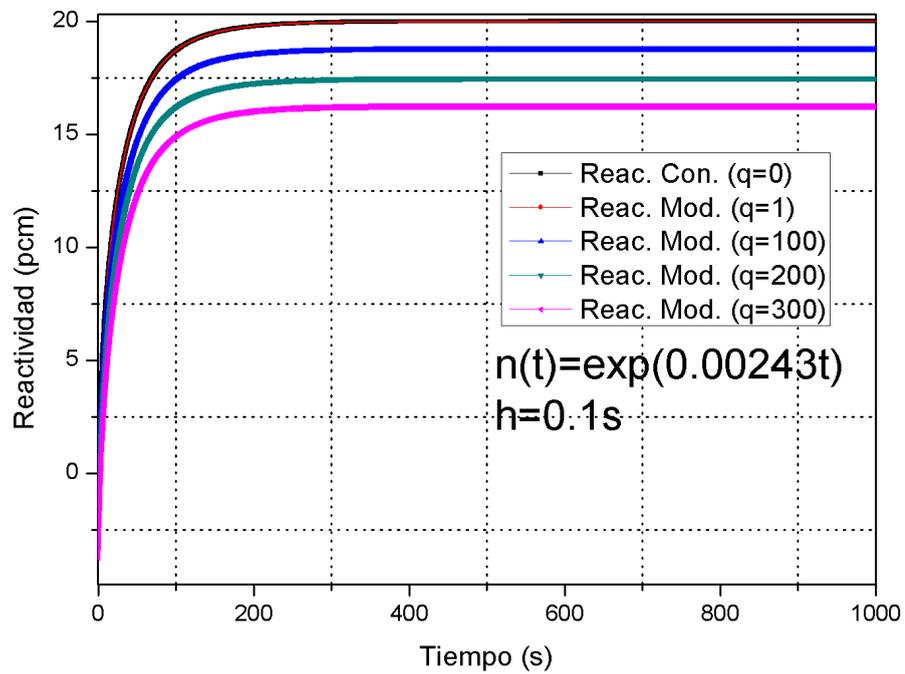


Figura 1: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $exp(wt)$ con $w=0.00243$ con tamaño de paso $h = 1s$

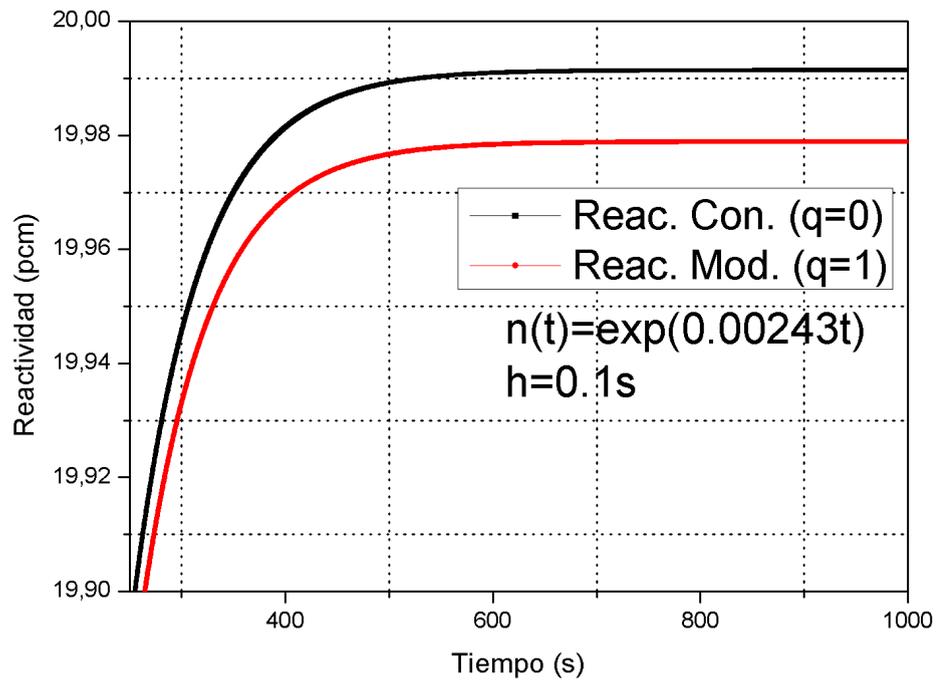


Figura 2: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $\exp(wt)$ con $w=0.00243$ con tamaño de paso $h = 1s$

Para el caso de una densidad de neutrones de la forma $n(t) = a + bt^3$ en la reactividad modificada que esta en función del tiempo para diferentes valores del tiempo de relajación, se puede observar en la Figura (3). En el tiempo inicial $t=0$ el corrimiento para los diferentes valores de $q \neq 0$ con respecto a la reactividad convencional es despreciable. A medida que va pasando el tiempo, el corrimiento para cada uno de los casos se hace mas evidente, para el tiempo $t=10$ s, los corrimientos para la reactividad modificada ($q=1$), ($q=100$), ($q=200$) y ($q=300$), corresponden a 4.58×10^{-8} , 4.58×10^{-6} , 9.16×10^{-6} y 1.37×10^{-5} respectivamente. En la Figura (4) la densidad de neutrones tiene la forma $n(t) = e^{at} \text{Cos}(bt)$, para calcular la reactividad modificada en función del tiempo, para todos los diferentes valores de $q \neq 0$ hay una diferencia notoria respecto a la reactividad convencional. En la Figura (4) para el tiempo $t=0$, entre la reactividad modificada ($q=1$) respecto a la reactividad convencional ($q=0$), esta tiene una diferencia de 0.0125 pcm. El corrimiento que hay de la reactividad convencional respecto a la reactividad modificada ($q=100$) es de 1.24 pcm, para ($q=200$) y ($q=300$) es de 2.49 pcm y 3.73 pcm respectivamente. Para su tiempo final, cuando $t=100$ su corrimiento respecto a la convencional disminuye. Por lo tanto la reactividad modificada para el tiempo final; cuando ($q=1$) tiene un corrimiento de 0.0073 pcm, ($q=100$) es de 0.7282, para ($q=200$) y ($q=300$) su corrimiento es de 1.45 pcm y 2.18 pcm respectivamente.

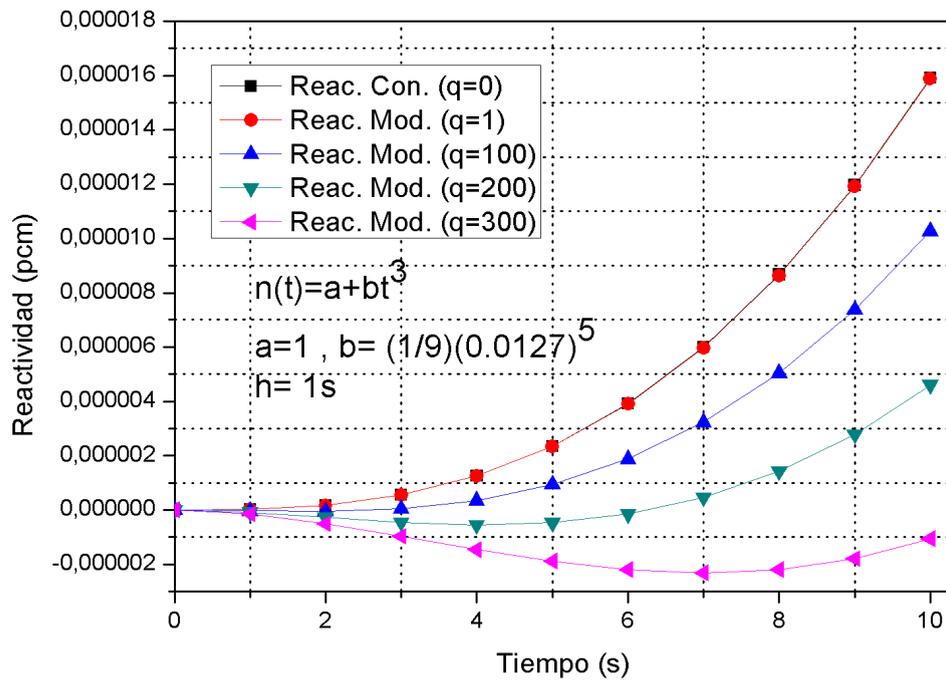


Figura 3: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + bt^3$ con $a = 1$ y con $b = (1/9)(0.0127^5)$

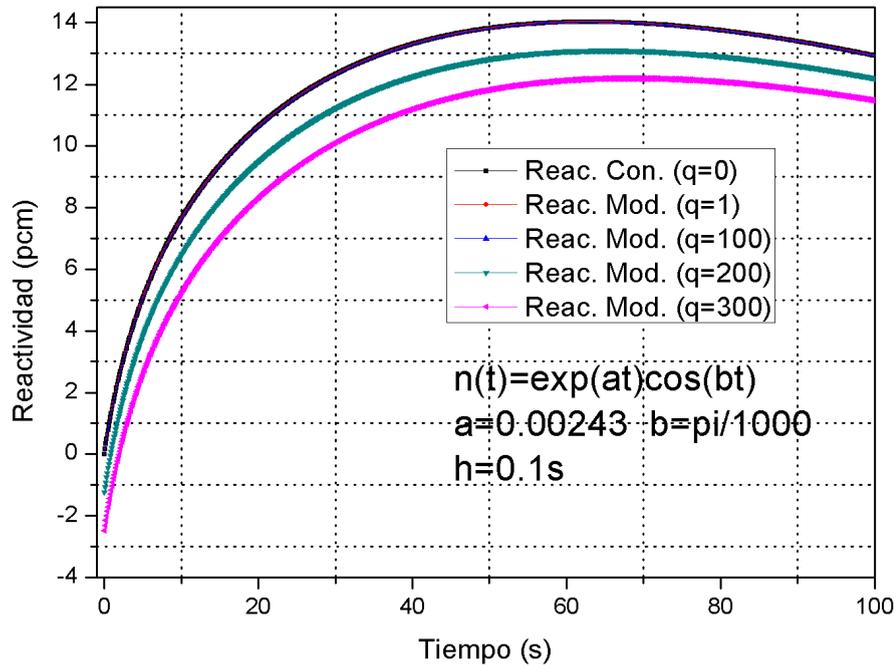


Figura 4: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $\exp(at)\cos(bt)$ con $a = 0.00243$ y con $k = \pi/1000$

En las Figuras (5) y (6) para densidades de neutrones de forma hiperbolica tiene el parámetro $a=100$. La Figura (5), en el tiempo $t=0$ el corrimiento de los diferentes valores de reactividad modificada $q \neq 0$ con respecto a la reactividad convencional es despreciable. A medida que pasa el tiempo, el corrimiento es apreciable, por lo que para el tiempo final de $t=180$ s, el corrimiento para cada una de las reactividades modificadas ($q=1$), ($q=100$), ($q=200$) y ($q=300$), respecto a la reactividad convencional ($q=0$), corresponden a 0.0093 pcm, 0.9319 pcm, 1.8639 pcm y 2.7958 pcm. En la Figura (6), para una densidad de neutrones de la forma $a + \sinh(kt)$ con parámetro $k=0.00127$, en un intervalo aproximado de $[0,2000]$ s, para las diferentes reactividades modificadas $q \neq 0$ con respecto a la reactividad convencional su corrimiento también es despreciable, pero después de este intervalo, su corrimiento empieza a ser notorio, para $t=10000$ s, el corrimientos para cada una de las reactividades modificadas respecto a la reactividad convencional corresponden para ($q=1$) es de 0.0066 pcm, ($q=100$) de 0.6556 pcm, ($q=200$) es 1.3112 pcm y para ($q=300$) es de 1.9668 pcm.

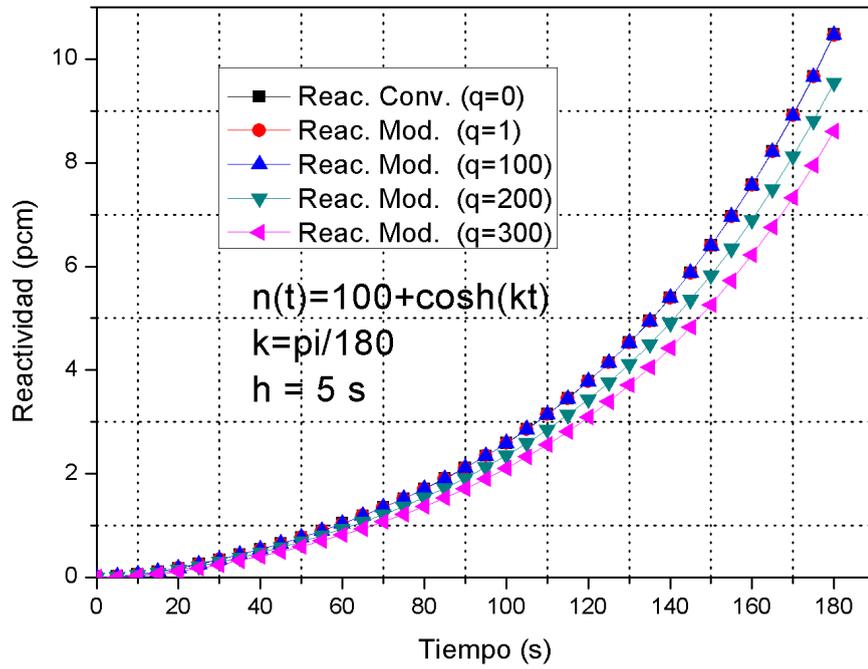


Figura 5: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + \cosh(kt)$ con $a = 100$ y con $k = \pi/10$

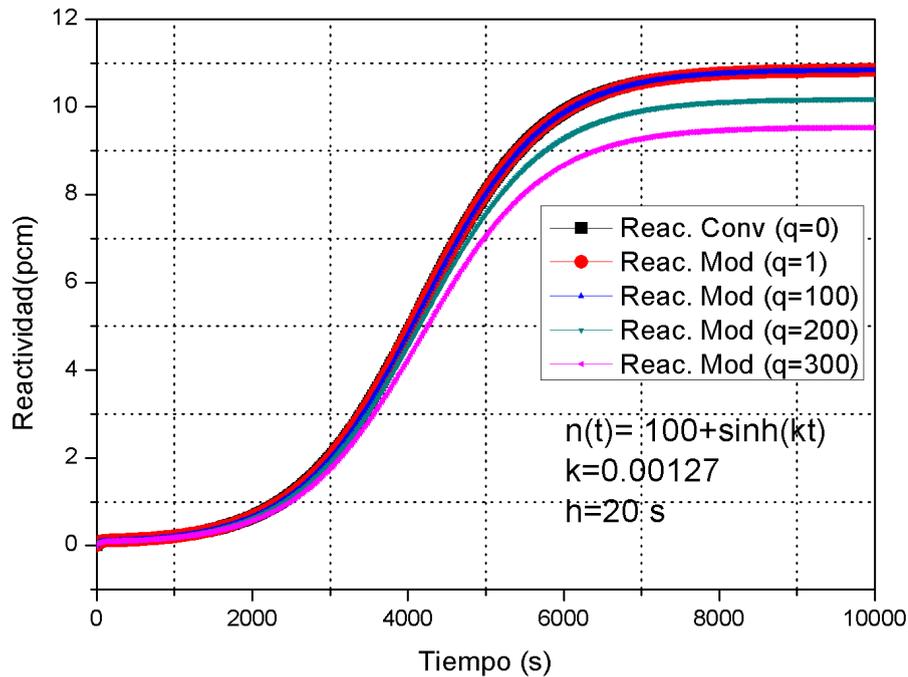


Figura 6: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + \sinh(kt)$ con $a = 100$ y con $k=0.00127$

En la Figura (7) para una densidad de neutrones de la forma $n(t) = a + \sin(kt)$, el corrimiento para el tiempo inicial $t=0$, para los diferentes valores de reactividad convencional $q \neq 0$ respecto a la reactividad convencional son bastante notorios, para la reactividad modificada ($q=1$) su corrimiento es de 0.03 pcm, para ($q=100$) su corrimiento es 3.21, para ($q=200$) y ($q=300$) es de 6.43 pcm 9.65 pcm respectivamente. A medida que pasa el tiempo en el intervalo de $[0, 5]$ s, su corrimiento disminuye; por lo que las reactividades modificadas obtienen el corrimiento mas cercano a la reactividad convencional cuando $t=5$. El corrimiento en el tiempo $t=5$ para la reactividad modificada ($q=1$) es de 6.73×10^{-5} , para ($q=100$) es de 0.0067 pcm, para ($q=200$) y ($q=300$) su corrimiento es de 0.0135 pcm, 0.0202 pcm respectivamente. En el intervalo de $[5,10]$ s vuelve a aumentar el corrimiento de las reactividades modificadas respecto a la reactividad convencional, donde para el tiempo final son los mismos valores de corrimiento iniciales. Este tipo de densidad de neutrones demostró ser diferente a las demás expuestas puesto que las anteriores a medida que avanza el tiempo, su corrimiento también aumenta progresivamente.

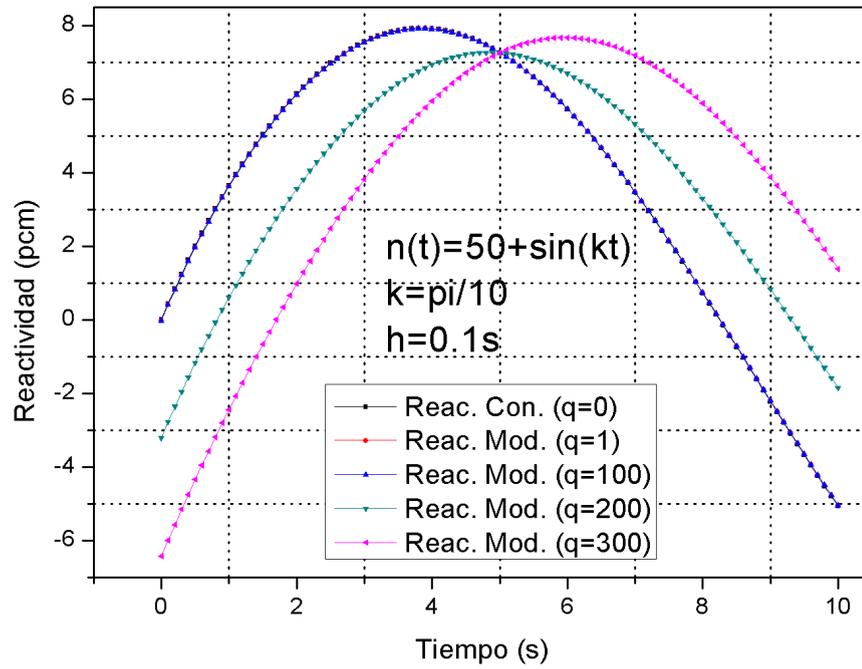


Figura 7: Corrimiento de las reactividades modificadas ($q = 1$), ($q = 100$), ($q = 200$) y ($q = 300$) respecto a la reactividad convencional ($q = 0$) de una densidad de neutrones en forma $a + \sin(kt)$ con $a = 50$ y con $k = \pi/10$

Capítulo 5

5. Conclusiones

En este trabajo de grado, se realizó una revisión de las modificaciones de la cinética puntual. De una manera novedosa se dedujo la reactividad modificada desde las ecuaciones de aproximación P1 y aplicando la ley de no Fickian. La nueva formulación de la reactividad permite conocer un termino útil llamado el tiempo de relajación τ , por lo tanto la reactividad modificada puede tomar diferentes valores del tiempo de relajación cuando se varia q . la alteración de este parámetro, conduce a la reactividad convencional como a la reactividad modificada. El método de formulación matricial es superior al método de derivadas en el cálculo de la reactividad modificada para diversas formas de densidad de neutrones. Por otra parte se pudo analizar el tiempo de relajación τ , conociendo el corrimiento de las diferentes reactividades modificadas respecto a la reactividad convencional. Este demostró que el corrimiento respecto a la reactividad convencional, aumenta en ciertos intervalos de tiempo. Para la densidad de neutrones de la forma $a + \sin(kt)$ con $a = 50$ y con $k = \pi/10$, mostró una forma inusual a las demás densidades de neutrones expuestas; puesto que en el intervalo de $[0,5]$ s su corrimiento respecto a la reactividad convencional disminuía para los diferentes valores de reactividad modificada $q \neq 0$, después de este intervalo hasta el tiempo final $t=10$ el corrimiento es el mismo inicial $t=0$ de las reactividades modificadas $q \neq 0$, respecto a la reactividad convencional

Este estudio se puede profundizar el parámetro del tiempo de relajación, justificando sus posibles variaciones de q . Esta nueva deducción de la reactividad modificada puede ser aplicada para diferentes métodos usados en la reactividad convencional.

Finalmente, fue enviado y aceptado el trabajo *Cálculo de la reactividad para la ley de no Fickian* como ponencia oral en el VII Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, celebrado del 8 al 10 de mayo del 2019 en la ciudad de Rio Cuarto, Córdoba, Argentina. Por último se prepara un articulo para ser sometido en la revista internacional *Annals of Nuclear Energy*.

Bibliografía

Referencias

- Espinosa Paredes, G., Polo Labarrios, M., y Espinosa Martínez, E. (2011). Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics Gilberto. *Annals of Nuclear Energy*, 38(2-3), 307–330.
- Ferrer, A. (2015). *Física nuclear y de partículas*. Universitat de València.
- Malmir, H., y Vosoughi, N. (2013). On-line reactivity calculation using Lagrange method. *Annals of Nuclear Energy*, 62, 463–467.
- Nunes, A. L., Martinez, A. S., Carvalho, F., Artur, D., y Palma, P. (2015). A New Formulation to the Point Kinetics Equations Considering the Time Variation of the Neutron Currents. *World Journal of Nuclear Science and Technology*(January), 57–71.
- Palma, D., Lupo, A., y Senra, A. (2016). Effect of the time variation of the neutron current density in the calculation of the reactivity. *Annals of Nuclear Energy*, 96, 204–211.
- Quintero Leyva, B. (2015). Numerical solution of the integro-differential equation of the point kinetics of nuclear reactors as an ODE. *Annals of Nuclear Energy*, 78, 160–165.
- Ramzy, M., Nagy, M. S., Abou-gabal, H. H., y Aboanber, A. E. (2016). Formulation of a point reactor kinetics model based on the neutron telegraph equation. *Annals of Nuclear Energy*, 91, 176–188.
- Shimazu, Y. (2014). A simple procedure to estimate reactivity with good noise filtering characteristics. *Annals of Nuclear Energy*, 73, 392–397.
- Silva, C., Martinez, A. S., y Carvalho, F. (2012). A new formulation for the importance function in the kinetics of subcritical reactors. *Annals of Nuclear Energy*, 45, 68–72.
- Stacey, W. M. (2018). *Nuclear Reactor Physics*. Wiley-VCH Verlag.
- Suescún Díaz, D., Cabrera Capera, E., y Lozano Parada, J. H. (2018). Matrix formulation for the calculation of nuclear reactivity. *Annals of Nuclear Energy*, 116, 137–142.
- Suescún Díaz, D., Ibarguen Gonzales, M., y Figueroa Jimenez, J. (2014). Hamming generalized corrector for reactivity calculation. *Kerntechnik*, 219–225.
- Suescún Díaz, D., y Rasero Causil, D. A. (2017). Adams Bashforth Moulton method with Savitzky Golay filter to reduce reactivity fluctuations. *Kerntechnik*, 82, 674–677.
- Suescún Díaz, D., Senra, A., y Carvalho, D. S. (2007). Formulation for the Calculation of Reactivity Without Nuclear Power History. *Nuclear Science and Technology*, 44(9), 1149–1155.

- Tokhy, M. S. E., y Mahmoud, I. I. (2017). Parameter analysis of neutron point kinetics for nuclear reactors. *Nuclear Engineering and Design*, 318, 256–273.
- Turso, J. A. (2018). Penn State University TRIGA Reactor Digital Reactivity Computer : Development and Testing. *Annals of Nuclear Energy*, 114, 561–568.
- Zhang, X., Jun, G., Jing, G., y Qi, S. (2018). Preliminary analysis of reactivity reconstruction capability based on inverse kinetics method under different initial reactivity states. *Nuclear Engineering and Technology*.